

# 基于 Strahler 积分的 DEM 精度评价模型

任志峰, 刘学军, 卢华兴, 卞璐

(南京师范大学虚拟地理环境教育部重点实验室, 江苏 南京 210046)

[摘要] 提出了一种新的基于规则格网 DEM 的 Strahler 积分算法, 并在此基础上提出了 DEM 的 Strahler 积分精度评价模型. 该模型利用 Strahler 积分值表达规则格网 DEM 的整体误差, 同时在一定程度上体现了 DEM 误差的空间分布, 避免了常用 DEM 中误差模型的不唯一性以及等高线套合难以量化的缺点.

[关键词] 数字高程模型, DEM 精度, Strahler 积分, 误差分布

[中图分类号] K825.89 [文献标识码] A [文章编号] 1001-4616(2008)02-0119-05

## DEM Accuracy Model Based on Area-altitude Analysis of Strahler

Ren Zhifeng, Liu Xuejun, Lu Huaxing, Bian Lu

(Virtual Geographical Environment of MOE Key Laboratory, Nanjing Normal University, Nanjing 210046, China)

**Abstract** A new model which could evaluate the accuracy of Grid digital elevation model (Grid DEM) is recommended to study both the DEM's quantitative global error and its error distribution by area-altitude analysis of A. N. Strahler which is widely used in geomorphology. Further, a new arithmetic which would calculate the Strahler's curve and its integral quantity quickly and uniquely is designed to support this model. To ensure its reliability, additionally, a comparison between this model and root mean square error (RMSE) based on three different sets of Grid DEM data interpolated from the same contour data is also discussed at the end of the paper.

**Key words** Digital Elevation Model, DEM accuracy, area-altitude analysis of Strahler, error distribution

数字高程模型 (Digital Elevation Model, DEM) 是我国空间信息数据基础设施的重要组成部分. 随着地理信息系统 GIS 的应用和普及, DEM 的技术优势和应用前景逐步为人们所认识, DEM 开始作为空间数据库实体为 GIS 进行空间分析和辅助决策提供充实而便于操作的数据基础, 同时与 GIS、遥感等的结合也越来越紧密<sup>[1]</sup>. 其应用也遍布测绘、交通、军事、水利、农业、环境与规划等地理学领域<sup>[2,4]</sup>. 规则格网模型是一种广泛应用的 DEM 结构模型. 事实上, 规则格网 DEM 已成为一种通用的 DEM 数据组织标准, 我国 1:5 万比例尺以下的 DEM 数据以及其它许多国家 (如美国 USGS DEM) 的 DEM 数据都是以规则格网形式提供的. 本文以下所提到的 DEM 数据, 均是指规则格网 DEM 数据, 涉及的算法以及模型也都是针对的规则格网 DEM 数据.

与其它成熟的数据产品一样, 广泛的应用要求 DEM 数据必须有其完善的精度评价体系. 一般的 DEM 精度依赖于原始数据质量 (包括数据源精度、比例尺)、采样精度、分辨率和内插方法等, 因而 DEM 的质量评价着重考虑的是数据源和数据处理技术. 此外, DEM 的应用目的也要有所考虑<sup>[5]</sup>. 对 DEM 精度的研究在 1988 年之前主要集中在内插技术方面, 即试图通过内插方法的改善来提高 DEM 的精度. 此后, 随着技术的发展以及数据采集技术的改进, 人们逐步认识到内插方法对 DEM 精度的提高是有限的, 对 DEM 精度研究逐步由内插分析转向原始数据质量控制与分析, 先后提出了利用傅立叶变换、统计学、区域变化理论、地理统计学等数学工具分析研究 DEM 精度和精度模型<sup>[6]</sup>. 近年来, 国内在 DEM 精度评价理论方面也做了大量研究. 唐新明等<sup>[7]</sup>论述了基于等高线和高程点建立 DEM 的精度评价方法. 马龙等<sup>[8]</sup>则比较了目前国内主流的 3 个 GIS 软件的 DEM 产品精度. 胡鹏等<sup>[9]</sup>对 DEM 基本误差理论进行了分析, 同时给出了常用

收稿日期: 2007-09-16

基金项目: 国家自然科学基金 (40571120), 国家 863 计划 (2006AA12Z212) 资助项目.

