第 33卷第 1期 2010年 3月
南京师大学报(自然科学版)
JOURNAL OF NANJING NORMAL UNIVERSITY (Natural Science Edition)
Vol 33 No. 1 Mar, 2010

下行漫衰减系数 $K_d(z)$分析求解

黄昌春, 李云梅, 孙德勇, 乐成峰

(南京师范大学虚拟地理环境教育部重点实验室, 江苏 南京 210046)

[摘要] 漫衰减系数 $K(z)$是湖泊光学研究中的重要光学参数, 而其中下行漫衰减系数 $K_d(z)$目前的计算方法主要是经验算法, 而这些方法对于理解 $K_d(z)$以及影响 $K_d(z)$计算不确定性的分析是远远不够的, 本文通过求解辐射传输方程得到 $K(z)$的解析模型, 分析固有光学属性$\frac{b_b(z)}{a(z)}$以及表观光学属性$\frac{1}{u_d(z)}$和$\frac{1}{u_u(z)}$对计算 $K(z)$时误差引入的敏感度, 根据其敏感度为 0的分界点, 推演出 $K_d(z)$在$\frac{b_b(z)}{a(z)}\ll 1$和$\frac{b_b(z)}{a(z)}\gg 1$条件下的综合分段模型, 预测值与 Hydrolight模拟值方差为 1.0023, 标准差为 1.0011.

[关键词] 漫衰减系数, 敏感度, Hydrolight模拟
[中图分类号] X703.5 [文献标识码] A [文章编号] 1001-4616(2010)01-0112-08

Analysis Solving of Downwelling Diffuse Attenuation Coefficient $K(z)$

Huang Changchun, Li Yunmei, Sun Deyong, Le Chengfeng

(Key Laboratory of Virtual Geographic Environment of Ministry of Education, Nanjing Normal University, Nanjing 210046, China)

Abstract Diffuse attenuation coefficient $K(z)$ is an important optical parameter in the research of lake optical property, the current calculation methods of downwelling diffuse attenuation coefficient $K_d(z)$ is mainly experience algorithm, and all of these methods for understanding $K_d(z)$ and the uncertainty effects of the $K_d(z)$ analysis are far from enough. By resolving the radiation transfer equation, we got the analytical model of $K_d(z)$, by analysing of the sensitivity degree of the inherent optical properties $\frac{b_b(z)}{a(z)}$ and the apparent optical properties $\frac{1}{u_d(z)}$, $\frac{1}{u_u(z)}$ to the introducing error when calculate $K_d(z)$, we deduced the $K_d(z)$' s Sub-integrated model under the condition of $\frac{b_b(z)}{a(z)}\ll 1$ and $\frac{b_b(z)}{a(z)}\gg 1$ according to the zero sensitivity boundaries points, the variance and standard deviation between the Hydrolight simulation and predictive value of model is 1.0023 and 1.0011 respectively.

Key words diffuse attenuation coefficient, sensitivity degree, hydrolight simulation

水体漫衰减系数 $K(z)$是一重要的光学参数, 其中下行漫衰减系数 $K_d(z)$, 无论是在计算水体真光层、反演水体固有光学属性方面, 还是在反推刚好处于水表面以下的反射率, 都有着不可或缺的作用[1-6], 因此下行漫衰减系数 $K_d(z)$ 成为研究的重点和热点. 国内外很多学者对其进行了研究, 张运林[7, 8] 等分析了太湖水体表层光学衰减系数与透明度、无机和有机颗粒物质及叶绿素 a 的相关关系, 建立了表层水光学衰减系数与无机、有机颗粒物质及叶绿素 a多元线性回归方程; 王晓梅[9] 等利用遥感反射比反演水体 490 nm 波段的漫衰减系数和海水透明度的统计反演模式; Zhong-Ping Lee[10, 11] 等在辐射传输方程基础上建立 $K_d(z)$ 的半分析模型, 并利用 Hydrolight模拟数据计算模型中的参数, 得到了更加精确的 $K_d(z)$ 计算模型; Birgot Paavel[3] 等根据湖泊水体实测数据给出了 490 nm 单波段 $K_d(z)$ 反演模型, 并建立了 400 ~ 700 nm

