

有限策略型博弈中的相关策略 与具有合约的博弈及其均衡

刘肇军¹, 刘宗谦², 冯素芬^{2,3}

(1 贵州师范大学经济管理学院, 贵州 贵阳 550001)

(2 首都师范大学数学科学研究院, 北京 100037)

(3 北京工业职业技术学院, 北京 100042)

[摘要] 在 Myerson 介绍相关策略和具有合约的博弈的基础上, 给出有限策略型博弈中相关策略、具有合约的博弈、最小化最大值、期望支付配置集和满足个人理性的期望支付配置集等定义, 技术性地得出它们的一些性质; 利用刘宗谦给出的混合策略性质及其记号, 说明了相关策略与策略组合、内含签约的均衡与 Nash 均衡之间的关系, 并提供其理论上的证明, 得出操作的方法. 并通过例子说明论文中的一些结果, 验证了 Fudenberg 和 Tirole 所得出的相应结论.

[关键词] 相关策略, 合约, 配置, 均衡

[中图分类号] F2 [文献标识码] A [文章编号] 1001-4616(2008) 03-0033-06

The Correlated Strategy and Game With Contract and Equilibria in the Games of Finitely Strategic Form

Liu Zhaojun¹, Liu Zongqian², Feng Sufen^{2,3}

(1. School of Economic Management, Guizhou Normal University, Guiyang 550001, China)

(2. School of Mathematical Science, Capital Normal University, Beijing 100037, China)

(3. Beijing Polytechnic College, Beijing 100042, China)

Abstract The definitions of correlated strategy, game with contract, minmax value, the allocation set of expectation payment and one which satisfies the individual-rationality etc. were given in the games of finitely strategic form through the concepts of correlated strategy and game with contract that is based on Myerson. Some properties or characteristics for these concepts were technically obtained. Using the properties in mixed strategies and the notation given by Liu Zongqian, the relations of correlated strategies and mixed strategies, equilibrium with contract and Nash equilibrium were explained and proved theoretically. The methods of operating them were obtained. Then some outcomes were showed by examples, and the corresponding result given by Fudenberg and Tirole were examined.

Key words correlated strategy, contract, allocation, equilibrium

均衡的选择依赖于正在进行的博弈, 也依赖于局中人博弈的表现. 如何在均衡集中进行选择 and 如何定义均衡的概念是相互联系的^[1].

Nash 均衡是局中人在选择策略的局势中进行合理预测的最低必要条件. 局中人从不是弱 Pareto 有效的 Nash 均衡中得到的社会支付和小于非 Nash 均衡的社会支付和时, 局中人有可能通过通信协调他们的行动, 获得更好的结果, 即扩大了博弈的均衡集. Aumann^[24]提出了相关均衡概念, 指出局中人能否使用相同的随机化工具, 设计某种形式的均衡选择机制, 去解决多重均衡选择的问题是十分重要的. 相关均衡是 Nash 均衡的一种扩展. 相关策略与相关均衡有密切的关系.

有关相关策略及其内含签约均衡的讨论, 除 Myerson^[5,6]有比较详细的介绍外, 在现有文献中还不多见. 揭示有限策略型博弈中相关策略和混合策略组合的关系与区别, 相关策略和具有合约博弈的联系, 内含签约的均衡和 Nash 均衡的关系在博弈理论的研究和应用中是重要的. 因为, 它能够随机化说明焦点效

收稿日期: 2008-02-03

通讯联系人: 刘肇军, 博士, 副教授, 研究方向: 数理经济学、区域经济学. E-mail: lz@gznu.edu.cn

应, 选择和实现某一均衡的问题; 明确具有通信的博弈与具有合约博弈的关系与区别; 进一步说明相关均衡与 Nash 均衡的关系; 为均衡的定义、机制创新而提供见识.

本文在 Myerson 介绍相关策略概念和具有合约博弈的基础上, 通过例子描述相关策略概念和作用; 给出相关策略、具有合约的博弈、最小化最大值、期望支付配置集和满足个人理性的期望支付配置集等概念, 证明了它们的一些性质; 参考刘宗谦^[7, 8]给出的混合策略性质和记号, 说明了相关策略与策略组合、内含签约均衡与 Nash 均衡之间的关系, 给出其理论上的证明, 提出操作的方法. 最后, 通过例子说明论文中的一些结果, 验证了 Fudenberg 和 Tirole^[9]所得出的结论.

