实时交通量的灰色马尔柯夫预测方法

张 益,高 蓉

(南京师范大学江苏省光电重点实验室,江苏 南京 210097)

[摘要] 灰色预测适合于原始数据序列按指数规律变化的问题,而马尔柯夫适用于预测随机波动大的动态过程. 有机地结合两者构成灰色马尔柯夫预测方法,可发挥两者的优势,从而提高预测精度. 该方法首先用 GM(1,1)模型进行预测,而后对相对误差序列进行马尔柯夫预测,最后用该预测值修正 GM(1,1)的预测结果,因而具有较高的预测精度. 使用灰色马尔柯夫预测方法对苏州某交叉口实时交通量进行预测,预测结果优于单一灰色 GM(1,1)预测. 实验表明,灰色马尔柯夫预测方法用于交通量预测是有效可行的.

[关键词] 交通量,预测,灰色马尔柯夫

[中图分类号] U491.14 [文献标识码] A [文章编号] 1001-4616(2009)02-0041-05

Grey Markov Forecasting for Real Time Traffic Volume

Zhang Yi, Gao Rong

(Optoelectronics Key Laboratory of Jiangsu Province, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

Abstract: Grey model is fit to forecast the original data series varied by exponent rules, and Markov model is suitable for forecasting dynamic process with large stochastic wave. Combining grey model with Markov model can obtain Grey Markov forecasting model, which employs the advantages of both methods and improves the forecasting precision further. This hybrid model firstly used GM(1, 1) to forecast the raw data, then applied Markov model to forecast relative error series, at last used the forecasting relative error data to amend GM(1, 1) result. So this method has a high predicting precision. Grey Markov forecasting model was employed to forecast real time traffic volume of an intersection in Suzhou city. The example showed that forecasting results were in good agreement with the measured data, and the model had overmatched simplex GM(1, 1). The traffic volume forecasting based on Grey Markov model is of validity and feasibility.

Key words: traffic volume, forecasting, Grey Markov

灰色系统理论是我国学者邓聚龙教授于 20世纪 70年代末提出,该理论中的核心是灰色预测模型[1]. 交通量预测是智能运输系统的核心研究内容之一,已成为交通工程领域重点研究课题,已有多位学者将灰色预测模型用于交通量的预测[2-7]. 灰色预测模型具有少数据建模的特点,可有效处理贫信息和离乱数据,在一定预测时段内具有良好的预测精度和实用性. 但是,灰色预测对随机波动性较大的时间序列拟合较差,预测精度不够理想.

马尔柯夫预测分析法是俄国数学家马尔柯夫(Markov)于 1907年提出,后由蒙地卡罗(Monte Carlo)加以发展而建立的一种分析方法,目前这种分析方法已被广泛地用于解决多个领域中的预测问题. 马尔柯夫预测根据状态之间的转移概率来预测动态系统的发展. 转移概率反映了各种随机因素的影响程度以及各状态之间转移的内在规律性,因此,该方法适合于随机波动性较大的预测问题,这一点恰好弥补了灰色预测方法的不足.

实时交通量受诸多因素影响,存在不确定性,具有很大的随机性和灰色特征. 因此本文将灰色马尔柯

收稿日期: 2008-04-20

基金项目: 人事部留学人员科技活动项目择优(2007102SB90177)资助项目.

通讯联系人: 张 益,工程师,研究方向: 交通智能控制、各种预测方法及其应用等. E-mail: zhangyi@njnu.edu.cn

夫预测模型用于交通量的预测,首先用 GM(1,1)模型进行预测,而后对相对误差序列进行马尔柯夫预测,最后用该预测值修正 GM(1,1)的预测结果,因而具有较高的预测精度.通过对苏州某交叉口实时交通量进行预测,并与单纯的灰色预测结果进行比较,表明灰色马尔柯夫预测优于单纯的灰色 GM(1,1)预测方法.

1 灰色马尔柯夫预测模型

1.1 灰色 GM(1,1)模型[1]

灰色预测模型利用累加生成手段和微分方程描述数据间的内在规律,实践中较为常用的是1阶1个变量的灰色模型 GM(1,1).设原始时间序列为 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$,令 y 是 x 的一次累加生成序列(即1-AGO序列) $y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$,其中 $y_k=\sum_{i=1}^{k}x_i$, $k=1,2,\cdots,n$.则 GM(1,1)的微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+ay=b, \tag{1}$$

其中 a, b 是待定参数,使用最小二乘法确定参数,可得 GM(1,1)模型的白化方程,其时间响应式为:

$$\hat{y}_{k+1}=\left(x_1-\frac{b}{a}\right)\mathrm{e}^{-ak}+\frac{b}{a}. \tag{2}$$

由此可以得到 y 的拟合值: $\hat{y}_1,\hat{y}_2,\cdots,\hat{y}_n$.设 $\hat{x}_k$ 是 x_k 的拟合值,则还原有:

$$\hat{x}_{k+1}=\hat{y}_{k+1}-\hat{y}_k,\ k=1,2,3,\cdots,n-1. \tag{3}$$

1.2 马尔柯夫预测模型

马尔柯夫预测要求对象具有马氏性和平稳性等特点.一个序列能否使用马尔柯夫预测,首先应进行马氏性检验.若序列符合马氏性,则可根据序列划分后的状态建立马尔柯夫转移矩阵,最后使用某种规则计算预测值.

