

# 从高斯光束到帽顶光束 $Z$ 扫描: 分析测量灵敏度和可靠性

左 平, 顾 兵, 谈苏庆, 黄晓琴

(南京师范大学物理科学与技术学院, 江苏省光电技术重点实验室, 江苏 南京 210097)

[摘要] 利用快速傅里叶变换方法分析了  $Z$  扫描归一化透过率曲线. 研究了入射光束空间分布对  $Z$  扫描测量灵敏度和可靠性的影响. 提出了截取高斯光束 (即近帽顶光束)  $Z$  扫描表征技术, 该技术不仅提高了测量灵敏度和可靠性, 而且提高了光能量的利用率.

[关键词]  $Z$  扫描, 灵敏度, 可靠性, 近帽顶光束

[中图分类号] TN 241 [文献标识码] A [文章编号] 1001-4616(2009)01-0043-04

## From Gaussian Beams to Top-hat Beams $Z$ -scan Analysis of Sensitivity and Reliability

Zuo Ping Gu Bing Tan Suqing Huang Xiaoqin

(Jiangsu Key Laboratory on Opto-Electronic Technology, School of Physics Science and Technology  
Nanjing Normal University Nanjing 210097, China)

**Abstract** The normalized transmittance of  $Z$ -scan traces by using the fast Fourier Transform (FFT) method was analyzed. The influence of the spatial profile beam of input laser on the sensitivity and reliability in  $Z$ -scan measurements was discussed in detail. The clip Gaussian beams (i.e., near top-hat beams)  $Z$ -scan technique, which improves the sensitivity, the reliability of measurements and the efficiency in use of the input laser energy was presented.

**Key words**  $Z$ -scan, sensitivity, reliability, near top-hat beams

$Z$  扫描技术<sup>[1]</sup>, 由于其实验装置简便, 测量灵敏度高, 已经广泛用于材料的光学非线性表征. 在  $Z$  扫描技术中样品在紧聚焦光束焦点附近沿光轴移动, 改变了远场光阑处的光强分布, 实验中通过测量透过远场光阑的能量/功率与样品位置 (用  $z$  表示) 的变化关系, 可以同时获得材料非线性系数的大小和符号.

由于利用光束的空间横向效应测量光学非线性,  $Z$  扫描技术对激光束的横向光场分布 (即横模) 有比较严格的要求, 如果光束空间分布偏离理想高斯分布将导致很大的测量误差, 测量可靠性降低<sup>[2]</sup>. 然而, 在实验室一般得到的是近高斯光束, 如果采用高斯光束  $Z$  扫描理论来分析近高斯光束  $Z$  扫描实验数据, 将会给测量结果带来很大误差. 因此, 高斯光束  $Z$  扫描技术并不是一种在实验上具有很大优势的测量方法, 尽管其理论分析较为简单. 期待改进的  $Z$  扫描技术, 在对光束质量、实验条件要求降低的同时, 可以提高测量的灵敏度 (即  $Z$  扫描透过率曲线中峰谷差值  $\Delta T_{PV}$ ) 和可靠性.

为了拓展  $Z$  扫描技术的测量内容, 扩大该技术的适用范围, 人们提出了多种改进型  $Z$  扫描技术. 遮挡  $Z$  扫描<sup>[3]</sup> 和离轴  $Z$  扫描<sup>[4]</sup> 利用光束边缘的光线, 明显地提高了测量灵敏度, 但是具有信噪比降低的缺点; 此外, 在实际测量中, 由于入射激光束有可能不是理想的高斯光束, 这将影响测量结果的可靠性. 高斯-贝塞尔光束  $Z$  扫描技术<sup>[5]</sup> 中入射光束为高斯-贝塞尔光束, 理论分析表明该技术较之于高斯光束  $Z$  扫描测量灵敏提高了 40 倍以上. 然而, 研究也同时发现入射光束空间形状的丝毫改变, 必将导致  $\Delta T_{PV}$  值的很大差别. 在实验过程中, 入射激光束不可能非常稳定的保持不变, 该表征技术同样存在可靠性差的缺点. 帽

收稿日期: 2008-01-05

基金项目: 国家自然科学基金 (10704042)、江苏省高校自然科学基金 (06KJB140057) 资助项目.

