

夸克蜕定域色屏蔽模型中的五夸克态 Ξ^{--}

周艳丽, 平加伦

(南京师范大学物理科学与技术学院, 江苏 南京 210097)

[摘要] 在夸克蜕定域色屏蔽模型框架下, 采用绝热近似, 计算了具有双夸克结构: $qq - qq - \bar{q}$ 的五夸克态 Ξ^{--} 的能量. 结果表明不管是正宇称态, 还是负宇称态, 系统都倾向于形成线性结构, 而不是三角形结构. 最低能态的宇称为负, 能量为 1 770 MeV, 与目前实验给出的值(1 860 MeV)相比偏低, 但仍高于理论阈值 1 582 MeV.

[关键词] 夸克蜕定域色屏蔽模型, 双夸克结构, 五夸克态

[中图分类号] O572.33 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1001-4616(2006)04-0036-05

Quark-Delocalization, Color-Screening Model and Pentaquark Ξ^{--}

Zhou Yanli, Ping Jialun

(School of Physical Science and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

Abstract: In the framework of quark-delocalization, color-screening model, the pentaquark resonance Ξ^{--} with configuration $qq - qq - \bar{q}$ is calculated under the adiabatic approximation. The results show that the preferred configuration is the linear type for both positive parity and negative parity. The lowest energy is about 1 770 MeV which is lower than the observed value 1 860 MeV, but it is still higher than the theoretical threshold 1 582 MeV.

Key words: quark-delocalization, color-screening model, diquark, pentaquarks

0 引言

夸克模型在描述强子谱和强子相互作用上取得了相当的成功. 推广到多夸克系统, 预言了一些多夸克态, 但是非常遗憾, 至今没有一个得到实验的证实. 根据现在人们对 QCD 的理解, 除了重子和介子, 还应该存在更多的状态: 四、五、六夸克系统、夸克-胶子混杂态等. 目前实验与理论的矛盾需要两方面作进一步的研究来解决.

近两年来, 五夸克系统成为研究焦点之一. Diakonov 等人利用手征孤立子模型预言了五夸克态 Θ^+ 的存在^[1]. 2003 年 LEPS 实验组在实验上发现了其存在的信号^[2], 随后有多个实验组都宣称看到了其存在的信号. 也有一些实验给出了否定的结果^[3]. 最近 Jefferson 实验室 CLAS 实验组又声称没有发现 Θ^+ , 其实实验环境同早期的 SAPHIR 相似, 但采用提高了 2 个数量级的数据^[4]. 另外 NA49, HERA-B 等多个实验组声称找到了 Θ^+ 的同伴 Ξ^{--} ^[5,6], 其质量为 $(1.862 \pm 0.002) \text{ GeV}$, 可衰变为 Ξ^- 和 π^- , 其同位旋和自旋为 $3/2$ 和 $1/2$. 其夸克组成为 $ddssu$. 但也有一些实验组没有观测到 Ξ^{--} ^[7,8]. 理论上 Jaffe-Wilczek^[9] 基于强色磁关联预言了五夸克系统 Θ^+ 和 Ξ^{--} 能量分别为 1 540 MeV 和 1 750 MeV. Walliser-Kopeliovich^[10] 在考虑了 $SU(3)_f$ 的多重混合估算了五夸克系统 $\Xi_{3,2}$ 的同位旋四重态能量为 1 790 MeV. 但至今还没有一个模型能在描述重子性质和重子相互作用的同时说明实验现象.

从 QCD 理论我们知道, 夸克间的相互作用是多体相互作用. 对于通常的重子和介子, 可以用两体相互作用代替多体相互作用. 但多夸克系统具有更丰富的几何结构和颜色结构, 直接将这种代替推广到此是否合适, 还是一个需要研究的问题. 可以讲到目前为止还没有有效的模型来研究多夸克系统.

收稿日期: 2006-05-12.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90503011).