通讯联系人: 刘学军, 教授, 博士生导师, 研究方向: 程模型与数字地形分析等. E-mail: liuxuejun@njnu.edu.cn

DEM 内插方法的误差评定模型. 王光霞和崔凯<sup>[10]</sup>提出了一种基于分形分析的 DEM 精度评估模型. 胡鹏等<sup>[11]</sup>研究了 DEM 的误差理论体系.

目前, 通常的 DEM 质量评价指标为 DEM 高程中误差. 然而, 采用该模型进行 DEM 数据精度评价会遇到相同数据不同抽样中误差结果不同, 以及单值指标不能反映误差的整体空间分布情况等困难. 具体的, 胡鹏等<sup>[9]</sup>指出在国家测绘局关于 1:5 万 DEM 生产精度标准中规定, 基本等高距为 5 m 的山地地区, DEM 格网点高程中误差为 11 m, 同时规定“DEM 内插等高线回放图与原底图按千米格网叠合检查, 等高线偏离不大于 1/2 等高距”. 当回放图与原图叠合满足等高线偏离不大于 1/2 等高距 (等高线点高程限差为 2.5 m) 时, DEM 格网点误差大于 11 m 的可能性几乎为零. 而据概率理论和实际统计, 大于“中误差”的偶然误差出现的概率为 33%. 胡鹏等<sup>[9]</sup>从误差理论分析出发提出应当采用再生等高线与原等高线叠合检查作为评价 DEM 精度的主要指标. 但是, 叠合检查却也存在着数据质量评价标准难以量化的问题. 此外, 还有人提出采用 DEM 重构等高线的偏移误差面积与原等高线的长度之比评估 DEM 的整体性误差. 但这样也存在着重构等高线的面积取决于等高线平滑方法从而引入新的误差干扰评价结果的问题. 鉴于此, 本文提出基于 Strahler 积分的 DEM 精度评价模型以期避免上述问题.

## 1 Strahler 积分及其基于 DEM 的算法实现

### 1.1 Strahler 积分

美国地貌学家斯特拉勒 (Strahler A N) 在 50 年代提出描述流域侵蚀地貌演化状态的面积—高程分析方法, 后被称为 Strahler 积分. 此方法随后应用范围不断拓展, 在地质领域我国学者常常用来对地貌发育过程、宏观地貌特征、地表高程分配等进行定量分析和描述, 同时 Strahler 积分也是流域地形分析和模拟的重要指标之一. 如: 焦峰和李壁成<sup>[12]</sup>, 武春龙等<sup>[13]</sup>使用 Strahler 积分对特定小流域侵蚀形态特征进行了研究; 姜鲁光和张祖陆<sup>[14]</sup>对山地流域地貌进行了高程—面积分析; 王晓朋<sup>[15]</sup>使用 Strahler 面积—高程分析与信息熵原理的有机结合进行了泥石流危险性定量评价.

数学上, 以某一区域的高程和该高程以上面积的百分比或频率为纵、横坐标轴所绘制的统计图被称之为高程分布曲线, 又称高程面积曲线或高程面积频率曲线. 此曲线与坐标轴所包围的面积, 即此曲线在一定范围的定积分就是 Strahler 积分. 其定义如下:

首先对作为统计图横坐标的高程标准化, 即把所有的高度都换算成相对高度 (以流域最低点为基础), 令

$$h'_i = \frac{h_i - H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}}. \quad (1)$$