通讯联系人: 左 平, 硕士研究生, 研究方向: 光学非线性表征技术. E-mail: gubing@njnu.edu.cn

顶光束  $Z$  扫描<sup>[6]</sup>, 较之于高斯光束  $Z$  扫描而言, 测量灵敏度提高了近 2.5 倍. 所谓帽顶 (top-hat) 光束, 就是扩束任意激光束用圆孔光阑取均匀辐射部分, 再对透过光阑的光进行紧聚焦照射样品. 此外, 由于帽顶光束也比较容易获得, 一般来说, 取任何扩束激光束的均匀辐射部分均可得到帽顶光束, 也就是说降低了对光束质量的要求, 提高了测量可靠性. 因此, 帽顶光束  $Z$  扫描技术显示了很大的测量优越性, 但是不足之处是对激光束的利用率较低.

本文分析了入射光束空间形状分布对  $Z$  扫描测量灵敏度和可靠性的影响, 提出了入射光束空间分布介于高斯光束和帽顶光束之间的截取高斯光束 (截取光, CGB)  $Z$  扫描. 研究表明该表征技术提高了测量灵敏度和可靠性, 同时提高了光能量的利用率.

## 1 理论

截取光  $Z$  扫描实验原理和相应坐标如图 1 所示, 高斯激光束照射到半径为  $R_s$  的光阑 A1 上, 其后通过焦距为  $f$  的会聚透镜 L, 样品在焦点附近沿光轴前后移动, 在远场同轴放置一个半径为  $r_s$  的小孔光阑 A2, 在小孔后放置能量 / 功率计 D. 通过改变 A1 孔径的大小来研究入射激光束空间分布对测量灵敏度和可靠性的影响. 当光阑 A1 完全打开时, 入射光束为高斯光束, 此时图 1 为高斯光束  $Z$  扫描实验配置<sup>[1]</sup>. 只让中间一小部分近似均匀辐射光通过光阑 A1 时, 入射光束为帽顶光束, 相应的实验配置为帽顶光束  $Z$  扫描<sup>[6]</sup>. 入射高斯光束在光阑 A1 处可表示为:

$$E(x_d, y_d, z_d; t) = E_0(t) \exp\left[-\frac{x_d^2 + y_d^2}{\omega^2(z_d)}\right], \quad (1)$$

式中  $\omega(z_d)$  为  $z_d$  处光束半径;  $E_0(t)$  为焦点处的辐射光场, 它包含激光脉冲暂态包迹. 透过光阑 A1 的光场可写成:

$$P(x_d, y_d) = \begin{cases} \exp\left[-\frac{(x_d^2 + y_d^2)}{\omega^2(z_d)}\right], & x_d^2 + y_d^2 \leq R_s^2 \\ 0, & \text{其它.} \end{cases} \quad (2)$$

光束在自由空间传播距离  $d$  后经薄透镜 L 会聚后, 透镜焦平面 ( $z = 0$ ) 处光场分布可表示为<sup>[7]</sup>:

$$E(x_0, y_0, z = 0; t) = E_0(t) \exp\left[i\frac{k}{2f}\left(1 - \frac{d}{f}\right)(x_0^2 + y_0^2)\right] \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P\left(x_d + \frac{d}{f}x_0, y_d + \frac{d}{f}y_0\right) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda}(x_dx_0 + y_dy_0)\right] dx_d dy_d, \quad (3)$$

其中  $k = 2\pi/\lambda$  为光波在真空中的波矢,  $\lambda$  为激光束波长. 在薄样品近似 ( $L \ll z_0$ ) ( $L$  是样品的物理长度,  $z_0$  是激光束的瑞利长度), 也就是说样品的长度非常小以致在样品内由于衍射和非线性折射对光束半径的影响可以忽略不计, 这样在焦平面附近, 样品前表面的光场分布为:

$$E_{in}(x_1, y_1, z; t) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x_0, y_0, z = 0; t) \times \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0 \quad (4)$$