收稿日期: 2009-06-16
基金项目: 十一五国家科技支撑计划项目 (2008BAC34B05)、江苏省 2008年度普通高校科研创新计划 (CX09B-301Z)、南京师范大学优秀博士论文培养计划 (12432116011036).
通讯联系人: 黄昌春, 硕士研究生, 研究方向: 环境污染遥感监测. E-mail: huangchangchun_aaa@163.com

范围内的 $K_{d,PAR}(z)$ 模型, 然而这些模型没有系统地分析 $K_d(z)$ 的影响因子, 以及 $\frac{b_b(z)}{a(z)}$ 变化对模型精度的影响, 本文在辐射传输方程的理论基础之上, 根据固有光学属性 $\frac{b_b(z)}{a(z)}$ 以及表观光学属性 $\frac{1}{u_d(z)}$ 和 $\frac{1}{u_u(z)}$ 对 $K_d(z)$ 计算误差引入敏感度, 利用其敏感度分界点从而在理论上确定 $K_d(z)$ 的计算模型.

1 K(z) 的解析表示形式

辐射传输方程的一般表现形式为:

$$\frac{\mathrm{d}L(z,\theta,\varphi)}{\mathrm{d}z}\cos\theta = -cL(z,\theta,\varphi) + \int_{4\pi}\beta(z,\theta,\varphi,\theta',\varphi')L(z,\theta',\varphi')\,\mathrm{d}\omega', \tag{1}$$

其中 z 深度单位为 m, θ 为太阳天顶角, φ 为方位角, c 为衰减系数, 是吸收系数 a 和散射系数 b 之和 $c = a + b$, 辐射传输方程右边中的 $-cL(z,\theta,\varphi)$ 项表示由于散射和吸收而引起的 $L(z,\theta,\varphi)$ 能量的损失; $\int_{4\pi}\beta(z,\theta,\varphi,\theta',\varphi')L(z,\theta',\varphi')\,\mathrm{d}\omega'$ 项表示由于散射作用, 由 θ' 和 φ' 方向上的 $L(z,\theta',\varphi')$ 散射到 θ 和 φ 方向上使得 $L(z,\theta,\varphi)$ 增强的项.

(1) 对辐射传输方程在下半球范围内积分得到:

$$\frac{\mathrm{d}E_d(z)}{\mathrm{d}z} = -\frac{a(z)}{u_d(z)}E_d(z) - \frac{r_d(z)b_b(z)}{u_d(z)}E_d(z) + \frac{r_u(z)b_b(z)}{u_u(z)}E_u(z). \tag{2}$$

(2) 对辐射传输方程在上半球范围内积分得到:

$$-\frac{\mathrm{d}E_u(z)}{\mathrm{d}z} = -\frac{a(z)}{u_u(z)}E_u(z) - \frac{r_u(z)b_b(z)}{u_u(z)}E_u(z) + \frac{r_d(z)b_b(z)}{u_d(z)}E_d(z). \tag{3}$$

引入 $a_d(z) = a(z)/u_d(z)$, $b_d(z) = r_d(z)b_b(z)/u_d(z)$, $c_d(z) = a_d(z) + b_d(z)$,

$$a_u(z) = a(z)/u_u(z),\ b_u(z) = r_u(z)b_b(z)/u_u(z),\ c_u(z) = a_u(z) + b_u(z).$$

其中 $\overline{u_d}$, $\overline{u_u}$, r_d, r_u 分别为下行、上行平均余弦, 下行和上行光场分布形状因子[1, 12-15], $a(z)$ 和 $b_b(z)$ 为吸收和后向散射系数.