式中  $h_i$  为等高线的高程 (海拔),  $H_{\min}$  为流域的最低点高程,  $H_{\max}$  是流域最高点的高程, 这时相对高程  $h'_i$  的取值范围是 0 ~ 1 同理面积尺度则取某一条等高线以上的面积  $S_i$  与整个流域面积  $S$  的比值, 其值范围也为 0 ~ 1, 即令

$$S'_i = \frac{S_i}{S}. \quad (2)$$

如果以  $S'_i$  为  $x$  轴,  $h'_i$  为  $y$  轴, 则可得到曲线  $y = f(x)$ , 此曲线称为 Strahler 面积高程曲线. 如果计算高程曲线与坐标轴所包围的面积, 即:

$$s = \int_0^1 f(x) dx. \quad (3)$$

上述 Strahler 积分自 1952 年被提出以来, 在地质地貌领域得到了大量的应用. 随着这一领域 GIS 方法的深入使用以及 DEM 数据的精确化、完备化, 国内在 Strahler 积分等定量地学分析手段在使用上显得更方便、更广泛. 孙希华等<sup>[16]</sup>就以 DEM 数据为基础, 采用 Strahler 高程—面积分析法对山东沂沭泗河流域地貌演化与水土流失进行了研究. 就 Strahler 积分计算而言, DEM 数据的引入无疑使其更加精确, 同时在易用性上也较之在纸质地形图上的所谓地貌形态计量分析要好. 但是, 目前实现 Strahler 积分的算法本身却依然停留在纸质地形图时代的思维习惯上, 即考虑将等高线所围面积量算出来作为该等高线所在高程  $h'_i$  所对应的等高线以上高程所占面积  $S'_i$  及  $h'_i$  本身代入高程分布曲线图拟合曲线进行积分计算. 此算法不仅

面积计算复杂, 对洼地等特殊情况要区别对待; 即使基于 DEM 也须重构等高线, 会带来新的误差; 还有冗长的积分曲线拟合及积分值计算等问题. 最为关键的, 此种方法计算 Strahler 积分过程无法脱离人机交互. 因此, 如需考察大量数据的 Strahler 积分曲线及积分值, 必然需要有一种自动化的快捷的算法.

## 1.2 基于 DEM 的 Strahler 积分算法实现

考虑到前文所述要求, 利用 DEM 本身规则格网的特点, 本文提出一种新的基于 DEM 的 Strahler 积分算法, 其基本思路是: 由于 Strahler 积分曲线坐标系统的  $x$  轴  $S'$  是一个相对面积比的概念, 因而可以利用 DEM 单位格网覆盖面积一定这一性质将相对面积转化为一定高程以上所覆盖之格网数与图幅总格网数之比, 即:

$$S'_i = \frac{S_i}{S} = \frac{\text{大于特定高程之格网数}}{\text{总格网数}} \quad (4)$$

这样就避免了考察每一条等高线所围面积这一在 DEM 下容易出现累积误差的过程. 同时应当指出的是, 通过对高程数据的排序, 可以轻易得到用户所制定的任意“等高线间隔”的“等高线”高程以上所覆盖之格网数, 也就是说用于“拟合”Strahler 曲线的点关于  $y$  轴的分布是等间距的, 而且点的数目可以任意指定. 又根据高等数学可知所谓定积分是一定范围内一系列高为该曲线在矩形处对应  $y$  值且等宽的连续矩形面积之和在其宽度趋近于无限小时的极限. 同样的, 对于单调不增的 Strahler 曲线, 当“等高线间隔”足够小, 即“等高线”数量  $n$  足够多时, 同样可以用一系列“横放的”矩形来逼近 Strahler 曲线的定积分值, 即:

$$s = \int_0^1 f(x) dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S'_i \quad (5)$$

而这一过程的算法实现同样比对 Strahler 曲线使用高次曲线拟合更加易于实现, 同时也避免了等高线重构及曲线拟合所带来的误差. 这样就得到了 DEM 高程图的 Strahler 积分值.