为简化分析, 认为薄样品仅具有线性吸收和非线性折射而无非线性吸收, 样品出射面的光场分布为:

$$E_e(x_1, y_1, z; t) \approx E_e(x_1, y_1, z + L; t) = E_{in}(x_1, y_1, z; t) e^{-\alpha_{eff} L/2} \exp[ikL_{eff} \gamma |E_{in}(x_1, y_1, z; t)|^2], \quad (5)$$

式中  $L_{eff} = [1 - \exp(-\alpha_0 L)]/\alpha_0$  和  $\alpha_0$  分别是样品的有效长度和线性吸收系数,  $\gamma$  为非线性折射系数. 当样品位于焦平面 ( $z = 0$ ) 处时,  $\phi_0 = kL_{eff}\gamma I_0$  为在轴峰值非线性折射相移, 其中  $I_0$  为焦平面处的光束峰值功率

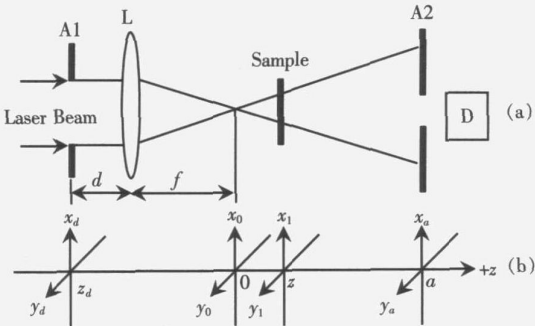


图 1 (a) 截取光  $Z$  扫描实验原理图; (b) 相应坐标. A1, A2: 光阑; L: 会聚透镜; D: 探测器.

Fig.1 (a) Schematic of the  $Z$ -scan experiments with a clip Gaussian beam; (b) Corresponding coordinate. A1, A2: apertures. L: focusing lens. D: detector.

密度.

利用快速傅里叶变换 (FFT) 方法<sup>[8]</sup>可以得到光束在远场 ( $a \gg z_0$ ) 的分布, 它正比于样品出射面光场  $E_e(x_1, y_1, z, t)$  的傅里叶变换<sup>[6]</sup>, 即:

$$E_a(x_a, y_a, z, t) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_e(x_b, y_b, z, t) \exp\left[-i2\pi\left(\frac{x_a}{\lambda(a-z)}x_1 + \frac{y_a}{\lambda(a-z)}y_1\right)\right] dx_1 dy_1, \quad (6)$$

透过半径为  $r_a$  的小孔光阑 A2 的功率为:

$$P_1(z) = \frac{c\varepsilon_0 n_0}{2} \int_{r_a} dx_a \int_{\sqrt{\frac{r_a^2-x_a^2}{a-z}}}^{\sqrt{\frac{r_a^2-x_a^2}{a-z}}} |E_a(x_a, y_a, z, t)|^2 dy_a, \quad (7)$$

式中  $c$  是真空中光速,  $\varepsilon_0$  是真空中介电常数,  $n_0$  是样品的线性折射率. 通过小孔 A2 后的归一化功率透过率  $T(z)$  可以表示为

$$T(z) = \frac{P_1(z)}{P_1(\infty)}, \quad (8)$$

$T(z)$  也就是 CGB Z-扫描曲线. 明显地当样品远离焦平面时  $T(z) = 1$  即当  $|z| \gg z_0$  时,  $T(\infty) = 1$  而当样品沿光轴移动时, 归一化透过率函数  $T(z)$  将呈现特定的峰-谷或者谷-峰结构. 此外, 一个重要的参数是远场小孔 A2 的线性透过率  $S$ , 它是在低光强极限条件下透过小孔 A2 的功率与入射到小孔 A2 平面处的功率之比.