则 (2) 式和 (3) 式简化为

$$\frac{\mathrm{d}E_d(z)}{\mathrm{d}z} = -c_d(z)E_d(z) + b_u(z)E_u(z), \tag{4-1}$$

$$-\frac{\mathrm{d}E_u(z)}{\mathrm{d}z} = -c_u(z)E_u(z) + b_d(z)E_d(z). \tag{5-1}$$

对 (4-1) 和 (5-1) 两边分别同时除以 $E_d(z)$, $E_u(z)$ 得到:

$$-\frac{\mathrm{d}E_d(z)}{E_d(z)\,\mathrm{d}z} = c_d(z) - b_u(z)R(Z) = \left(\frac{a(z)}{u_d(z)} + \frac{b_b(z)r_d(z)}{u_u(z)}\right) - \frac{b_b(z)r_u(z)}{u_u(z)}R(z) = \frac{a(z)}{u_d(z)} + b_b(z)\left(\frac{r_d(z)}{u_d(z)} - \frac{r_u(z)}{u_u(z)}R(z)\right),$$

$$-\frac{\mathrm{d}E_u(z)}{E_u(z)\,\mathrm{d}z} = -c_u(z) + b_d(z)R(z) = -\left(\frac{a(z)}{u_u(z)} + \frac{b_b(z)r_u(z)}{u_u(z)}\right) + \frac{b_b(z)r_d(z)}{u_d(z)}R(z) = -\frac{a(z)}{u_u(z)} + b_b\left(\frac{r_d(z)}{u_d(z)}R(z) - \frac{r_u(z)}{u_u(z)}\right).$$

即得到:

$$\frac{K_d(z)}{a(z)} = \frac{1}{u_d(z)} + \frac{b_b(z)}{a(z)}\left(\frac{r_d(z)}{u_d(z)} - \frac{r_u(z)}{u_u(z)}R(z)\right), \tag{4-2}$$

$$\frac{K_u(z)}{a(z)} = -\frac{1}{u_u(z)} + \frac{b_b(z)}{a(z)}\left(-\frac{r_u(z)}{u_u(z)} + \frac{r_d(z)}{u_d(z)}R(z)\right). \tag{5-2}$$

从 (4-2) 和 (5-2) 可以看出影响上行和下行漫衰减系数的因子主要是: 吸收系数 a、后向散射系数 b_b、上行和下行平均余弦 (u_d, u_u)、上行和下行光场分布形状因子 (r_d, r_u), 以及反射率 $R(z)$. 而在水体边界

条件确定的情况下,上行和下行平均余弦(u_d,u_u)、上行和下行光场分布形状因子(r_d,r_u),以及反射率$R(z)$主要是由水体的固有光学属性所决定[16-18],因此在确定的水体边界条件下,对$K_d(z)$、$K_u(z)$的影响主要是吸收系数和后向散射系数引起的.

2 Hydrolight数值模拟

Hydrolight数值模拟需要输入的数据有:1)水体固有光学属性:吸收系数a和散射系数b,散射相函数的选取(Hydrolight软件自带的散射相函数集,或输入水体的后向散射系数文件);2)表观光学属性的:总的入射辐照度计算(可以使用Hydrolight软件自带Radtran计算模型进行计算,也可以输入实际测量的总的入射辐照度);3)边界条件的输入:水气界面的边界条件,包括风速v、天空状况(太阳天顶角、天空光比例)、大气条件(大气压强、平均风速、能见度、相对湿度,臭氧、大气类型),以及水体中叶绿素和黄质的荧光效应,水分子的拉曼散射的条件,水体底反射.

本文数据是在实验水槽内利用AC-S实测吸收和散射数据,在固定的吸收系数和散射系数条件下,以不同后向散射率来改变$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}$的取值;利用水下光谱仪RAMSES-ACC探头实测总的入射辐照度,太阳天顶角利用测量时间和该地点的经纬度计算得到,天空光比例是利用ASD分别测量灰板和遮挡灰板得到;并对总入射辐照度、太阳高度角、天空光比例进行归一化处理后作为输入条件,风速为0m/s,无底反射,叶绿素和黄质荧光效应以及水分子的拉曼散射效应忽略.