1 相关策略的描述

对有多个 Nash 均衡的博弈, Schelling^[10]指出, 如果局中人的注意力都集中到某一均衡上, 那么他们就能够预期到并随之实现这个均衡; 他称这一现象为焦点效应, 这个自行应验的均衡是一个焦点均衡.

但是, 焦点效应不可能导致理性的局中人都去执行非 Nash 均衡策略. 例如, 表 1 表示的博弈 (取材于 [2]) 有两个纯策略 Nash 均衡和, 及一个混合策略 Nash 均衡 ((1/2, 1/2), (1/2, 1/2)); 对应的支付向量显然都小于的社会支付和. 如果一个仲裁人考虑到效率和公平, 在博弈之前向局中人推荐非 Nash 均衡, 但是, 它是不能自行应验的^[11, 12].

如果有可能, 局中人将希望去改造这个博弈, 定义新的均衡, 以获得更好的结果. 这正是 Aumann 提出相关均衡的意义.

相关策略与相关均衡有密切的关系. 可用类似于 Bimore 和 Brandenburger^[13]的斗鸡博弈 (见表 2) 来说明, 它有 3 个 Nash 均衡: (坚持, 退出), (退出, 坚持), ((1/4, 3/4), (1/4, 3/4)); 对应的支付向量分别是 (2, 0), (0, 2) 和 (3/4, 3/4). 在这里廉价磋商是无济于事的, 虽然两个局中人都不“坚持”这一事件的概率为 $1 - P_1(\text{坚持}) \times P_2(\text{坚持}) = 1 - (1/4) \times (1/4) = 15/16$. 对该博弈, 可以规定一个局中人掷硬币, 如果硬币正面朝上, 则局中人 1 选择“坚持”, 否则局中人 2 选择“坚持”. 这样, 得出了纯策略组合集上的一个概率分布即相关策略, 记为: $P_{(1, 2)}: P_{(1, 2)}(\text{坚持, 退出}) = 1/2, P_{(1, 2)}(\text{退出, 坚持}) = 1/2, P_{(1, 2)}(\text{坚持, 坚持}) = 0, P_{(1, 2)}(\text{退出, 退出}) = 0$ 且由支付矩阵知局中人 1 和 2 在这一规则下的期望支付分别为 $v_1(P_{(1, 2)}) = 1$ 和 $v_2(P_{(1, 2)}) = 1$, 比他们在混合策略 Nash 均衡下都得到的期望支付 0.75 要好. 这时 $P_{(1, 2)}$ 是一个相关均衡.

2 相关策略、合同、配置及其均衡

下面用 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 表示完全信息的有限策略型博弈, 且局中人 $i \in N$ 的策略集 S_i 中有 m_i (正整数) 个元素.

定义 1 在 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 中, 任意给定局中人子集 $\varnothing \neq N' \subseteq N$, N' 上的一个相关策略是 $S_{N'} = \prod_{i \in N'} S_i$ 上的一个概率分布 $P_{N'}$, 即对 $\forall s_{N'} = (s_i)_{i \in N'}$, 有 $P_{N'}(s_{N'}) \geq 0$ 且 $\sum_{s_{N'} \in S_{N'}} P_{N'}(s_{N'}) = 1$, 相关策略 $P_{N'}$ 也记为 $P_{N'} = (P_{N'}(s_{N'}))_{s_{N'} \in S_{N'}}$, 所有相关策略的全体记为 $\Delta(S_{N'})$, 称为 $S_{N'}$ 上的相关策略集.

当 $N' = N$ 时 $s_N = s, S_N = S = \prod_{i \in N} S_i, \Delta(S_N) = \Delta(S)$ 是博弈的纯策略组合集上的所有概率分布的集合, $\Delta(S)$ 中的相关策略记为 $P_N = (P_N(s))_{s \in S}$.