基于 DEM 的自动化 Strahler 积分具体算法如下:

- (1) 读入一幅 DEM 内所有格网之高程值 (Strahler 积分只考察高程值聚集情况, 因而无需格网坐标信息);
- (2) 对所有高程值进行由大至小排序;
- (3) 确定足够小的“等高线间隔”, 计算出每一条“等高线”的高程;
- (4) 将“等高线”高程由大至小依次与排序后的 DEM 高程值顺序比较大小直至出现某一 DEM 格网高程小于“等高线”高程, 记录下这一格网高程在 DEM 高程排序中的序列号 (后一“等高线”只须在前一“等高线”高程对应序列号之后继续搜索即可);
- (5) 上述“等高线”对应序列号即为大于其高程的格网数, 由此可由 (5) 式计算出  $S'_i$ ; 继而根据上述公式算得该 DEM 的 Strahler 积分值, 并可依次连接各“等高线”在相对面积-相对高程坐标系中对应点以及点 (0, 1)、(1, 0) 得到 Strahler 积分曲线.

可以看出, 上述算法的主要运算集中于排序和比较计算, 复杂度较低, 足以应付大量数据; 同时不论制定多大的“等高线”数, 所有 DEM 格网均只比较一次, 对总体时间影响不大; 最为重要的是, 该算法计算 Strahler 积分值的过程简单, 可轻易实现批量数据的 Strahler 积分值的求取.

## 2 DEM 的 Strahler 积分精度评价方法

(1) 为比较方便, 可将 Strahler 积分曲线转换到以相对高程为  $x$  轴, 以相对面积为  $y$  轴的平面直角坐标系中, 易知曲线的积分值不变. 采用 Strahler 积分对 DEM 的精度进行评价, 其步骤可概括为:

- (2) 利用原始等高线数据构建需要评价的规则格网 DEM 数据.
- (3) 计算原始等高线数据的 Strahler 积分. 由于原始等高线数据并非 DEM 数据, 因而其 Strahler 积分曲线的绘制和积分值的计算无法采用上述算法, 而是采用 Strahler 积分计算的经典思路, 即对每条等高线所围面积进行量算从而在坐标系中绘制其对应的点并拟合为积分曲线求取其积分值.
- (4) 计算规则格网 DEM 数据的 Strahler 积分. 采用上述基于 DEM 的 Strahler 积分算法.
- (5) 比较步骤 2、3 所得两 Strahler 积分曲线可得生成的 DEM 数据较之原始等高线数据主要的误差分布情况.