3 敏感度分析与模型建立

3.1 敏感度分析

3.1.1 $K_d(z)$,$K_u(z)$对$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}$的敏感度分析

规一化敏感度因子ε表示了引入误差与所产生的输出误差的比值,即利用$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}$计算$K_d(z)$,$K_u(z)$时,$K_d(z)$,$K_u(z)$值对引入误差的敏感程度.计算公式如下:

$$\varepsilon_d=\frac{\dfrac{b_b(z)}{a(z)}}{\dfrac{K_d(z)}{a(z)}}\frac{\partial\dfrac{K_d(z)}{a(z)}}{\partial\dfrac{b_b(z)}{a(z)}}=\frac{a(z)}{K_d(z)}\frac{b_b(z)}{a(z)}\left(\frac{r_d(z)}{u_d(z)}-\frac{r_u(z)}{u_u(z)}R(z)\right)=\frac{b_b(z)}{K_d(z)}\left(\frac{r_d(z)}{u_d(z)}-\frac{r_u(z)}{u_u(z)}R(z)\right),$$

$$\varepsilon_u=\frac{\dfrac{b_b(z)}{a(z)}}{\dfrac{K_u(z)}{a(z)}}\frac{\partial\dfrac{K_u(z)}{a(z)}}{\partial\dfrac{b_b(z)}{a(z)}}=\frac{a(z)}{K_u(z)}\frac{b_b(z)}{a(z)}\left(-\frac{r_u(z)}{u_u(z)}+\frac{r_d(z)}{u_d(z)}R(z)\right)=\frac{b_b(z)}{K_u(z)}\left(\frac{r_d(z)}{u_d(z)}R(z)-\frac{r_u(z)}{u_u(z)}\right).$$

分别对ε_d和$K_d(z)$进行对数变化得到$\ln(\varepsilon_d)$和$\ln(K_d(z))$的关系图;分别对ε_d和$K_d(z)$进行对数变化得到$\ln(\varepsilon_u)$和$\ln(K_u(z))$的关系图,如图1和图2所示.

从图1很明显地看出利用$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}$计算$K_d(z)$,$K_d(z)$值对误差的敏感程度有如下规律:当$\ln(\varepsilon_d)=0$即$\varepsilon_d=1$时,得到$K_d(z)=b_b(z)\left(\dfrac{r_d(z)}{u_d(z)}-\dfrac{r_u(z)}{u_u(z)}R(z)\right)$,误差敏感度最小,为0,当$K_d(z)>b_b(z)\left(\dfrac{r_d(z)}{u_d(z)}-\dfrac{r_u(z)}{u_u(z)}R(z)\right)$时,$\ln(\varepsilon_d)$的绝对值随着$K_d(z)$的增加而增大;当$K_d(z)<b_b(z)\left(\dfrac{r_d(z)}{u_d(z)}-\dfrac{r_u(z)}{u_u(z)}R(z)\right)$时,$\ln(\varepsilon_d)$的绝对值随着$K_d(z)$的增加而减小.但是由于$K_d(z)$是正值,对于$\ln(\varepsilon_d)=-\ln(K_d(z))-0.6902$式,使得$\ln(\varepsilon_d)=0$,即$K_d(z)=b_b(z)\left(\dfrac{r_d(z)}{u_d(z)}-\dfrac{r_u(z)}{u_u(z)}R(z)\right)$是不成立的,所以利用$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}$计算$K_d(z)$使得误差敏感度最小点是不存在的.

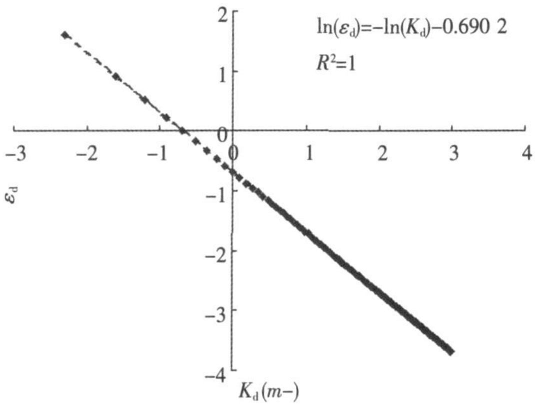

图 1　$\ln(\varepsilon_{\mathrm{d}})$ 和 $\ln(K_{\mathrm{d}}(z))$ 关系图

Fig. 1　The relationship between $\ln(\varepsilon_{\mathrm{d}})$ and $\ln(K_{\mathrm{d}}(z))$

