

偏振光与偏振元件的琼斯矢量分析

魏晓燕, 聂守平

(南京师范大学物理科学与技术学院, 南京 210097)

[摘要] 研究了偏振光和偏振元件的琼斯矢量表示方法, 以及琼斯矢量的应用, 结果表明, 琼斯矢量对分析偏振光偏振态的变化十分有效.

[关键词] 偏振光, 偏振元件, 琼斯矢量

[中图分类号] O436; [文献标识码] A; [文章编号] 1001-4616(2001)03-0058-03

1 琼斯矢量

偏振光最一般的形式是椭圆偏振光, 线偏振光和圆偏振光都可以看作是椭圆偏振光的特例, 因此, 可以从椭圆偏振光的矩阵表示法入手讨论琼斯矢量.

设在与光传播方向垂直的平面上选定直角坐标系 xOy , 那么一个频率为 ω 的沿 z 轴传播的椭圆偏振光可以用光矢量在两个坐标轴上的投影来表示:

$$E_x = E_{ox} e^{-j(\omega t - kz + \varphi_{ox})} = E_{ox} e^{-j\omega t} e^{j\varphi_{ox}},$$

$$E_y = E_{oy} e^{-j(\omega t - kz + \varphi_{oy})} = E_{oy} e^{-j\omega t} e^{j\varphi_{oy}},$$

略去分因子 $e^{-j\omega t}$, 用复振幅表示为:

$$\tilde{E}_x = E_{ox} e^{j\varphi_{ox}},$$

$$\tilde{E}_y = E_{oy} e^{j\varphi_{oy}},$$

于是, 就像普通二维矢量可以用它的两个直角分量构成的一个矩阵表示一样, 可以用偏振光光矢量的两个分量所构成的一列矩阵来表示偏振光的偏振状态. 这个列矩阵称为琼斯矢量, 为:

$$E = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{ox} e^{j\varphi_{ox}} \\ E_{oy} e^{j\varphi_{oy}} \end{bmatrix}.$$

由于在许多应用中并不需要知道精确的振幅和位相, 只关心两个分量的振幅比和位相差, 因此将上式改写为:

$$E = E_{ox} e^{j\varphi_{ox}} \begin{bmatrix} 1 \\ E_o e^{j\varphi} \end{bmatrix},$$

式中 $E_o = \frac{E_{oy}}{E_{ox}}$, $\varphi = \varphi_{oy} - \varphi_{ox}$.

2 线偏振光的琼斯矢量表示

我们知道当 $\varphi = \varphi_{oy} - \varphi_{ox} = 2m\pi$ 时两个垂直振动的合成矢量末端的轨迹是直线, 为简便取

$m=0$ 并设 $\varphi_x = \varphi_y = 0$ 则光矢量与 x 轴成 $\pm \theta$ 角 振幅为 E 的平面线偏振光为:

$$\tilde{E}_x = E \cos \theta e^{j\varphi_x} = E \cos \theta,$$

$$\tilde{E}_y = E \sin \theta e^{j\varphi_y} = E \sin \theta,$$

则琼斯矢量为:

$$\mathbf{E}_\theta = \begin{bmatrix} E \cos \theta \\ E \sin \theta \end{bmatrix},$$

其归一化琼斯矢量为:

$$\mathbf{E}_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix},$$

于是光矢量沿 x 轴振幅为 E 的平面偏振光可以表示为

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

同样光矢量沿 y 轴振幅为 E 的平面偏振光可以表示为

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

这样用简单的矩阵形式就描述了偏振光的偏振态.

3 偏振器件的琼斯矩阵

假定有一束偏振的入射光束,其琼斯矢量为

$$\mathbf{E}_\lambda = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix},$$

通过一偏振器件后,出射光的琼斯矢量为

$$\mathbf{E}_\text{出} = \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix}.$$

假如一波晶片的快慢轴(ξ, η)正好与表示某一偏振光的琼斯矢量之坐标(x, y)的方向一致,那么在求该偏振光通过晶片后的琼斯矩阵时,一般我们只关心两琼斯分量的相对位相,所以只要在对于慢轴方向的琼斯分量上,加上一个由偏振器件引入的位相项 σ 就行了.这就是说

$$\mathbf{E}_\text{出} = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 e^{j\sigma} \end{bmatrix}.$$

若(ξ, η)和(x, y)不重合,设其夹角为 θ ,如图 1 所示,则:

$$\begin{bmatrix} A_{\xi 1} \\ B_{\eta 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}.$$

由于波晶片的作用,在(ξ, η)坐标系中上式变为 $\begin{bmatrix} A_{\xi 1} \\ B_{\eta 1} e^{j\sigma} \end{bmatrix}$,其中 σ 表示 ξ 对 η 有 σ 的位相超前.在(x, y)坐标系中,可表示为:

万方数据

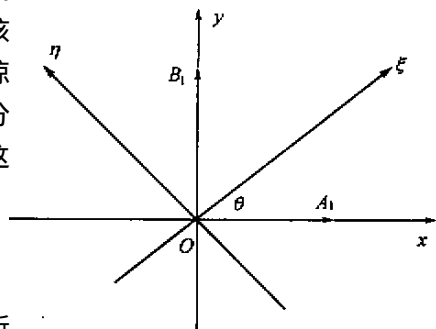


图 1 偏振器件琼斯矢量坐标变换

$$\begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{\xi 1} \\ B_{\eta 1} e^{j\sigma} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \cos^2\theta + \sin^2\theta e^{j\sigma} & \cos\theta\sin\theta - \cos\theta\sin\theta e^{j\sigma} \\ \cos\theta\sin\theta - \cos\theta\sin\theta e^{j\sigma} & \sin^2\theta + \cos^2\theta e^{j\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix},$$

则 $E_{\text{出}} = GE_{\lambda}$, 其中 :

$$G = \begin{bmatrix} \cos^2\theta + \sin^2\theta e^{j\sigma} & \cos\theta\sin\theta - \cos\theta\sin\theta e^{j\sigma} \\ \cos\theta\sin\theta - \cos\theta\sin\theta e^{j\sigma} & \sin^2\theta + \cos^2\theta e^{j\sigma} \end{bmatrix}$$

表示偏振器件的交换特性.

4 琼斯矩阵的应用

对于快慢轴与 x 、 y 轴一致的 $1/2$ 波片 ($\theta = 0$, $\sigma = \pi$) , 其琼斯变换矩阵为 :

$$G_{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

一个与 x 方向成 θ 角的线偏振光通过它后成为 :

$$\begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix},$$

它与原来振动方向相对于 x 轴对称 , 仍是平面偏振光 , 但转过了 2θ 角 , 这也是 $1/2$ 波片的一个主要性质.

5 结论

分析了偏振光和偏振器件的琼斯矩阵表示方法 , 以线偏振光通过 $1/2$ 波片后偏振态的变化为例 , 说明了琼斯矩阵的作用 . 当偏振光依次通过几个偏振器件时 , 只要连续应用矩阵相乘 , 就可以方便地求出出射光的偏振态.

[参考文献]

- [1] 姚启钧 . 光学教程 [M] . 北京 : 高等教育出版社 , 1996 . 305—373 .

Jones Vector Analyses of Polarized Light and Polarized Elements

Wei Xiaoyan , Nie Shouping

(School of Physical Science and Technology , Nanjing Normal University , Nanjing 210097 , PRC)

Abstract Representation and uses of Jones vector of polarized light and polarized elements are studied . The results show that Jones vector is very useful if analyzing polarized property of polarized light .

Key words polarized light ; polarized element ; Jones vector

[责任编辑 : 丁蓉]