(6)最后,可以得到两积分曲线的积分值差值的绝对值与等高线数据高程值之比(即相对 Strahler 积分值)的大小。

### 3 使用 Strahler 积分模型评价 DEM 精度的实验

DEM 网格单元的值是通过分布在网格周围的采样点内插得到的. 为验证上述模型, 现采用数学曲面进行高程采样, 再使用不同内插方法内插得到 DEM 表面。

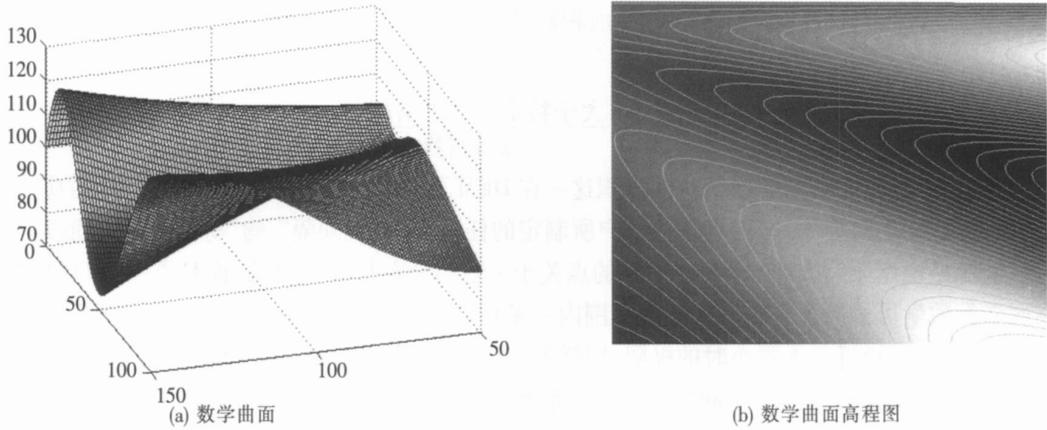


图 1 实验所用原始数据的数学曲面及其 2 m 等高线图

Fig.1 The original mathematical surface and its 2 m contour map used in the experiment

以此对实际 DEM 的生产进行模拟, 并采用 Strahler 积分模型对不同内插方法生产得到的 DEM 数据进行精度评价。

选择一数学曲面提取的 2 m 间隔等高线数据(如图 1)作为实验数据. 该数学曲面公式为:

$$z = (x^2 + y^2) \frac{\sin\left(2\arctan\frac{2y}{x}\right)}{1000} + 100. \quad (6)$$

其中  $50 < x < 150$   $0 < y < 100$ , 并令单位为米 (m)。

通过对此等高线数据分别采用 3 种不同内插方法: 反距离权 (IDW)、简单克里格 (Krig) 以及最小曲率法内插 (Mini) 可生成 3 幅相同区域 (100 m × 100 m), 分辨率同为 1 m 的 DEM 数据. 按前文所述方法可绘制此 3 幅 DEM 以及等高线数据的 Strahler 积分曲线(以相对高程为 x 轴, 以相对面积为 y 轴), 如图 2

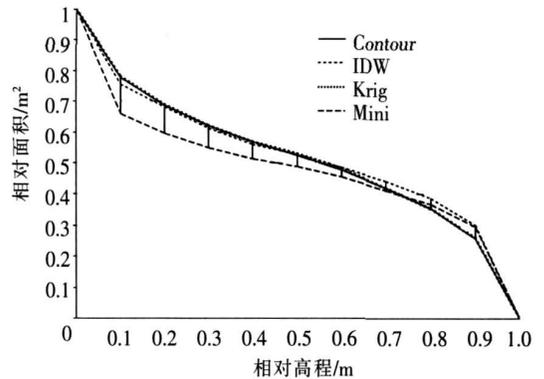


图 2 IDW、Krig、Mini 3 种内插方法构建 DEM 以及原始等高线数据(contour)的 Strahler 积分曲线图

Fig.2 The Strahler curves of three maps interpolated with different methods and the original contour map

同时, 可得上述 3 幅 DEM 数据的 Strahler 积分值与等高线数据 Strahler 积分值 (0.519) 之差. 另在原数学曲面生成相同分辨率 (100 × 100) 的 DEM 作为该区域的真值 DEM, 由此得到 3 幅内插 DEM 数据所有网格数据的中误差作为精度参照, 如表 1。

表 1 3 种内插方法构建 DEM 数据的相对 Strahler 积分值与 DEM 数据全格网中误差的对照

Table 1 The comparison between curve the integral quantity of Strahler's and root mean square of error

数据	相对 Strahler 积分值	DEM 数据中误差
反距离权插值 DEM	0.012	2.146
简单克里格插值 DEM	0.003	0.803
最小曲率法插值 DEM	0.066	2.435

由于采用数学曲面作为内插原始数据, 因此可以曲面本身作为真值, 内插生成表面与之比较可完整地体现 DEM 数据的整体误差. 从表 1 的结果可以看出相对 Strahler 积分值对 3 幅数据精度的评价结果 (简单克里格插值 DEM > 反距离权插值 DEM > 最小曲率法插值 DEM) 与中误差模型评价结果基本一致. 即 Strahler 积分值可以从整体上反映 DEM 的精度。