命题 1 在 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 中, 局中人集 N 上的相关策略集 $\Delta(S)$ 是 $R^{\prod_{i \in N} m_i}$ 中的非空的紧凸子集. 证明类似于 [8] 中命题 2 的证明.

命题 2 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 的混合策略组合集 $\Delta = \sum_{i \in N} \Delta_i = \sum_{i \in N} \Delta(S_i)$ (包含纯策略组合集 S) 的任何一个元素都对应于局中人集 N 上的一个相关策略.

证明 根据局中人 $i \in N$ 的期望支付是从 Δ 到 R 的函数 $v_i: \Delta \rightarrow R$ 的定义, 即对 $\forall p = (p_1, \dots, p_n)$

$\in \Delta$ $i \in N$, 有

$$v_i(p) = \sum_{k_1=1}^{m_1} \cdots \sum_{k_i=1}^{m_i} \cdots \sum_{k_n=1}^{m_n} \left(\prod_{j=1}^n p_{k_j}^{(j)} \right) u_i(s_{k_1}^{(1)}, \dots, s_{k_i}^{(i)}, \dots, s_{k_n}^{(n)}),$$

它等价于 $v_i(p) = \sum_{s \in S} P(s) u_i(s)$, 其中 $P(s) = \prod_{i=1}^n p_{k_i}^{(i)}$, $p_{k_i}^{(i)}$ 是局中人 $i \in N$ (独立) 选择自己纯策略 $s_{k_i}^{(i)}$ ($k_i = 1, \dots, m_i$) 的概率, 这样对 $\forall p \in \Delta$ $v_i(p) = \sum_{s \in S} P(s) u_i(s)$, 都有一个 $(P_N(s) = \prod_{i \in N} P_i(s_i))_{s \in S} \in \Delta(S)$ 与之对应; 此外, 任一纯策略组合 $s \in S$ 显然都对应于一个退化的相关策略. 命题得证.

定义 2 在 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 中, 给定 $\Delta(S)$ 中的任一相关策略 P_N , 定义 $U_i(P_N)$ 为当 P_N 被所有局中人执行时局中人 $i \in N$ 所得到的期望支付, 即

$$U_i(P_N) = \sum_{s \in S} P_N(s) u_i(s). \quad (1)$$

利用定义 2 命题 1 且 $u(s) (\forall s \in S)$ 是已知的, 立即得到:

命题 3 $U_i(P_N) (i \in N)$ 是 $\Delta(S)$ 上的连续函数.

命题 4 每个局中人 $i \in N$ 在 $\Delta(S)$ 上执行相关策略所得到的期望支付的集合是 R^1 的一个紧凸集.

证明 利用定义 2 对 $\forall P_N \in \Delta(S)$, $P_N(s) \geq 0$ $\sum_{s \in S} P_N(s) = 1$ 及 $\forall i \in N$, 显然有 $\min_{s \in S} u_i(s) \leq U_i(P_N) = \sum_{s \in S} P_N(s) u_i(s) \leq \max_{s \in S} u_i(s)$. 再利用命题 1 命题 2 及命题 3 得出:

$$\min_{P_N \in \Delta(S)} U_i(P_N) = \min_{s \in S} u_i(s) \text{ 与 } \max_{P_N \in \Delta(S)} U_i(P_N) = \max_{s \in S} u_i(s).$$

因此, 命题结论成立.

由命题 2 $\forall p \in \Delta$ 对应于 $P_N = (P(s) = \prod_{i=1}^n p_{k_i}^{(i)})_{s \in S} \in \Delta(S)$, 且 $v_i(p)$ 与 $U_i(P_N)$ 的定义是一致的, 得出:

命题 5 每个局中人 $i \in N$ 的在任何策略组合下的支付都属于他执行所有相关策略得到的期望支付的集合.

定义 3 给定 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 及 $\Delta(S)$ 上的任一相关策略 P_N , 把局中人都执行 P_N 所得到的期望支付的向量 $U(P_N) = (U_1(P_N), \dots, U_i(P_N), \dots, U_n(P_N))$, 称为由 P_N 规定的一个配置.