1.2.1 马氏性检验

设 $y_t(t=1,2,\cdots,N)$ 是一随机时间序列,将数据序列分成 m 个状态,以 $E_1,E_2,\cdots,E_m$ 表示,利用 χ^2 统计量来检验 y_t 是否具有马氏性[8].

设 n_{ij} 为状态 E_i 经过一步转移到 E_j 的频数,记:

$$M_{\cdot j}=\frac{\sum_{i=1}^{m}n_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}n_{ij}}, \tag{4}$$

$$M_{ij}=\frac{n_{ij}}{\sum_{j=1}^{m}n_{ij}}. \tag{5}$$

则统计量 $\chi^2=2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}n_{ij}\left|\log\frac{M_{ij}}{M_{\cdot j}}\right|$ 服从自由度为 $(m-1)^2$ 的 χ^2 分布.选定置信度 α,查表得 $\chi^2_\alpha((m-1)^2)$,如果 $\chi^2>\chi^2_\alpha((m-1)^2)$,则认为序列 y_t 符合马氏性,适用于马尔柯夫预测.

1.2.2 确定转移矩阵

若状态 E_i 经过 k 步转向 E_j 的概率为 p_{ij}^k,则

$$p_{ij}^k=\frac{n_{ij}^k}{N_i}, \tag{6}$$

式中, n_{ij}^k ——状态 E_i 经过 k 步转向 E_j 的频数, N_i ——状态 E_i 出现的总次数,则 k 阶马尔柯夫转移矩阵为:

$$\boldsymbol{p}^k=\begin{bmatrix} p_{11}^k & p_{12}^k & \cdots & p_{1m}^k \\ p_{21}^k & p_{22}^k & \cdots & p_{2m}^k \\ & & \vdots & \\ p_{m1}^k & p_{m2}^k & \cdots & p_{mm}^k \end{bmatrix}. \tag{7}$$

若现在状态为 i, 转移矩阵的第 i行表示 k步后, 系统转移到各种状态的概率. 当 $k=1$时为 1阶马尔柯夫转移矩阵, 在实践中较为常用.

1.2.3 计算马尔柯夫的预测值

转移概率反映了各种随机因素的影响程度和各状态之间转移的内在规律性, 马尔柯夫预测是根据状态之间的转移概率来预测系统未来发展及其趋势的.

设系统现在处于状态 E_i, 转移矩阵的第 i行表示系统经过 k步后的未来状态及其转移概率, 其 k步预测值可由状态中点与相应的转移概率乘积之和求得,

$$\hat{y}^k = \sum_{i=1} \frac{1}{2}(\nsim_{1i} + \nsim_{2i}) p_{ij}^k, \tag{8}$$

其中, $E_i = [\nsim_{1i}, \nsim_{2i}]$, $\nsim_{1i}$, $\nsim_{2i}$ 分别是状态 E_i 的上下限.

2 灰色马尔柯夫预测步骤

(1) 对原始时间序列 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 建立 GM (1, 1) 模型, 求出拟合值 $\hat{x}_t\ (t = 1, 2, \cdots, n)$, 则 1次残差 Δx_t 和拟合相对误差 e_t 如下:

$$\Delta x_t = \hat{x}_t - x_t,\ (t = 1, 2, \cdots, n),$$

$$e_t = \frac{\Delta x_t}{x_t},\ (t = 1, 2, \cdots, n). \tag{9}$$

(2) 对拟合相对误差序列划分状态, 若划分状态后的序列通过马氏性检验, 则建立马尔柯夫模型, 统计状态转移频数, 进而确定状态转移概率矩阵.

(3) 设相对误差的当前状态为 i, 运用公式 (8) 求出 k步后的状态对应的相对误差, 该马尔柯夫预测值 $\hat{e}_t$ 表示用 GM (1, 1) 模型所得预测结果的相对误差.

(4) 对 GM (1, 1) 预测值 $\hat{x}_t\ (t = 1, 2, \cdots, n)$ 进行马尔柯夫修正, 设修正后的值为 $\hat{x}_t^m$,

$$\hat{x}_t^m = \hat{x}_t / (1 + e_t),\ (t = 1, 2, \cdots, n). \tag{10}$$

该修正值即为灰色马尔柯夫的预测值.