作者简介: 周艳丽, 女, 1979—, 硕士研究生, 主要从事强子物理的学习与研究. E-mail: zhoyuan0606@126.com

夸克蜕定域色屏蔽模型(QDCSM)是我们20世纪90年代提出的用于研究重子-重子相互作用的模型^[11].它考虑了夸克间的相互作用与夸克所处的状态有关,采用夸克蜕定域效应扩大了模型空间.它能用很少的参数较好的描述重子性质和重子-重子相互作用^[12],应用于双重子系统,得到了一些有意义的结果^[13,14].本工作就是在夸克蜕定域色屏蔽模型(QDCSM)框架下研究Jaffe-Wilczek提出的五夸克系统的双夸克(Diquark)结构,看是否能得到五夸克共振态 Ξ^{--} .

1 计算方法

有关QDCSM的详细介绍可参考文献[13-15],此处仅给出哈密顿量、波函数以及计算中必需的方程.三夸克体系的哈密顿量和通常的势模型中的一样.五夸克体系的哈密顿量为:

$$H_5 = \sum_{i=1}^5 (m_i + \frac{p_i^2}{2m_i}) - T_{CM} + \sum_{i<j}^5 (V_{ij}^C + V_{ij}^G) \quad (1)$$

$$\text{其中} \quad T_{CM} = \frac{1}{2M} (\sum_{i=1}^5 \mathbf{p}_i)^2, \quad M = \sum_{i=1}^5 m_i \quad (2)$$

$$V_{ij}^C = \begin{cases} -a\lambda_i \cdot \lambda_j r_{ij}^{-2}, & \text{当 } i, j \text{ 在同一团时} \\ -a\lambda_i \cdot \lambda_j \frac{1 - e^{-\mu r_{ij}}}{\mu}, & \text{当 } i, j \text{ 不在同一团时} \end{cases} \quad (3)$$

$$V_{ij}^G = \alpha_s \frac{\lambda_i \cdot \lambda_j}{4} \left[\frac{1}{r_{ij}} - \frac{\pi \delta(r_{ij})}{2} \left(\frac{1}{m_i^2} + \frac{1}{m_j^2} + \frac{4\sigma_i \cdot \sigma_j}{3m_i m_j} \right) \right] \quad (4)$$

式中 m_i 、 \mathbf{p}_i 、 r_{ij} 分别代表夸克质量、动量和两夸克之间的间距; T_{CM} 为五夸克系统的质心动能; V^C 是禁闭势; V^G 是单胶子交换势; λ_i 是盖尔曼矩阵; σ_i 是泡利矩阵; α_s 是强相互作用耦合常数; a 是囚禁势的强度; μ 是色屏蔽参数.

三角形结构的五夸克系统如图1所示,其基函数可表示为:

$$\Psi_{5q}^i = \mathcal{A} \{ [\psi_{2q}^i(12) \psi_{2q}^j(34)] \}_{\substack{[c_4], I_4, S_4 \\ W_c, M_{I_4}, M_{S_4}}} \psi_q(5) \}_{\substack{[222], \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \\ W_c, M_I, M_S}} \quad (5)$$

$$\psi_{2q}^i = [\varphi_l(1) \varphi_l(2)] \chi_c^{[c_2]} \psi_{c_2}(12) \chi_\tau^{I_2 M_{I_2}}(12) \chi_s^{S_2 M_{S_2}}(12)$$

$$\psi_{2q}^j = [\varphi_r(3) \varphi_r(4)] \chi_c^{[c'_2]} \psi_{c'_2}(34) \chi_\tau^{I'_2 M_{I'_2}}(34) \chi_s^{S'_2 M_{S'_2}}(34) \quad (6)$$

$$\psi_q = \varphi_u(5) \chi_c^{[c]} \chi_\tau^{I M_I}(5) \chi_s^{S M_S}(5)$$

其中 \mathcal{A} 为反对称化算符: $\mathcal{A} = \frac{1}{\sqrt{6}}(1 - 4P_{13} + P_{13}P_{24})$, 括号 $[\]$ 表示