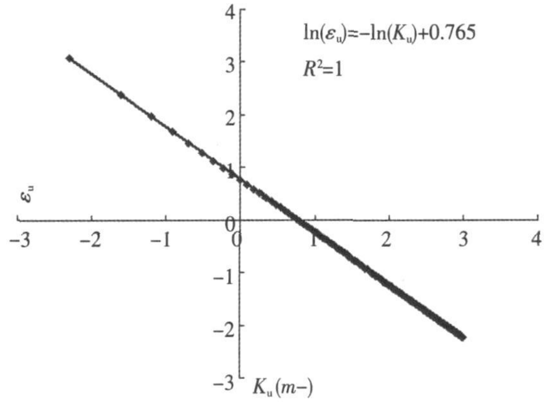

图 2　$\ln(\varepsilon_{\mathrm{u}})$ 和 $\ln(K_{\mathrm{u}}(z))$ 关系图

Fig. 2　The relationship between $\ln(\varepsilon_{\mathrm{u}})$ and $\ln(K_{\mathrm{u}}(z))$

而 $\ln(\varepsilon_{\mathrm{u}})$ 和 $\ln(K_{\mathrm{u}}(z))$ 在图 2也表现出同样的规律, 其分界点为 $K_{\mathrm{u}}(z) = b_{\mathrm{b}}(z)\left(\frac{r_{\mathrm{d}}(z)}{u_{\mathrm{d}}(z)}R(z) - \frac{r_{\mathrm{u}}(z)}{u_{\mathrm{u}}(z)}\right)$.

3.1.2　$K_d(z)$, $K_u(z)$ 对 $\frac{1}{u_d(z)}$ 和 $\frac{1}{u_u(z)}$ 的敏感度分析

利用上述敏感度计算公式计算 $K_{\mathrm{d}}(z)$, $K_{\mathrm{u}}(z)$ 对 $\frac{1}{u_{\mathrm{d}}(z)}$ 和 $\frac{1}{u_{\mathrm{u}}(z)}$ 的敏感度, 得到计算结果如下:

$$\varepsilon_{d-d} = \frac{\frac{1}{u_{\mathrm{d}}(z)}}{\frac{K_{\mathrm{d}}(z)}{a(z)}} \frac{\partial \frac{K_{\mathrm{d}}(z)}{a(z)}}{\partial \frac{1}{u_{\mathrm{d}}(z)}} = \frac{a(z)}{K_{\mathrm{d}}(z)u_{\mathrm{d}}(z)}\left(1 + \frac{b_{\mathrm{b}}(z)r_{\mathrm{d}}(z)}{a(z)}\right),$$

$$\varepsilon_{d-u} = \frac{\frac{1}{u_{\mathrm{u}}(z)}}{\frac{K_{\mathrm{d}}(z)}{a(z)}} \frac{\partial \frac{K_{\mathrm{d}}(z)}{a(z)}}{\partial \frac{1}{u_{\mathrm{u}}(z)}} = \frac{a(z)}{K_{\mathrm{d}}(z)u_{\mathrm{u}}(z)}(-R(z)r_{\mathrm{u}}(z)),$$

$$\varepsilon_{u-u} = \frac{\frac{1}{u_{\mathrm{u}}(z)}}{\frac{K_{\mathrm{u}}(z)}{a(z)}} \frac{\partial \frac{K_{\mathrm{u}}(z)}{a(z)}}{\partial \frac{1}{u_{\mathrm{u}}(z)}} = -\frac{a(z)}{K_{\mathrm{u}}(z)u_{\mathrm{u}}(z)}\left(1 + \frac{b_{\mathrm{b}}r_{\mathrm{u}}(z)}{a}\right),$$

$$\varepsilon_{u-d} = \frac{\frac{1}{u_{\mathrm{d}}(z)}}{\frac{K_{\mathrm{u}}(z)}{a(z)}} \frac{\partial \frac{K_{\mathrm{u}}(z)}{a(z)}}{\partial \frac{1}{u_{\mathrm{d}}(z)}} = \frac{a(z)}{K_{\mathrm{u}}(z)u_{\mathrm{d}}(z)}(R(z)r_{\mathrm{d}}(z)).$$