(5) 对模型进行检验, 评价指标可用误差、相对误差、均方差、相关系数等, 若合格可用于实际预测.

3 交通量预测实例

采用灰色马尔柯夫模型对苏州东环路 —— 干将路交叉口的实时交通流进行预测. 2002年 11月 27日和 28日 48 h该交叉口一车道的到达交通流量如下, 共 192个数据, 采样时间间隔为 15 min

59 55 71 31 37 32 35 43 29 16 17 18 21 19 29 32 34 41 30 29 31 35 32 43 50 54 113 92 153 163 199 292 241 292 244 163 233 202 213 272 216 212 259 173 168 220 133 138 95 197 210 211 242 230 208 188 233 315 239 182 202 230 189 295 288 193 374 169 337 144 160 144 308 174 222 194 175 223 185 187 183 231 220 182 187 159 201 125 129 139 82 129 79 130 82 83 64 75 79 63 35 62 31 35 26 34 29 14 22 22 16 32 31 38 27 38 50 36 39 52 39 49 129 92 131 164 162 329 247 223 301 202 238 286 226 200 274 276 204 219 178 126 199 134 138 205 212 150 299 290 226 168 331 133 294 207 309 159 364 136 389 155 230 250 186 82 226 221 233 155 318 209 152 197 157 202 164 194 150 214 167 183 163 144 177 108 137 122 111 91 112 71

取其前 182个数据建立灰色马尔柯夫模型, 预测最后 10个交通量. 首先运用 GM (1, 1) 模型进行预测, 建模使用的序列长度为 6, 采用等维滚动预测. 得到预测值 176个, 其相对误差序列如下 (%):

-25.71 -51.16 48.28 112.50 35.29 -22.22 -57.14 -15.79 -27.59 -6.25 8.82 0.00 60.00 24.14 0.00 -20.00 -6.25 -20.93 -12.00 1.85 -45.13 45.65 -14.38 17.18 6.03 -19.86 48.96 6.85 37.70 71.78 -21.46 -3.96 -19.72 -25.00 31.02 12.26 -11.20 41.04 9.52 -22.73 38.35 -2.17 46.32 -50.76 -39.52 11.85 7.85 27.39 19.71 19.68 -16.74 -35.87 28.45 62.64 13.86 -20.00 -9.52 -34.58 2.08 66.84 -34.22 113.02 -35.01 105.56 31.87 -12.50 -55.52 12.07 13.06 27.84 21.14 -34.53 15.14 -0.53 4.92 -19.91 -6.36 30.77 11.23 18.87 -26.37 36.80 11.63 -12.95 46.34 -38.76 37.97 -36.15 28.05 21.69 18.75 -8.00 -35.44 14.29 88.57 -24.19 41.94 -14.29 15.38 -20.59 -31.03 114.29

−18.18 −18.18 −6.25 −53.13 3.23 −7.89 66.67 −2.63 −28.00 41.67 12.82 −15.38 25.64 −16.33 −60.47 48.91 4.58 4.88 22.22 −44.07 59.51 55.61 −5.65 50.99 −14.29 −19.23 19.47 15.50 −17.52 −13.04 28.43 11.87 26.97 30.95 −39.20 15.67 −6.52 −34.15 −8.96 41.33 −33.78 2.76 43.81 70.24 −34.14 82.71 −40.82 27.05 −22.98 66.67 −34.62 119.85 −45.24 107.74 6.52 −26.00 35.48 86.59 −38.05 −35.29 −19.74 75.48 −29.56 30.14 61.84 −5.58 17.83 −42.57 10.37 −5.67 22.00 −21.96 12.57 1.64

将该相对误差序列划分为9个区间,状态划分对照表见表1.

表1　状态划分对照表

Table 1　State partition

相对误差%	−∞～−20	−20～−15	−15～−10	−10～−5	−5～5	5～10	10～15	15～20	20～+∞
状态	1	2	3	4	5	6	7	8	9

首先进行马氏性检验,由公式(4)(5)计算统计量 $\chi^2 = 151.1043$,序列自由度为64,选择置信水平 $\alpha = 0.05$,查 χ^2 分布表得103,显然 $151.1043 > 103$,说明GM(1,1)预测交通量的相对误差各状态之间不独立,具有马尔可夫链性质,可使用马尔柯夫模型.