Clebsh-Gordan(CG)系数耦合, i, j 为双夸克团的对称性指标(见表1, 2). 根据 Ξ^{--} 的量子数, 我们可以确定四夸克系统的量子数: $[c_4] = [211]$, $I_4 = 1$, $S_4 = 0$ 或者 1, 进一步可推出 2 个双夸克团的可能组合(见表1). 组合共有 23 种, 其中第 23 种组合就是 Jaffe-Wilczek 所处理的组态. 表中的 $\bar{i}j$ 和 $\tilde{i}j$ 分别表示左右双夸克团的对称和反对称组合:

$$\Psi_{5q}^{\bar{i}j} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_{5q}^{ij} + \Psi_{5q}^{ji}), \quad \Psi_{5q}^{\tilde{i}j} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_{5q}^{ij} - \Psi_{5q}^{ji}) \quad (7)$$

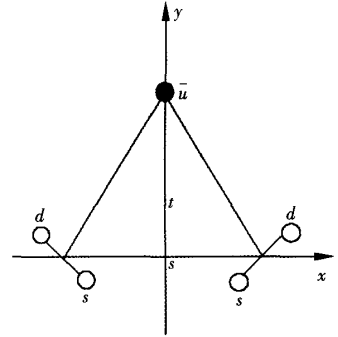


图1 五夸克系统 Ξ^{--} 的三角形结构

表1 2夸克团的对称性指标

| i | $[v_2][\mu_2]I_2S_2Y_2$ | i | $[v_2][\mu_2]I_2S_2Y_2$ |
|-----|--------------------------------------|-----|---------------------------------------|
| 1 | $[2][2]1, 0, \frac{2}{3}$ | 5 | $[2][11]1, 1, \frac{2}{3}$ |
| 2 | $[2][2]\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{3}$ | 6 | $[2][11]\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{3}$ |
| 3 | $[2][2]0, 0, -\frac{4}{3}$ | 7 | $[2][11]0, 1, -\frac{4}{3}$ |
| 4 | $[2][2]\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{3}$ | 8 | $[2][11]\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{3}$ |

表2 4夸克系统的道的编号

| k | $(ij)S_4$ | k | $(ij)S_4$ | k | $(ij)S_4$ |
|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|
| 1 | $(17)1$ | 9 | $(57)0$ | 17 | $(46)0$ |
| 2 | $(26)1$ | 10 | $(68)1$ | 18 | $(48)1$ |
| 3 | $(28)0$ | 11 | $(66)1$ | 19 | $(57)1$ |
| 4 | $(35)1$ | 12 | $(17)1$ | 20 | $(57)0$ |
| 5 | $(46)1$ | 13 | $(26)1$ | 21 | $(68)1$ |
| 6 | $(46)0$ | 14 | $(28)0$ | 22 | $(66)0$ |
| 7 | $(48)1$ | 15 | $(35)1$ | 23 | $(88)0$ |
| 8 | $(57)1$ | 16 | $(46)1$ | 24 | |

φ 为单粒子轨道波函数,在 QDCSM 中是蜕定域的:

$$\begin{aligned}\varphi_l &= \frac{(\phi_L + \varepsilon_1 \phi_R + \varepsilon_2 \phi_U)}{N_l(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}, & N_l(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= \sqrt{\langle \varphi_l | \varphi_l \rangle} \\ \varphi_r &= \frac{(\phi_R + \varepsilon_1 \phi_L + \varepsilon_2 \phi_U)}{N_r(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}, & N_r(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= \sqrt{\langle \varphi_r | \varphi_r \rangle} \\ \varphi_u &= \frac{(\phi_U + \varepsilon_3 \phi_L + \varepsilon_3 \phi_R)}{N_u(\varepsilon_3)}, & N_u(\varepsilon_3) &= \sqrt{\langle \varphi_u | \varphi_u \rangle}\end{aligned}\quad (8)$$

其中 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 为蜕定域参数,它们的大小由系统的动力学性质通过变分方法确定. ϕ 为高斯波函数(定域单粒子波函数):

$$\begin{aligned}\phi_L(\mathbf{r}) &= \left(\frac{1}{\pi b^2}\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{1}{2b^2}(r+\frac{s}{2})^2} \\ \phi_R(\mathbf{r}) &= \left(\frac{1}{\pi b^2}\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{1}{2b^2}(r-\frac{s}{2})^2} \\ \phi_U(\mathbf{r}) &= \left(\frac{1}{\pi b^2}\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{1}{2b^2}(r-t)^2}\end{aligned}\quad (9)$$

s 为 2 个双夸克团之间的距离, t 为反夸克 \bar{u} 到底部 2 个双夸克团连线中点的距离.