为使得局中人有事前磋商的机会, 可以按照合约去协调他们的策略选择.

定义 4 给定的 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 是一个具有合同的博弈, 如果除了这个博弈给定局中人的策略选择外, 局中人还有讨价还价和签订合同的选择; 其中每份合同使签字的局中人都受到了对应的相关策略的约束.

一个合同在数学上可以用 $\prod_{N' \subseteq N} \Delta(S_{N'})$ 中的任一向量 $(P_{N'})_{N' \subseteq N}$ 表示.

对于任一合同 $(P_{N'})_{N' \subseteq N}$, 如果 N' 是这个合同上签了字的局中人子集, 那么 $P_{N'}$ 就是 N' 中局中人要实施的相关策略.

利用命题 4 及吉洪诺夫 (TIXOHOB) 定理, 立刻得出如下结论:

命题 6 给定 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$, 所有可能的期望支付配置所组成的集合 $\{U(P_N): P_N \in \Delta(S)\}$ 是 R^n 的一个紧凸子集.

由命题 5 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 的所有纯策略组合对应的支付向量都属于集合 $\{U(P_N): P_N \in \Delta(S)\}$; 按定义 2 $U_i(P_N)$ 是 $(u_i(s))_{s \in S}$ 的一个凸组合, $i \in N$; 根据 Caratheodory 定理和 Minkowski 极点定理, 再根据命题 6 则得到如下结果:

命题 7 给定 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$, 则期望支付配置集 $\{U(P_N): P_N \in \Delta(S)\}$ 是由集合 $\{u(s) = (u_1(s), \dots, u_n(s)): s \in S\}$ 中至多 $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ 个元素为极点所构成的紧凸子集.

$G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 的混合策略 Nash 均衡的配置一定属于该紧凸子集的内部.

定义 5 在 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 中, 局中人 $i \in N$ 的最小化最大值被定义为

$$v_i = \min_{P_{N-i} \in \Delta(S_{-i})} \left(\max_{s_i \in S_i} \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P_{N-i}(s_{-i}) u_i(s_i, s_{-i}) \right), \quad (2)$$

其中, $\Delta(S_{-i}) = \Delta(S_{N-\{i\}})$.

定义 6 给定 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$, 所有其他局中人对付局中人 $i \in N$ 的最小化最大策略是 $\Delta(S_{N-\{i\}})$ 中使 (2) 式达到最小值的相关策略.

如果把局中人 i 看成是局中人 1 他的对手“ $-i$ ”作为一个团伙是局中人 2 这时 $\Delta(S_{-i}) = \Delta_2$ 那么可把 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 看成是二人策略型博弈. 对二人策略型博弈 $G = \{S_1, S_2, u_1, u_2\}$, (2) 式为

$$v_1 = \min_{p_2 \in \Delta_2} (\max_{s_1 \in S_1} \sum_{s_2 \in S_2} P_2(s_2) u_1(s_1, s_2)), \tag{3}$$

而最小化最大策略是局中人 2 的相应混合策略, 其中 $(P_2(s_2))_{s_2 \in S_2} = p_2 \in \Delta_2$.

引理 1 给定 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$, 对 $\forall p \in \Delta$ 及 $i \in N$, 则有

$$\max_{s_i \in S_i} v_i(s_i, p_{-i}) = \max_{p_i \in \Delta_i} v_i(p_i, p_{-i}) \text{ 和 } \min_{s_i \in S_i} v_i(s_i, p_{-i}) = \min_{p_i \in \Delta_i} v_i(p_i, p_{-i}),$$

其中 $v_i(s_i, p_{-i}) = \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P(s_{-i}) u_i(s_i, s_{-i})$ 且 $(P(s_{-i}))_{s_{-i} \in S_{-i}} = \prod_{j \neq i} P_j(s_j^{(j)})_{s_j \in S_j} \in \Delta(S_{-i})$.

