非局域介质中单光束高斯型孤子传输的解析解

张霞萍

(南京晓庄学院物理系, 江苏 南京 210017)

[摘要] 从光束传输满足的一般非线性薛定谔方程出发, 利用强非局域介质中介质响应函数的特点, 对非线性方程进行合理处理, 得到光束传输满足的线性方程, 使得找寻强非局域介质中光束传输的解析解成为可能. 针对单高斯光的演化情况详细地给出了利用这一模型求解光束解析解的过程, 使得利用叠加原理求解该介质中多光束传输, 并进而实现光控制光成为可能.

[关键词] 光孤子, 强非局域介质, 非线性

[中图分类号] O 439 [文献标识码] A [文章编号] 1001-4616(2009)03-0047-04

Analytical Solution in the Gaussian Form of the Single Beam Propagating in the Strong Nonlocal Media

Zhang Xiaping

(Department of Physics, Nanjing Xiaozhuang University, Nanjing 210017, China)

Abstract: We discussed that the single optical beam propagates in the nonlocal nonlinear media, which is governed by the nonlinear Schrödinger equation (NNLSE). A new approximate linear model for the NNLSE is presented for the strong nonlocal media with the spatially symmetrical real response functions by use of Taylor expansion. An exact analytical solution with the single Gaussian form is obtained.

Key words: optical solitons, strong nonlocal media, nonlinear

众所周知, 光束在空间传输时由于衍射效应光束将展宽, 当光束在非线性介质中传输时, 光波与介质之间发生非线性作用, 诱导介质折射率发生变化, 一方面, 这种变化补偿了光束的衍射效应, 可以实现光束宽度不变, 即形成空间光孤子. 空间孤子, 在直观上来讲, 呈现的是衍射效应和由自聚焦引起的非线性效应的完美平衡. 另一方面, 光束诱导的折射率变化等效于波导结构, 在均匀介质中, 光束利用这种非线性效应可以实现自导. 因此, 空间光孤子又称为自导光束[1-8], 这种诱导孤子波导可以用来引导信号光, 从而实现光控制光, 实现光子开关和光子逻辑[1].

根据传输介质对作用在其上的光场的非线性响应局域程度的不同, 可将介质分为局域介质、弱非局域介质、一般弱非局域介质和强非局域介质[2]. 非局域空间光孤子就是存在于非局域介质中的空间光孤子. 光束在非局域非线性介质中传输满足非局域非线性薛定谔方程(nonlocal nonlinear Schrödinger equation, NNLSE)[1-4]. 1995年 Snyder和 Mitchell对极强非局域非线性介质中光束传输进行了研究, 发现了线性空间光孤子(accessible solitons)[3]. 2003年 Assanto小组在向列型液晶(nematic liquid crystal, NLC)中发现了非局域空间光孤子, 并称其为"向列子"(nematicons)[5]; 由于 NLC表现出强的非局域响应特性, 因此该"向列子"即文献[3]所预言的线性空间光孤子[6].

本文根据一般非局域介质的模型出发, 从描述非局域非线性介质中光束传输的非线性薛定谔方程出发, 得到了强非局域介质中光束的传输模型方程, 将非线性方程巧妙地线性化, 使得求解强非局域介质中光束传输的解析解成为可能. 文章在该线性模型的基础上详细给出了强非局域介质中单光束传输时的解

收稿日期: 2008-09-08

通讯联系人: 张霞萍, 讲师, 研究方向: 光孤子传输. E-mail: xiaping_zhang@126.com

析解的由来.

1 强非局域非线性介质中光束传输线性化模型的导出

当光束在一般非局域非线性介质中传输时,光场满足一般非局域非线性薛定谔方程(NNLS)[2-4]:

$$\mathrm{i}\ \ / z + \quad + \quad R(r - r)\ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r = 0, \tag{1}$$