改变光阑 A1 的孔径大小就得到不同空间形状分布的入射激光束. 为方便操作, 引入截取率  $C_R$ , 其定义为透过光阑 A1 的光功率与入射到 A1 平面处的高斯光束的功率之比:

$$C_R = \frac{\int_{R_S}^{R_S} dx_d \int_{\sqrt{\frac{R_S^2-x_d^2}{a-z}}}^{\sqrt{\frac{R_S^2-x_d^2}{a-z}}} |E(x_d, y_d, z_d, t)|^2 dy_d}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |E(x_d, y_d, z_d, t)|^2 dx_d dy_d}. \quad (9)$$

当  $C_R = 0.01$  截取的光束接近于受限平面光波, 对应于帽顶光束; 当光阑 A1 完全打开, 也就是入射的高斯光束全部通过光阑, 对应于  $C_R = 1.00$  光阑 A1 截取一部分高斯光束, 即  $0 < C_R < 1$  相应为截取光, 或称为近帽顶光束.

## 2 分析

首先讨论光阑 A1 与透镜 L 之间的距离  $d$  对测量结果的影响. 分别计算了  $d = 0.5f$  和  $f$  时的 Z 扫描曲线, 结果表明光阑 A1 无论是置于透镜前焦面还是紧贴透镜, 对实验结果都没有影响.

图 2 为非线性折射相移  $\phi_0 = 1.0$  小孔 A2 的线性透过率  $S = 0.01$  时不同截取率  $C_R$  对应的截取光 Z 扫描曲线. 从图中可以看出, 随着  $C_R$  的增加, Z 扫描曲线的峰高 ( $T_P - 1$ ) 和谷低 ( $1 - T_V$ ) 均减小.  $C_R = 1\%$  和  $100\%$  分别对应于帽顶光束和高斯光束 Z 扫描曲线, 截取光 Z 扫描曲线  $C_R = 40\%$  和  $80\%$  介于帽顶光束 Z 扫描和高斯光束 Z 扫描之间. 从图中还发现焦点 ( $z = 0$ ) 处  $T(z)$  不严格等于 1 这是因为样品在焦点处不能被视为理想类透镜, 相变因子是  $\exp(-J_1^2(x)/x^2)$  而不是理想透镜的  $\exp(-x^2)$ , 其中  $J_1(x)$  是一阶贝塞尔函数.

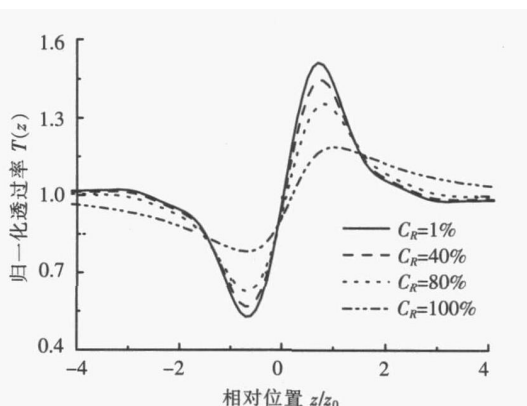


图 2 当  $\phi_0=1.0$  和  $S=0.01$  时不同截取率  $C_R$  对应的 Z 扫描曲线

Fig.2 The Z-scan traces with different  $C_R$  for  $\phi_0=1.0$  and  $S=0.01$

截取光 Z 扫描曲线的峰谷差值  $\Delta T_{PV}$  和峰谷间距  $\Delta Z_{IV}$  随截取率  $C_R$  的变化关系分别如图 3 和图 4 所示. 可以看出, 当  $\phi_0 = 1.0$   $S = 0.01$  和  $C_R \rightarrow 0$  时, 也就是截取光接近于帽顶光束, 此时  $\Delta T_{IV} = 0.985$   $\Delta Z_{PV} = 1.40z_0$ ; 而当  $C_R = 100\%$ , 高斯光束全部透过光阑 A1, 相应地  $\Delta T_{PV} = 0.406$   $\Delta Z_{IV} = 1.72z_0$ ; 两种 Z 扫描曲线的峰谷差值之比接近于 2.5 也就是说帽顶光束 Z 扫描相对于高斯光束 Z 扫描, 其灵敏度提高