引理 2 设 $G = \{S_1, S_2, u_1, u_2\}$ 是二人常和博弈, 则 $(p_1^*, p_2^*) \in \Delta_1 \times \Delta_2$ 是它的混合策略 Nash 均衡, 当且仅当 $v_1(p_1^*, p_2^*) = \max_{p_1 \in \Delta_1} \min_{p_2 \in \Delta_2} v_1(p_1, p_2) = \min_{p_2 \in \Delta_2} \max_{p_1 \in \Delta_1} v_1(p_1, p_2)$.

引理 1 的证明参见 [7-8]; 引理 2 的证明参见 [14].

命题 8 在二人常和博弈 $G = \{S_1, S_2, u_1, u_2\}$ 中, $(p_1^*, p_2^*) \in \Delta_1 \times \Delta_2$ 是它的混合策略 Nash 均衡, 则局中人 $i \in N$ 的最小化最大值满足

$$v_i = \max_{p_i \in \Delta_i} (\min_{s_i \in S_i} \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P_i(s_i) u_i(s_i, s_{-i})), \tag{4}$$

即有

$$\min_{p(s_{-i}) \in \Delta(S_{-i})} (\max_{s_i \in S_i} \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P(s_{-i}) u_i(s_i, s_{-i})) = \max_{p_i \in \Delta_i} (\min_{s_i \in S_i} \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P_i(s_i) u_i(s_i, s_{-i})), \tag{5}$$

其中 $P_i(s_i)$ 是局中人 $i \in N$ 选择纯策略 $s_i \in S_i$ 的概率 $(P_i(s_i))_{s_i \in S_i} \in \Delta_i (i = 1, 2)$.

证明 利用引理 1 的第 1 式, (4) 式为

$$v_1 = \min_{p_2 \in \Delta_2} (\max_{s_1 \in S_1} \sum_{s_2 \in S_2} P_2(s_2) u_1(s_1, s_2)) = \min_{p_2 \in \Delta_2} \max_{s_1 \in S_1} v_1(s_1, p_2) = \min_{p_2 \in \Delta_2} \max_{p_1 \in \Delta_1} v_1(p_1, p_2).$$

对 (5) 式右边利用引理 1 第 2 式于 $i = 2$ 有

$$\max_{p_1 \in \Delta_1} (\min_{s_2 \in S_2} \sum_{s_1 \in S_1} P_1(s_1) u_1(s_1, s_2)) = \max_{p_1 \in \Delta_1} \min_{s_2 \in S_2} v_1(p_1, s_2) = \max_{p_1 \in \Delta_1} \min_{p_2 \in \Delta_2} v_1(p_1, p_2).$$

利用引理 2 有

$$v_1(p_1^*, p_2^*) = \max_{p_1 \in \Delta_1} \min_{p_2 \in \Delta_2} v_1(p_1, p_2) = \min_{p_2 \in \Delta_2} \max_{p_1 \in \Delta_1} v_1(p_1, p_2),$$

从而得出

$$v_1 = \min_{p_2 \in \Delta_2} (\max_{s_1 \in S_1} \sum_{s_2 \in S_2} P_2(s_2) u_1(s_1, s_2)) = \max_{p_1 \in \Delta_1} (\min_{s_2 \in S_2} \sum_{s_1 \in S_1} P_1(s_1) u_1(s_1, s_2)).$$

对一般的二人策略型博弈, 总有

$$\max_{p_i \in \Delta_i} \min_{p_2 \in \Delta_2} v_1(p_i, p_2) \leq \min_{p_2 \in \Delta_2} \max_{p_i \in \Delta_i} v_1(p_i, p_2)^{[14]},$$

因而总有

$$\min_{p_{N-\{i\}} \in \Delta(S_{-i})} (\max_{s_i \in S_i} \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P_{N-\{i\}}(s_{-i}) u_i(s_i, s_{-i})) \geq \max_{p_i \in \Delta_i} (\min_{s_i \in S_i} \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P_i(s_i) u_i(s_i, s_{-i})). \tag{6}$$

不等式右边相当于局中人 $i \in N$ 按照最小最大原理得出他的稳妥策略.