统计状态一步转移频数,频数转移矩阵见下:

$$\boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 & 4 & 4 & 0 & 5 & 2 & 22 \\ 4 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 20 & 2 & 4 & 2 & 4 & 3 & 6 & 2 & 13 \end{bmatrix}.$$

由公式(6)得一阶马尔柯夫转移矩阵如下,

$$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} 0.111 & 0.044 & 0.022 & 0.089 & 0.089 & 0.000 & 0.111 & 0.044 & 0.489 \\ 0.333 & 0.083 & 0.083 & 0.167 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.083 & 0.250 \\ 0.125 & 0.125 & 0.000 & 0.000 & 0.125 & 0.000 & 0.000 & 0.250 & 0.375 \\ 0.417 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.083 & 0.000 & 0.083 & 0.417 \\ 0.231 & 0.154 & 0.000 & 0.077 & 0.154 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.385 \\ 0.333 & 0.167 & 0.000 & 0.000 & 0.167 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.333 \\ 0.083 & 0.083 & 0.167 & 0.083 & 0.083 & 0.083 & 0.083 & 0.083 & 0.250 \\ 0.273 & 0.182 & 0.000 & 0.182 & 0.091 & 0.091 & 0.000 & 0.182 & 0.000 \\ 0.357 & 0.036 & 0.071 & 0.036 & 0.071 & 0.054 & 0.107 & 0.036 & 0.232 \end{bmatrix}.$$

有了状态转移矩阵,就可进行GM(1,1)误差修正,从而得到交通量的预测值.最后10个交通量的预测结果见表2,为便于比较,同时给出了GM(1,1)的预测结果.

如果仅用GM(1,1)模型预测交通量,平均相对误差为16.7989%,若在此基础上使用马尔柯夫模型,则平均相对误差下降到13.9330%.这说明灰色马尔柯夫预测比单纯的GM(1,1)预测具有更高的精度.

表 2　灰色马尔柯夫预测交通量的结果

Table 2　The prediction results of traffic volume by Grey Markov

序号	观测值	GM(1,1)			灰色 Markov		
		预测值	相对误差	状态	相对误差预测值 %	修正值	相对误差
当前	183	186	1.6393	5			
1	163	180	10.4294	7	0.5769	179	9.8160
2	144	174	20.8333	9	3.1250	169	17.3611
3	177	135	－23.7288	1	－2.5446	139	－21.4689
4	108	161	49.0741	9	9.8889	147	36.1111
5	137	119	－13.1387	3	－2.5446	122	－10.9489
6	122	121	－0.8197	5	8.4375	112	－8.1967
7	111	114	2.7027	5	0.5769	113	1.8018
8	91	97	6.5934	6	0.5769	96	5.4945
9	112	98	－12.5000	3	－2.9167	101	－9.8214
10	71	91	28.1690	9	8.4375	84	18.3099
平均相对误差		16.7989%			13.9330%		

4　结束语

道路交通体系是一个多因素、多层次、多目标的复杂系统,其中实时交通量具有较强的随机性,对其进行准确的预测一直是研究的热点和难点. 灰色马尔柯夫预测利用 GM(1, 1)模型对交通量时间序列进行拟合,找出变化趋势,在此基础上进行马尔柯夫预测,这样不仅使两者优势互补,又可避免两者不足. 预测实例表明,与灰色 GM(1, 1)预测比较,灰色马尔柯夫预测与真实值吻合得较好,具有较高的预测精度,故而对道路交通量预测工作具有极强的应用价值.

需要注意的,在灰色马尔柯夫预测方法中,关键的一步是确定状态转移矩阵,而状态转移矩阵依赖于对历史数据的统计分析,因此历史数据越多,该方法结果的可靠性就越高. 笔者的实验结果也证实了这一点.

[参考文献]

[1]　刘思峰,郭天榜,党耀国. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社, 1999: 102-122.
[2]　张新天,罗小辉. 灰色理论与模型在交通量预测中的应用[J]. 公路, 2001(8): 4-7.
[3]　周溪召. 非等时段的灰色模型 GM(1,N)及在交通工程中的应用[J]. 中国公路学报, 1999, 12(增刊): 70-75.
[4]　陈淑燕,陈家胜. 一种改进的灰色模型在交通量预测中的应用[J]. 公路交通科技, 2004, 21(2): 80-83.
[5]　陈淑燕,王炜. 交通量的灰色神经网络预测方法[J]. 东南大学学报:自然科学版, 2004, 34(4): 541-544.
[6]　Chen Shuyan, Qu Gaofeng. Traffic flow forecasting based on grey neural network[C]//Proceedings of the Second International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Man and Cybernetics Technical Committee on Cybernetics, Xi'an: IEEE Systems, 2003: 1275-1278.
[7]　陈淑燕. 交通量预测方法和城市交通多相位模糊控制技术研究[D]. 南京:东南大学系统工程研究所, 2003.
[8]　岳朝龙,王琳. 股票价格的灰色——马尔柯夫预测[J]. 系统工程, 1999, 17(6): 54-59.

[责任编辑:顾晓天]