其中 $(r, z) = \ (r, z)\exp(-\ \mathrm{i}k\ R_0P_0)$, (r, z)是描述傍轴光束光场分布函数. 其中 $=\frac{1}{2k}$, k为介质中的波矢, 满足等式 $k = \ n_0/c$, 是光束的频率, c是真空中的光速, n_0表征介质的线性折射率. $= k$, 为材料常数. (> 0, < 0分别相应于聚焦介质和散焦介质). $= \ ^2 - \frac{^2}{z^2}$为横向拉普拉斯算符. z为径向坐标(光束的传输轴), r 和 r为光束的横向坐标. 非线性项 $R(r - r)\ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r$ 积分区间为 $-$ 到 $+$, $R(r)$为材料对于传输光场的响应函数, 这里不考虑非线性的损耗和吸收且响应函数均匀对称, 即认为响应函数为实对称函数, 类似于处理一般物理响应函数的处理方法, 将响应函数归一化, 有 $R(r)\,\mathrm{d}r = 1$. 目前经常见到的响应函数常分为高斯型和指数型 2种, 对于向列相液晶(nematic liquid crystal NLC), 其响应函数为指数型响应函数, 1+1维情况可以设为[8]

$$R(r) = (1/2w_{\mathrm{m}})\exp(-\ |\ r\ |\ /w_{\mathrm{m}}). \tag{2}$$

而对于 1+2维柱坐标, 该响应函数为零阶修正贝赛尔函数:

$$R(r_1, r_2) = (1/2\ w_{\mathrm{m}}^2)K_0(\sqrt{r_1^2 + r_2^2}/w_{\mathrm{m}}). \tag{3}$$

其中 r_1, r_2为 2个正交横向坐标, w_{m}为响应函数的特征宽度, 即材料的特征长度, 对于强非局域介质总有 $w_{\mathrm{m}}/w\ \ 1$, w为传输光束的束宽.

对响应函数 $R(r - r)$在 r 处进行泰勒展开, 三次高阶小量近似为零, 在 $r = 0$处 R_0是 $R(x)$的最大值点, 有 $R\ (0) = 0$, 则

$$R(r) = R(r - r)\Big|_{r=0} = R(0) + \frac{1}{2}R\ \ (0)r^2, \tag{4}$$

对响应函数 $R(r - r)$在 r 处进行泰勒展开并保留到二阶, 有

$$R(r - r) = R(r) - R\ (r)r + \frac{1}{2}R\ \ (r)r^2. \tag{5}$$

将方程(5)代入方程(1)并结合方程(4), 则方程(1)左边的非线性项变为:

$$(r)\ R(r - r)\ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r =$$

$$(r)\left[\left(R(0) + R\ (0)r + \frac{1}{2}R\ \ (0)r^2\right)\ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r + \frac{1}{2}R\ \ (0)\ \ r^2\ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r\right], \tag{6}$$

其中 $R\ (r)r\ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r$ 中的被积函数为奇函数, 在全空间积分值为零.

光束在无损耗介质中传输, 功率守恒, 由光束传输的初始功率 $P_0 = P = \ \ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r$, 令 $R(0) = R_0$, 由于 R_0是 $R(x)$的最大值, 故有 $R\ (0) = -\ \ ,\ \ > 0$,

则有:

$$(r)\ R(r - r)\ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r = \ R_0P_0\ \ - \frac{1}{2}\ \ P_0r^2\ \ - \frac{1}{2}\ \ \ \ r^2\ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r.$$

将上式代入方程(1)有[7,9]:

$$\mathrm{i}\ \ / z + \quad + \ R_0P_0\ \ - \frac{1}{2}\ \ P_0r^2\ \ - \frac{1}{2}\ \ \ \ r^2\ |\ \ (r, z)\ |^2 \mathrm{d}r = 0 \tag{7}$$

该模型为郭旗小组提出的强非局域模型, 它对于响应函数的类型没有特别要求, 即该线性模型可以描述任何具有强非局域特性介质中光束传输. 将方程 $(x, z) = \ (x, z)\exp(-\ \mathrm{i}k\ R_0P_0)$代入并进一步变换方程

(7), 可以得到强非局域非线性介质中 1+ 1维沿 z轴传输的傍轴光场满足的线性方程:

$$i\frac{}{z}+\frac{^{2}}{r^{2}}-\frac{1}{2}\ {}_{0}r^{2}\ =0 \tag{8}$$

该方程即为著名的 Snyder-Mitchell模型方程[3]. 文献[9]详细地对这 2个模型进行比较发现后者具有较大的相移, 之后郭旗小组又相继发表了多篇高档次的论文对这 2个模型进行理论和实验的系统研究, 取得了丰硕的成果[8-10].