了近 2.5 倍<sup>[6]</sup>。从图 3 可知: 近高斯光束 ( $90\% < C_R < 100\%$ ) 情况下,  $\Delta T_{PV}$  随  $C_R$  灵敏地变化, 也就是说光束空间形状的微小改变灵敏地影响了 Z 扫描实验的测量结果, 导致测量可靠性降低; 截取率较小 ( $C_R \leq 40\%$ ) 时,  $\Delta T_{PV}$  几乎不随  $C_R$  而变化, 说明这种情况下光束空间分布的变化对实验结果影响不大, Z 扫描测量可靠性较好。图 4 所示峰谷间距  $\Delta Z_{PV}$  随  $C_R$  的变化与图 3 情形相似。在 Z 扫描实验中误差的主要来源是所获得的峰值功率密度  $I_0$  不准确, 其原因是难以准确测量光束的束腰半径  $\omega_0$ , 激光束的脉宽  $\tau_f$  和入射能量  $\varepsilon$  通过测量峰谷间距  $\Delta Z_{PV}$  进一步来确定瑞利长度反推束腰半径  $\omega_0$ , 以此求  $I_0$  是一条有效而合理的途径。对于近高斯光束 ( $90\% < C_R < 100\%$ ), 用高斯光束 Z 扫描理论  $\Delta Z_{PV} = 1.72z_0^{1/2}$  来得出  $\omega_0$ , 将导致很大的实验误差。截取光 Z 扫描 ( $C_R \leq 40\%$ ) 用帽顶光束 Z 扫描理论  $\Delta Z_{IV} = 1.40z_0^{1/2}$  得到  $\omega_0$  进一步计算出焦点处功率密度  $I_0$  获得非线性系数  $\chi$  这种数据处理方法带来的误差很小。

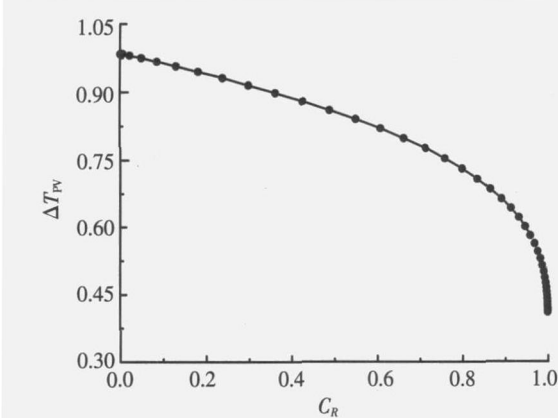


图 3 当  $\phi_0=1.0$  和  $S=0.01$  时, Z 扫描曲线的峰谷差  $\Delta E_{PV}$  随截取率  $C_R$  的变化

Fig.3 The peak-valley difference of Z-scan traces  $\Delta E_{PV}$  vs.  $C_R$  for  $\phi_0=1.0$  and  $S=0.01$

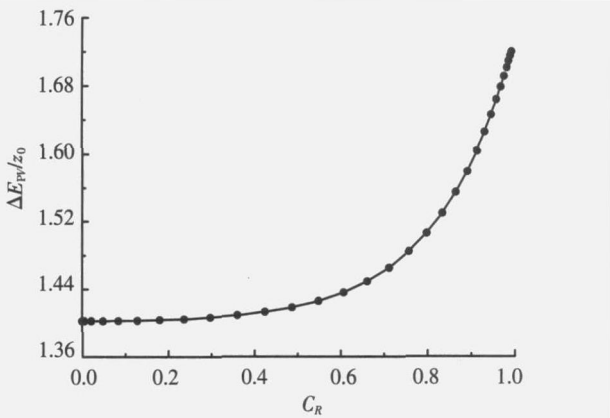


图 4 当  $\phi_0=1.0$  和  $S=0.01$  时, Z 扫描曲线的峰谷间距  $\Delta E_{PV}$  随截取率  $C_R$  的变化