同时通过对 Strahler 积分曲线的考察可以得到 DEM 数据误差的分布情况, 如对于图 2 中相对误差较

大的最小曲率法插值 DEM,其误差明显集中在等高线数据相对高程 0.1~0.4 m 的范围内。结果表明,Strahler积分模型可以反映规则格网数据的整体误差并且在一定程度上反映了误差的空间分布。

## 4 结论

本文提出了 Strahler积分模型这一格网 DEM 精度评价方法,同时给出了一种新的基于 DEM 的 Strahler积分计算方法,避免了经典方法等高线重构及曲线拟合所带来的误差,简化了 Strahler积分模型评价 DEM 精度的步骤。最后,通过实验验证了该模型。

本质上,DEM 的 Strahler积分精度评价模型原理与等高线叠置分析类似,但在整体上却能通过定积分的形式求取定量的数值来表达 DEM 的精度。同时,由于 Strahler积分模型考察了 DEM 图幅内所有高程点信息,保证了 Strahler积分值作为精度评价指标的唯一性,从而避免了采用 DEM 中误差作为精度指标时容易出现的不同抽样计算得到不同结果的情况。使用单一模型得到了定量整体精度与空间误差分布信息的统一,是 Strahler积分精度评价模型的主要特点。另一方面,该模型同时亦存在不能评价非等高线数据生成之 DEM 以及无法在空间分析中利用误差传播理论进行进一步推导等不足,有待进一步研究。

### [参考文献]

- [1] 李志林,朱庆. 数字高程模型[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2000 2
- [2] 王秀云,陈晔,周厚华,等. DEM 在林地资源表面积调查中的应用[J]. 南京师范大学学报:工程技术版, 2006 6(1): 86-90
- [3] 沈婕,阎国年. 动态分段技术及其在地理信息系统中的应用[J]. 南京师大学报:自然科学版, 2002 25(4): 105-109
- [4] 张雅彬,孙在宏,吴长彬. 基于 GIS 的土地利用总体规划管理信息系统的开发与研究[J]. 南京师大学报:自然科学版, 2004 27(2): 107-110
- [5] 周启鸣,刘学军. 数字地形分析[M]. 北京: 科学出版社, 2006 72
- [6] 汤国安,刘学军,阎国年. 数字高程模型及地学分析的原理与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2005 191
- [7] 唐新明,林宗坚,吴岚. 基于等高线和高程点建立 DEM 的精度评价方法探讨[J]. 遥感信息, 1999(3): 7-10
- [8] 马龙,杜道生. GIS 中 DEM 产品精度的分析和评价[J]. 测绘信息与工程, 2003, 28 (3): 4-6
- [9] 胡鹏,吴艳兰,胡海. 数字高程模型精度评定的基本理论[J]. 地球信息科学, 2003(3): 64-70
- [10] 王光霞,崔凯,戴军. 基于分形的 DEM 精度评估[J]. 测绘学院学报, 2005, 22 (2): 107-109
- [11] 胡鹏,吴艳兰,胡海. 再论 DEM 精度评定的基本理论问题[J]. 地球信息科学, 2005(3): 28-33
- [12] 焦峰,李壁成. 大岔沟侵蚀地貌分析与治理措施优化配置[J]. 水土保持通报, 1996, 16 (6): 54-58
- [13] 武春龙,李壁成,雷会珠. 小流域侵蚀地貌演化的计量分析[J]. 水土保持学报, 1997, 3 (4): 55-61
- [14] 姜鲁光,张祖陆. 鲁中南山地流域地貌的高程——面积分析[J]. 山东师范大学学报:自然科学版, 2003, 18 (1): 63-66
- [15] 王晓朋,潘懋,任群智. 基于流域系统地貌信息熵的泥石流危险性定量评价[J]. 北京大学学报:自然科学版, 2006 42(专集): 1-5
- [16] 孙希华,姚孝友,周虹,等. 基于 DEM 的山东沂沭泗河流域地貌演化与水土流失研究[J]. 水土保持通报, 2005, 25 (4): 24-37.

[责任编辑:孙德泉]