我们采用绝热近似来计算五夸克系统的能量. 在单道情况下,对每一个 s 和 t ,五夸克系统的能量可以定义为:

$$E_5 = \frac{\langle \Psi_{5q}^k | H | \Psi_{5q}^k \rangle}{\langle \Psi_{5q}^k | \Psi_{5q}^k \rangle} \quad (10)$$

其中蜕定域参数通过变分条件

$$\frac{\partial E_5}{\partial \varepsilon_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

确定. 在多道耦合情况下,需要解哈密顿量在 $\{\Psi_{5q}^k, k = 1, \dots, 23\}$ 上的本征方程,得到五夸克体系的能量和相应的波函数.

2 计算结果

利用重子的性质可以确定模型参数,见表 3.

表 3 模型参数

| $m_{\bar{u}(d)}/(\text{MeV})$ | $m_s/(\text{MeV})$ | $b/(10^{-15} \text{ m})$ | $a/(10^{30} \text{ MeV/m}^2)$ | α_s | $\mu/(10^{30} \text{ MeV/m}^2)$ |
|-------------------------------|--------------------|--------------------------|-------------------------------|------------|---------------------------------|
| 313 | 560 | 0.603 | 25.13 | 1.54 | 1.0 |

基于以上模型和参数,我们计算了 $\mu = 0, \varepsilon = 0; \mu = 1, \varepsilon = 0; \mu = 0, \varepsilon \neq 0$ 及 $\mu = 1, \varepsilon \neq 0$ 四种情况时五夸克体系的能量. 利用 2 个双夸克团的对称性,可以推出第 1, \dots , 11 道的宇称为正(轨道对称性为 [4] 或 [22]),再加上反夸克 \bar{u} ,总的宇称为负;第 12, \dots , 23 道的宇称为负(轨道对称性为 [31]),再加上反夸克 \bar{u} ,总的宇称为正. 由于宇称为好量子数,以下我们将正负宇称分开讨论.

表 4 给出了单道以及道耦合后的最低能量. 23 个单道的能量随 s, t 的变化趋势都很相似,图 2 给出了 $\mu = 1, \varepsilon \neq 0$ 时,道耦合后负宇称最低能态的能量随 s, t 的变化情况. 图 3 给出了 $\mu = 1, \varepsilon \neq 0$ 时,单道和道耦合时正负宇称最低能量随距离 s 的变化情况($t = 0 \text{ m}$). 很清楚系统存在等效吸引,这是形成共振态的必要条件. 从表 4 中可以看出,负宇称态的能量总是比正宇称态的能量低. 最低能量出现在第 7 道,其 2 个双夸克团的颜色,同位旋和自旋对称性分别为 $[2] \times [11], [11] \times [11]$ 和 $[2] \times [11]$. 第 23 道对应 Jaffe-Wilczek 所处理的组态,最低能量为 2 005 MeV.

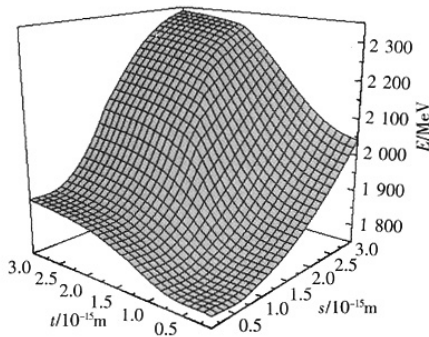


图2 负宇称最低能量随 s, t 的变化关系($\mu=1, \epsilon \neq 0$)