定义 7 给定 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$, 称 $\Delta(S)$ 中一个相关策略 P_N^* 关于整个局中人集 N 是个人理性的, 当且仅当

$$U_i(P_N^*) \geq v_i, \forall i \in N. \tag{7}$$

集合 $\{U(P_N^*): P_N^* \in \Delta(S) \text{ 且 } U_i(P_N^*) \geq v_i, \forall i \in N\}$ 称为满足个人理性的期望支付配置集.

因为 $v_i(s_i, p_{-i}) = \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P(s_{-i}) u_i(s_i, s_{-i})$ 且 $(P(s_{-i}))_{s_{-i} \in S_{-i}} = \prod_{j \neq i} P_j(s_j^{(j)})_{s_j \in S_j} \in \Delta(S_{-i})$, 这时

$$v_i = \min_{p_{N-\{i\}} \in \Delta(S_{-i})} (\max_{s_i \in S_i} \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P_{N-\{i\}}(s_{-i}) u_i(s_i, s_{-i})) \leq$$

$$\begin{aligned}
& p(s_{-i}) \in \Delta(S_{-i}) \left(\max_{s_i \in S_i} \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} P(s_{-i}) u_i(s_i, s_{-i}) \right) = \\
& \max_{p_{-i} \in \Delta_{-i}} \max_{s_i \in S_i} v_i(s_i, p_{-i}) = \max_{p_{-i} \in \Delta_{-i}} \max_{p_i \in \Delta_i} v_i(p_i, p_{-i}) = \\
& \max_{p_{-i} \in \Delta_{-i}} v_i^*(p_i, p_{-i}) \leq v_i^*(p_i, p_{-i}) \quad (i \in N).
\end{aligned}$$

从而,再利用定义 7 得到如下结论:

命题 9 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 的 Nash 均衡对应的相关策略关于整个局中人集 N 是个人理性的, Nash 均衡的配置都属于满足个人理性的期望支付配置集.

定义 8 对任何一个关于整个局中人集 N 是个人理性的相关策略 P_N^* , 存在一个合同 (P_N^*) , 使得所有局中人都签署这个合同时, P_N^* 就是内含签约的一个均衡.

按照定义 8 和命题 9 立刻得到:

命题 10 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 的 Nash 均衡对应的相关策略是一个内含签约均衡.

利用命题 6 命题 7 和定义 7 立刻得到:

命题 11 在 $G = \{S_i, u_i\}_{i \in N}$ 中, 满足个人理性的期望支付配置集 $\{U(P_N^*); P_N^* \in \Delta(S) \text{ 且 } U_i(P_N^*) \geq v_i, \forall i \in N\}$ 是期望支付配置集的一个紧凸子集, 且最小化最大值向量 (v_1, \dots, v_n) 是它的一个极点.

3 二人有限策略型博弈中的实例检验

对二人有限策略型博弈 $G = \{S_1, S_2, u_1, u_2\}$, 利用上面命题 7 (3) 式和 (7) 式可得出其期望支付配置集和满足个人理性的期望支付配置集的形状.