对 $\varepsilon_{\mathrm{d-d}}$ 和 $\varepsilon_{\mathrm{d-u}}$ 与 $K_{\mathrm{d}}(z)$ 做对数变换得到 $\ln(K_{\mathrm{d}}(z))$ 和 $\ln(\varepsilon_{d-d})$ 与 $\ln(-K_{\mathrm{d}}(z))$ 和 $\ln(\varepsilon_{\mathrm{d-u}})$ 关系图; 对 $\varepsilon_{\mathrm{u-d}}$ 和 $\varepsilon_{\mathrm{u-u}}$ 与 $K_{\mathrm{u}}(z)$ 做对数变换得到 $\ln(K_{\mathrm{u}}(z))$ 和 $\ln(\varepsilon_{\mathrm{u-d}})$ 与 $\ln(-K_{\mathrm{u}}(z))$ 和 $\ln(\varepsilon_{\mathrm{u-u}})$ 关系图, 如图 3和图 4所示.

由图 3可以很明显看出, 对于 $\ln(\varepsilon_{\mathrm{d-d}}) = -\ln(K_{\mathrm{d}}) + 1.017\,4$ 和 $\ln(\varepsilon_{\mathrm{d-u}}) = -\ln(-K_{\mathrm{d}}) - 0.824\,1$ 是可以取得临界点, 而图 4中 $\ln(\varepsilon_{\mathrm{u-d}}) = -\ln(K_{\mathrm{u}}) - 2.167\,7$ 和 $\ln(\varepsilon_{\mathrm{u-u}}) = -\ln(-K_{\mathrm{u}}) + 1.707$ 是取不到临界点的.

$K_{\mathrm{d}}(z)$ 对 $\frac{1}{u_{\mathrm{d}}(z)}$ 敏感度分界点为: $K_{\mathrm{d}}(z) = \frac{a(z) + b_{\mathrm{b}}(z)r_{\mathrm{d}}(z)}{u_{\mathrm{d}}(z)}$.

$K_{\mathrm{d}}(z)$ 对 $\frac{1}{u_{\mathrm{u}}(z)}$ 敏感度分界点为: $K_{\mathrm{d}}(z) = \frac{a(z)}{u_{\mathrm{u}}(z)}(-R(z)r_{\mathrm{u}}(z))$.

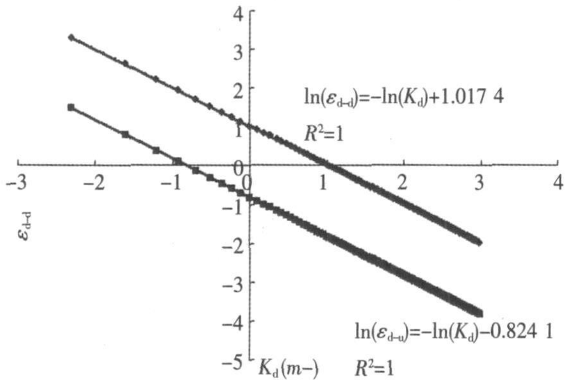

图3　$\ln(K_d(z))$ 和 $\ln(\varepsilon_{d-d})$ 与 $\ln(-K_d(z))$ 和 $\ln(\varepsilon_{d-u})$ 关系图

Fig. 3　The relationship between $\ln(K_d(z))$ and $\ln(\varepsilon_{d-d})\ln(-K_d(z))$ and $\ln(\varepsilon_{d-u})$

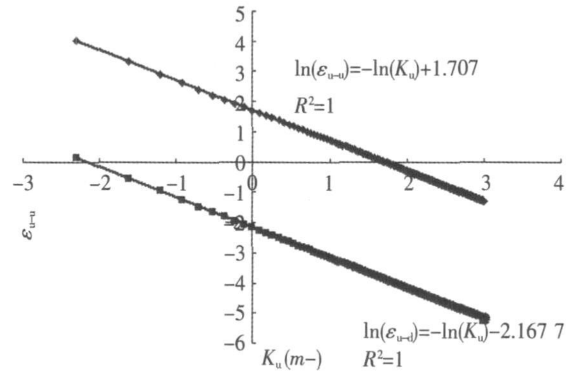

图4　$\ln(K_u(z))$ 和 $\ln(\varepsilon_{u-d})$ 与 $\ln(-K_u(z))$ 和 $\ln(\varepsilon_{u-u})$ 关系图

Fig. 4　The relationship between $\ln(K_u(z))$ and $\ln(\varepsilon_{u-d})$ $\ln(-K_u(z))$ and $\ln(\varepsilon_{u-u})$

$K_u(z)$ 对$\dfrac{1}{u_d(z)}$敏感度分界点为: $K_u(z)=\dfrac{a(z)}{u_d(z)}(R(z)r_d(z))$不存在.