2 强非局域介质中单光束传输的高斯型解析解

上一节详细地推导了强非局域介质中光束传输满足的线性模型方程, 该线性模型使得求解强非局域非线性介质构成的(1+1)维平面介质波导中光束的演化过程称为可能. 下面我们以一般强非局域方程为例探讨光束在该介质中传输的高斯型光孤子解.

方程(7)有如下 Gauss形式的单光束精确解[1]

$$(r,z)=\frac{\sqrt{P_0}\exp(\mathrm{i}\ (z))}{\sqrt{\sqrt{\ }\ w(z)}}\exp\left[-\frac{r^{2}}{2w(z)^{2}}+\mathrm{i}c(z)r^{2}\right], \tag{9}$$

其中$w(z)$, $c(z)$, $\ (z)$分别描述了沿径向z方向传输光束的束宽, 波前曲率和复振幅相位, 为了确定他们的值我们通过以下方法进行计算:

将方程(9)代入方程(7)并化简结论, 令虚部等于零, 有:

$$4\ c(z)w(z)-\frac{\mathrm{d}w(z)}{\mathrm{d}z}=0. \tag{10a}$$

分离出实部中 r的二次项系数和常数项分别为零, 有:

$$\frac{}{w(z)^{4}}+4\ c(z)^{2}+\frac{1}{2}\ \ P_{0}+\frac{\mathrm{d}c(z)}{\mathrm{d}z}=0, \tag{10b}$$

$$\frac{\mathrm{d}\ (z)}{\mathrm{d}z}+\frac{}{w^{2}}-\frac{1}{4}\ P_{0}(4R_{0}-\ \ w^{2})=0. \tag{10c}$$

将方程(10a)对 z进行一次微分并将方程(10b)代入并做代换, 有

$$\frac{1}{}\frac{\mathrm{d}^{2}}{\mathrm{d}z^{2}}-\frac{4}{w_{0}^{2}\ \ ^{3}}+2\ \ P_{0}\ \ =0 \tag{11}$$

此处令 $\ (z)=w(z)/w_0$, 初始束宽 $w_0=w(z)\Big|_{z=0}$.

方程(11)可以等效为传统力学中的牛顿第二定律, 即等效为质量为 1/ 的粒子受到等效力大小为 $F=4\ /w_0^4\ \ ^3-2\ \ P_0$ 的作用, 这里的 和 z分别等效为粒子的空间坐标和时间坐标. F的第一项保证粒子做加速运动, 使得粒子速度 $\mathrm{d}\ /\mathrm{d}z$越来越大, 即光束持续展宽(初始 $\mathrm{d}\ /\mathrm{d}z\Big|_{z=0}\ \ 0$)或者有展宽的趋势(初始 $\mathrm{d}\ /\mathrm{d}z\Big|_{z=0}<0$), 显然, 该项为色散项. 相应地, 构成$F$的第二项形似于弹性力学中的胡克定律, 假如 $\ >0$(即 $\ >0$), 该项总是让粒子回到平衡位置(即初始状态), 呈现出介质诱导的非线性压缩效应. 当色散力和压缩力有相同的振幅时, 2个力达到平衡, 粒子保持初始的零速度, 即空间坐标 始终保持 1, 这就是孤子状态. 由此我们得到了光束保持孤子传输的临界功率[1]:

$$P_{c}=\frac{2}{\ \ w_{0}^{4}}=\frac{1}{\ \ w_{0}^{4}k^{2}}, \tag{12}$$

对方程(11)积分一次, 有

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right)^{2}+\frac{2\ (\ ^{2}-1)(\ ^{2}-\ \ )}{w_{0}^{2}\ \ ^{2}}=0, \tag{13}$$

其中 $\ =\ \ P_0w_0^2/2=P_0\ \ w_0^2/4$, $\ =P_c/P_0$. 对于聚焦介质 $\ >0$, 队 $\ >0$, $\ >0$

将方程(13)积分, 得到:

$$w(z)=w_{0}\left[\ \cos^{2}(\ {}_{0}z)+\frac{P_{c}}{P_{0}}\sin^{2}(\ {}_{0}z)\right], \tag{14a}$$