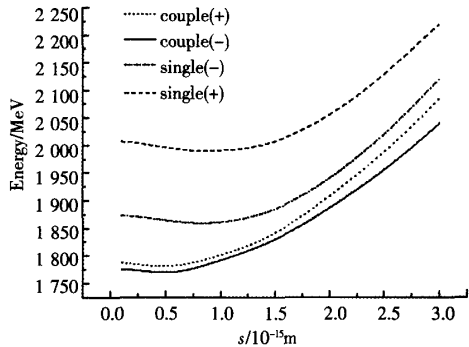


图3 耦合后 $\mu=1, \epsilon \neq 0, t=0$ 时的情况

表4 各单道及道耦合后的最低能量

| | 宇称 (Parity) | $s/(10^{-15} \text{ m})$ | $t/(10^{-15} \text{ m})$ | ϵ_1 | ϵ_2 | ϵ_3 | $E/(\text{MeV})$ |
|----------------------------|-------------|--------------------------|--------------------------|--------------|--------------|--------------|------------------|
| $\mu = 1, \epsilon \neq 0$ | 单道 (-) | 0.5 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 1 781 |
| | 道耦合 (-) | 0.5 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.0 | 1 770 |
| | 单道 (+) | 1.0 | 0.8 | 0.9 | 0.99 | 0.99 | 1 976 |
| | 道耦合 (+) | 0.8 | 0.0 | 0.0 | 0.5 | 0.1 | 1 859 |
| | 23 (+) | 1.4 | 0.1 | 0.0 | 0.6 | 0.5 | 2 005 |
| $\mu = 0, \epsilon \neq 0$ | 单道 (-) | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 1 958 |
| | 道耦合 (-) | 0.1 | 0.0 | 0.99 | 0.99 | 0.0 | 1 946 |
| | 单道 (+) | 0.6 | 0.5 | 0.3 | 0.7 | 0.9 | 2 191 |
| | 道耦合 (+) | 0.2 | 0.0 | 0.99 | 0.9 | 0.5 | 1 989 |
| | 23 (+) | 0.7 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.99 | 2 217 |
| $\mu = 1, \epsilon = 0$ | 单道 (-) | 0.4 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1 784 |
| | 道耦合 (-) | 0.4 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1 776 |
| | 单道 (+) | 0.6 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 2 001 |
| | 道耦合 (+) | 0.6 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1 879 |
| | 23 (+) | 1.0 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 2 054 |
| $\mu = 0, \epsilon = 0$ | 单道 (-) | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1 958 |
| | 道耦合 (-) | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1 946 |
| | 单道 (+) | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 2 201 |
| | 道耦合 (+) | 0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 2 065 |
| | 23 (+) | 0.7 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 2 220 |

从表中可以看出,当 $\mu = 1, \epsilon \neq 0$ 时,负宇称态的能量最低: 1 781 MeV,并且道耦合后的最低能量(1 770 MeV) 与其相差不大,这说明在道耦合中起决定作用的是第 7 道. 从 s, t 和 ϵ 的取值来看,三角形底部两团保持分开,顶部反夸克 \bar{u} 倾向于与底部两团处于一条线上,形成线性结构. 对于正宇称态,第 20 道的能量最低: 1 976 MeV,道耦合后的最低能量为 1 859 MeV,与单道最低能量有较大变化,说明各单道对道耦合都有贡献. 这样结果表明,五夸克态 Ξ^{--} 倾向于取轨道宇称为正,再加上反夸克 \bar{u} ,总的宇称为负的结果. 这与 Jaffe-Wilczek 估算结果不同. 他们认为 Ξ^{--} 能量大约为 1 750 MeV 左右,宇称为正. 差异的原因在于他们忽略了 2 个双夸克团间的相互作用. 由表 4 可以看出 4 种情况存在一定差异,引入 $\mu = 1$ 并容许夸克蛇定域,可将能量压低 200 MeV 左右.

为了比较,图 4 给出了传统模型($\mu = 0, \epsilon = 0$) 的结果(负宇称态),此时能量随距离增加单调上升,并且能量远大于我们模型的计算结果.