Fig.4 The separation between peak and valley  $\Delta E_{PV}$  vs.  $C_R$  for  $\phi_0=1.0$  and  $S=0.01$

为定量研究截取光 (也就是近帽顶光束) Z 扫描技术的可靠性和适用范围, 定义相对误差  $E_r$

$$E_r(C_R) = \frac{\Delta T_{PV}^T - \Delta T_{PV}}{\Delta T_{PV}^T}, \tag{10}$$

式中  $\Delta T_{PV}^T$  和  $\Delta T_{PV}$  分别为相同的  $\phi_0$  和  $S$  条件下帽顶光束和近帽顶光束 Z 扫描曲线的峰谷差值。图 5 给出了  $\phi_0 = 1.0$  和  $S = 0.01$  时相对误差  $E_r$  随  $C_R$  的变化关系。如果将相对误差  $E_r$  的大小限定在 10% 以内认为处理结果是允许的和可以接受的话<sup>[1]</sup>, 定义临界条件  $E_{\max}(C_R) = 10\%$ , 相应地  $(C_R)_{\max} = 40\%$ , 也就是说即使在实验中取  $C_R = 40\%$ , 测量数据用帽顶光束 Z 扫描理论处理, 实验误差也不会超过 10%, 这样做提高了测量灵敏度和实验结果的可靠性, 同时很大程度上提高了光能量的利用率。当  $C_R = 40\%$  时, 截取光 Z 扫描曲线的峰谷间距  $\Delta Z_{PV}$  与同等条件下帽顶光束 Z 扫描结果相比, 相对误差为 1.4%, 同样说明用帽顶光束 Z 扫描理论来处理截取光 ( $C_R \leq 40\%$ ) Z 扫描实验数据是可靠和合理的。此外, 实验操作简单, 只需要单纯地改变光阑 A1 的截取率  $C_R$ , 就能获得近帽顶光束 Z 扫描实验结果。

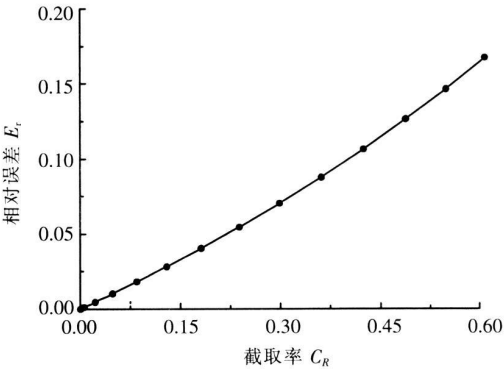


图 5 当  $\phi_0=1.0$  和  $S=0.01$  时, 相对误差  $E_r$  随  $C_R$  的变化

Fig.5 The relative error  $E_r$  vs.  $C_R$  for  $\phi_0=1.0$  and  $S=0.01$

3 结 论

从测量灵敏度和可靠性两个方面评价了改进型 Z 扫描技术, 研究了入射光束空间分布与测量灵敏度和可靠性的关系, 提出了近帽顶光束 Z 扫描表征技术, 该方法在提高了测量灵敏度和可靠性的同时, 提高了光能量的利用率, 这将对实验测量具有很好的指导意义。

(下转第 50 页)