这里 $_0 = 2\sqrt{\ } /w_0 = \sqrt{\ P_0}$. 将方程(14a)分别代入方程(10a)和方程(10c)有:

$$(z) = -\frac{1}{2}\arctan\left[\sqrt{\frac{P_c}{P_0}}\tan(\ _0 z)\right] + \frac{1-P_0/P_c}{16kw_0^2\ _0}\sin(2\ _0 z) + R_0 P_0 z - \frac{1+P_0/P_c}{8kw_0^2}z, \qquad (14b)$$

$$c(z) = \frac{k\ _0(P_c/P_0-1)\sin(2\ _0 z)}{4[\cos^2(\ _0 z) + (P_c/P_0)\sin^2(\ _0 z)]}. \qquad (14c)$$

将方程(14a),(14b)和(14c)代入方程(9)即可以写出传输光束在一般非局域介质中传输的高斯型解析解.

依据类似的方法,我们也可以利用Snyder-Mitchell模型来求得强非局域介质中光束传输的高斯型解析解. 由于 (r, z) 和 (r, z) 只有一个依赖于输入总功率和介质长度的相位因子差别,因此可以利用方程(8)求出 (r, z),就等于求出了傍轴光束 (r, z). 方法是构建 (r, z) 的高斯型解然后代入方程(8),得到的传输光束的束宽与(14a)一样,但波前曲率和复振幅相位表达式如下[1,7,9]:

$$c(z) = \frac{k\ _0(P_c/P_0-1)w_0^2\sin(2\ _0 z)}{4w^2},$$

$$(z) = -\frac{1}{2}\arctan\left[\sqrt{\frac{P_c}{P_0}}\tan(\ _0 z)\right].$$

当 $P_0 = P_c$ 时,非线性压缩刚好平衡线性衍射展宽,高斯光束在传输过程中束宽保持不变,也就是处于孤子传输状态,这正是被Snyder-Mitchell等命名的线性孤子(accessible solitons)[3].

3 小结

文章从光束传输满足的一般非线性薛定谔方程出发,针对强非局域介质中介质响应函数的特点,对非线性方程进行合理处理,得到了强非局域介质中光束传输满足的线性方程,使得找寻强非局域介质中光束传输的解析解称为可能. 文章针对单束高斯光的演化情况详细地给出了利用这一模型求解光束解析解的方法. 将非线性模型线性化,使得利用叠加原理求解该介质中多光束传输成为可能.

[参考文献]

[1] 郭旗,张霞萍. 基于强非局域空间光孤子特性的光子开关和光子逻辑门[J]. 物理学报, 2006, 55(4): 1832-1839.

[2] Krolikowski W, Bang O, Rasmussen J J, et al. Modulational instability in nonlocal nonlinear Kerr media[J]. Phys Rev E, 2001, 64(1): 016612.

[3] Snyder A W, Mitchell D J. Accessible soliton[J]. Science, 1997, 276: 1538-1541.

[4] Mitcher D J, Snyder A W. Soliton dynamics in a nonlocal medium[J]. J Opt Soc Am B, 1999, 16(2): 236-239.

[5] Assanto G, Peccianti M, Conti C. Nematicons: optical spatial solitons in nematic liquid crystals[J]. Opt Photonics News, 2003, 14(2): 45-48.

[6] Conti C, Peccianti M, Assanto G. Route to nonlocality and observation of accessible solitons[J]. Phys Rew Lett, 2003, 91(7): 073901.

[7] 张霞萍. 郭旗强非局域非线性介质中光束传输的厄米高斯解[J]. 物理学报, 2005, 54(7): 3178-3182.

[8] Hu W, Ouyang S G, Yang P B, et al. Short-range interaction between nonlocal media[J]. Phys Rev A, 2008, 77(3): 033842.

[9] Guo Q, Luo B, Yi F H, et al. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons[J]. Phys Rev E, 2004, 69(2): 016602.

[10] Ouyang S G, Guo Q. (1+2)-dimensional strongly nonlocal solitons[J]. Phys Rev A, 2007, 76(5): 053833.

[责任编辑: 顾晓天]