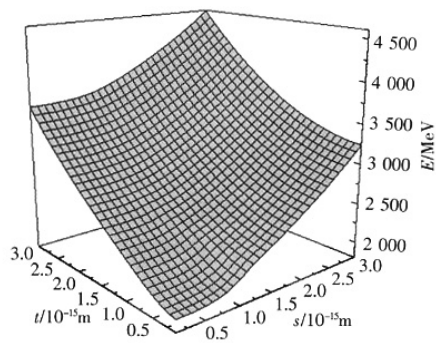


图4 负宇称最低能量随 s, t 的变化关系($\mu=0, \epsilon=0$)

3 总结

对于五夸克体系,我们利用夸克蜕定域色屏蔽模型,计算了双夸克结构的五夸克系统 Ξ^{--} 在绝热近似下的能量.我们发现能量最低态的字称为负,能量值和传统模型相比,能量得到了较大压低,和目前的实验值相比偏低,但仍高于理论阈值(Ξ^- 和 π^- 的理论质量之和为 1582 MeV). 计算还表明对于能量最低态道耦合效应不大. 五夸克系统是否存在,具有什么样的结构,需要实验和理论的进一步发展. 下一步,我们准备采用同样的方法计算 Jaffe-Wilczek 所提到的反十重态^[9],同时推广到 u, d, s, c 夸克研究所有可能的五夸克系统.

[参考文献]

- [1] Diakonov D, Petrov V, Polyakov M. Exotic anti-decuplet of baryons: Prediction from chiral solitons[J]. Z Phys A, 1997, 359(3):305-314.
- [2] Nakano T, Ahn D S, Ahn J K, et al. Evidence for a narrow $S = +1$ baryon resonance in photoproduction from the neutron[J]. Phys Rev Lett, 2003, 91(1): 012002-1-012002-4.
- [3] Hicks K. Experimental search for pentaquarks[J]. Prog Part Nucl Phys, 2005, 55(2): 647-676.
- [4] Battaglieri M, De Vita R, Kubarovsky V, et al. (CLAS Collaboration). Search for $\Theta^*(1540)$ pentaquark in high-statistics measurement of $\gamma p \rightarrow \bar{K}^0 K^+ n$ at CLAS[J]. Phys Rev Lett, 2006, 96(4): 042001-1-042001-6.
- [5] Alt C, Anticic T, Baatar B, et al. (NA49 Collaboration). Evidence for an exotic $S = -2$, $Q = -2$ baryon resonance in proton-proton collisions at the CERN SPS[J]. Phys Rev Lett, 2004, 92(4): 042003-1-042003-5.
- [6] Abt I, Adams M, Agari M, et al. (HERA-B Collaboration). Limits for the central production of Θ^+ and Ξ^{--} pentaquarks in 920-GeV pA collisions[J]. Phys Rev Lett, 2004, 93(21):212003-1-212003-6.
- [7] Aubert B, Barate R, Boutigny D, et al. (BaBar Collaboration). Search for strange-pentaquark production in e annihilation at $\sqrt{s} = 10.58$ GeV[J]. Phys Rev Lett, 2005, 95(4):042002-1-042002-7.
- [8] Chekanov S, Derrick M, Magill S, et al. (ZEUS Collaboration). Search for pentaquarks decaying to $\Xi - \pi$ in deep inelastic scattering at HERA[J]. Phys Lett B, 2005, 610(3): 212-224.
- [9] Jaffe R, Wilczek F. Diquarks and exotic spectroscopy[J]. Phys Rev Lett, 2003, 91(23): 232003-1-232003-4.
- [10] Walliser H, Kopeliovich V B. Exotic baryon states in topological soliton models[J]. J Exp Theor Phys, 2003, 97(3): 433-440.
- [11] Wang F, Wu G H, Teng L J, et al. Quark delocalization, color screening, and nuclear intermediate range attraction[J]. Phys Rev Lett, 1992, 69(20): 2901-2904.
- [12] Ping J L, Wang F, Goldman T. Effective baryon-baryon potentials in the quark delocalization and color screening model[J]. Nucl Phys A, 1999, 657(1): 95-109.
- [13] Wang F, Ping J L, Wu G H, et al. Quark delocalization, color screening, and dibaryons[J]. Phys Rev C, 1995, 51(6): 3411-3420.
- [14] Wu G H, Teng L J, Ping J L, et al. Quark delocalization, color screening, and $N-N$ intermediate range attraction: P -waves[J]. Phys Rev C, 1996, 53(3): 1161-1166.
- [15] Ping J L, Wang F, Goldman T. d' baryon in the quark delocalization, color screening model[J]. Phys Rev C, 2000, 62(5):054007-1-054007-6.

[责任编辑:丁 蓉]