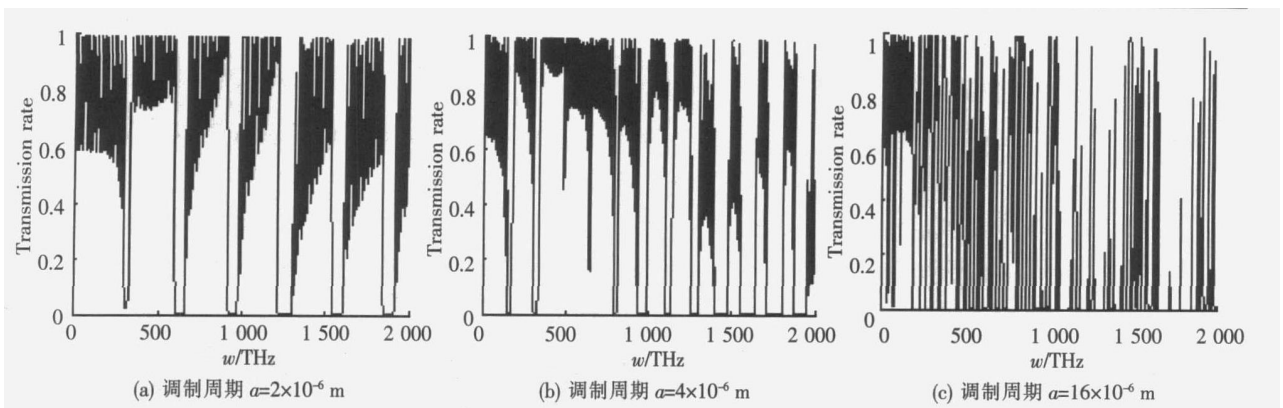


图 5 介电常数受随机函数调制时的透射率

Fig.5 The transmission spectrum of media with dielectric constant modulated by random function

常数的具体分布相关联的. 本文用特征矩阵法研究了 3 种具体的介电常数分布的光子晶体的带隙结构, 其中两种分布规律为一般的函数, 而第三种为随机函数, 更具有一般性. 计算表明, 不同介电常数的周期性分布具有不同特点的带隙结构, 从而为灵活实现某种特定带隙的光子晶体提供了理论依据.

### [参考文献]

- [1] 王辉, 李永平. 用特征矩阵法计算光子晶体的带隙结构 [J]. 物理学报, 2001, 50(11): 2172-2178
- [2] 顾国昌, 李宏强, 陈洪涛, 等. 一维光子晶体材料中的光学传输特性 [J]. 光学学报, 2001, 20(6): 728-733
- [3] Thomas F K, Richard M. De La Rue. Photonic crystals in the optical regime-past present and future [J]. Progress in Quantum Electronics, 1999, 23: 51-96
- [4] 欧阳征标, 李景镇, 张道中, 等. 多层光子晶体滤波器研究 [J]. 光学学报, 2002, 22(1): 80-84
- [5] 方云团, 余士林, 沈廷根. 一维随机光子晶体中的光子局域化 [J]. 激光与红外, 2004, 34(2): 137-139
- [6] 方云团, 毕凯. 光在介电常数正弦调制的一维光子晶体中的传输 [J]. 人工晶体学报, 2007, 36(1): 66-69

[责任编辑: 顾晓天]

(上接第 46 页)

### [参考文献]

- [1] Bahae M S, Said A A, Wei T H, et al. Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam [J]. IEEE J Quantum Electron, 1990, 26(4): 760-769
- [2] Gu B, Wang H T. Theoretical study of saturable Kerr nonlinearity using top-hat beam Z-scan technique [J]. Opt Commun, 2006, 263(2): 322-327
- [3] Xia T, Hagan D J, Sheik-Bahae M, et al. Eclipsing Z-scan measurement of  $\lambda/10^4$  wave-front distortion [J]. Opt Lett, 1994, 19(5): 317-319
- [4] Tian J G, Zang W P, Zhang G Y. Two modified Z-scan methods for determination of nonlinear-optical index with enhanced sensitivity [J]. Opt Commun, 1994, 107(5/6): 415-419
- [5] Hughes S, Burzler J M. Theory of Z-scan measurements using Gaussian-Bessel beams [J]. Phys Rev A, 1997, 56(2): 1103-1106
- [6] Zhao W, Palffy-Muhoray P. Z-scan technique using top-hat beams [J]. Appl Phys Lett, 1993, 63(12): 1613-1615
- [7] 顾得门. 傅里叶光学导论 [M]. 詹达三, 董经武, 顾本源译. 北京: 科学出版社, 1979
- [8] Hughes S, Burzler J M, Spruce G, et al. Fast Fourier transform techniques for efficient simulation of Z-scan measurements [J]. J Opt Soc Am B, 1995, 12(10): 1888-1893

[责任编辑: 顾晓天]