例 对表 1 提到的博弈, 考虑其中 1 个局中人掷硬币, 规定: 如果硬币正面朝上, 他们选择 (x_1, y_1) , 否则选择 (x_2, y_2) . 这相当于实施了相关策略 $P_{\{1,2\}}: P_{\{1,2\}}((x_1, y_1)) = 0.5, P_{\{1,2\}}((x_2, y_2)) = 0.5, P_{\{1,2\}}((x_1, y_2)) = 0, P_{\{1,2\}}((x_2, y_1)) = 0$. 利用 (1) 式得出相关策略 $P_{\{1,2\}}$ 的期望支付配置是 $U(P_{\{1,2\}}) = (U_1(P_{\{1,2\}}), U_2(P_{\{1,2\}})) = (3, 3)$, 大于混合策略 Nash 均衡下的支付配置 $(2.5, 2.5)$, 且与两个纯策略 Nash 均衡对应的支付配置 $(5, 1)$ 和 $(1, 5)$ 的社会支付和相同. 由命题 7, 得到期望支付配置所组成的集合是极点 $(0, 0), (5, 1), (4, 4), (1, 5)$ 为顶点组成的凸四边形内部, 包括边界; 混合策略 Nash 均衡的配置 $(2.5, 2.5)$ 位于这个凸集的内部; 通过 (3) 式、(7) 式得出最小化最大值向量是 $(v_1 = 1, v_2 = 1)$, 满足个人理性的期望支付配置集是具有极点 $(1, 1), (5, 1), (4, 4), (1, 5)$ 的一个紧凸集, 它在上述凸四边形内. 相关策略 $P_{\{1,2\}}$ 的配置 $(3, 3)$ 属于满足个人理性的期望支付配置集, 关于整个局中人集 $N = \{1, 2\}$ 是个人理性的, 因而, 存在的一个合同是 $(P_{\{1,2\}})$; 这样 $P_{\{1,2\}}$ 是一个内含签约的均衡, 它解决了该博弈中两个局中人在两个纯策略 Nash 均衡选择方面的僵局. 而前面提到过的非 Nash 均衡配置 $(4, 4)$ 是满足个人理性的期望支付配置集中的一个极点, 它对应于相关策略 $P'_{\{1,2\}}: P'_{\{1,2\}}((x_1, y_1)) = 0, P'_{\{1,2\}}((x_1, y_2)) = 0, P'_{\{1,2\}}((x_2, y_1)) = 1, P'_{\{1,2\}}((x_2, y_2)) = 0$ 规定的配置; 同样, 根据定义 8, $P'_{\{1,2\}}$ 可以是一个内含签约的均衡.

通过上面例子的讨论和分析, 验证了如 Fudenberg 和 Tirole^[9] 指出的结果, 采用一种可共同观察的随机变量 (相关策略), 局中人可以获得期望支付配置集或满足个人理性的期望支付配置集中的任何配置; 反之, 局中人不能通过使用可共同观察的随机变量来获得期望支付配置集合之外的任何配置.

[参考文献]

- [1] Bim ore K. 博弈论基础 (1992) [M] // [法] J- J 拉丰, 编. 经济理论的进展. 王国成, 译. 北京: 中国社会科学出版社, 2001.
- [2] Aumann R J. Subjectivity and correlation in randomized strategies[J]. Journal of Mathematical Economics, 1974, 1: 67-96.
- [3] Aumann R J. Agreeing to disagree[J]. Annals of Statistics, 1976, 4: 1236-1239.
- [4] Aumann R J. Correlated equilibria as an expression of bayesian rationality[J]. Econometrica, 1987, 55: 1-18.
- [5] Myerson R. Bayesian equilibrium and incentive compatibility[M] // Hurwicz L, Schmeidler D, Sonnenschein H. Social Goals and Social Organization. Cambridge: Cambridge University Press, 1985: 229-259.

- [6] Myerson R. 博弈论: 矛盾冲突分析 (1991) [M]. 于寅, 费剑平, 译. 北京: 中国经济出版社, 2001
- [7] 刘宗谦. 混合策略中性质和均衡 [J]. 数学的实践与认识, 2004, 34(9): 164-170
- [8] Liu Zongqian. The properties and equilibrium in mixed strategies [J]. The Proceedings of the China Association for Science and Technology, 2006, 2(2): 35-45
- [9] Fudenberg D, Tirole J. 博弈论 (1991) [M]. 姚洋, 校, 黄涛, 郭凯, 译. 北京: 中国人民大学出版社, 2002
- [10] Schelling T. The Strategy of Conflict [M]. Cambridge Mass: Harvard University Press, 1960
- [11] Farrell J. Meaning and credibility in cheap-talk games [J]. Games and Economic Behavior, 1988, 5: 514-531.
- [12] Myerson R. Credible negotiation statements and coherent plans [J]. Journal of Economic Theory, 1989, 48: 264-303
- [13] Binmore K, Brandenburger A. Common Knowledge and Game Theory [M] // Binmore K. Essays on the Foundations of Game Theory. Oxford: Basil Blackwell, 1990
- [14] 冯素芬, 张莉. 二人常和博弈中的鞍点与纳什均衡的一致性 [J]. 北京工业职业技术学院学报, 2007, 6(1): 38-43

[责任编辑: 丁 蓉]