$K_u(z)$ 对$\dfrac{1}{u_u(z)}$敏感度分界点为: $K_u(z)=-\dfrac{a(z)+b_br_u(z)}{u_u(z)}$不存在.

所以得到 $K_d(z)$ 对 $\dfrac{1}{u_d(z)}$ 敏感分界点的 $K_d(z)=\dfrac{a(z)+b_b(z)r_d(z)}{u_d(z)}$, 作为计算 $\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)+b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$的半分析模型, 这一结论与 Asa[1] 等学者当$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}\ll 1$条件下近似求解结论相一致, 由于该模型$\dfrac{1}{u_d(z)}$的误差敏感度 $\ln(\varepsilon_{d-d})$为 0, 所以在该点 $K_d(z)$ 计算精度最高, 利用该模型计算$\overline{K_d(z)}$和$\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)+b_b(z)}{u_d(z)}$模型计算值与 Hydrolight模拟值相比较, 得到结果如图 5和图 6所示:

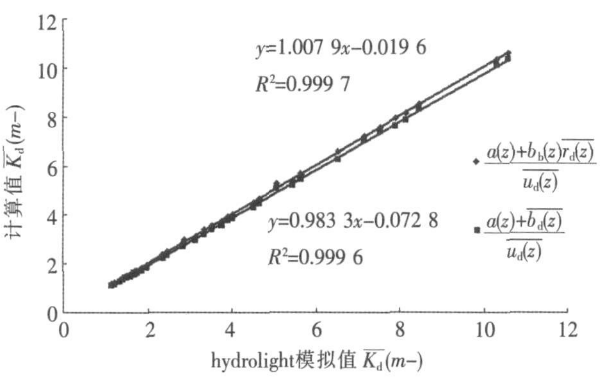

图5　Hydrolight 模拟值与计算$\overline{K_d(z)}$值

Fig. 5　The value of $\overline{K_d(z)}$ from Hydrolight simulations versus $\overline{K_d(z)}$ from model calculate

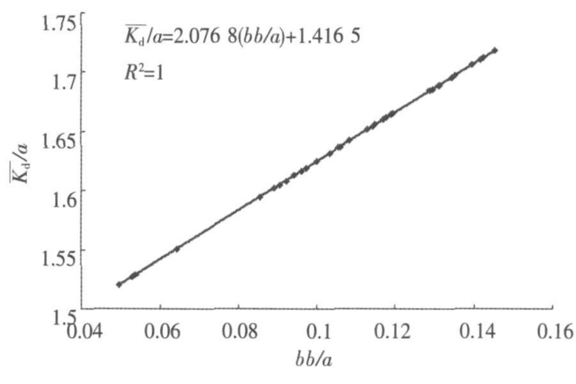

图6　$\overline{K_d(z)}/a$ 与 b_b/a 关系图

Fig. 6　The relationship between $\overline{K_d(z)}/a$ and b_b/a

模型$\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)+b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$计算值与 Hydrolight模拟值方差为 0.104 65, 标准差为 0.323 49; 模型$\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)+\overline{b_b(z)}}{\overline{u_d(z)}}$计算值与 Hydrolight模拟值方差为 1.027 44, 标准差为 1.013 63, 由此可见模型$\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)+b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$的计算具有较高的精度.

3.2 模型推理

然而$\overline{K_d(z)} = \dfrac{a(z) + b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$模型中存在明显的缺陷, 该模型表现出$\overline{K_d(z)}$随$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}$线性增加, 显然这是不符合实际情况, 当$\dfrac{b_b(z)}{a(z)} \gg 1$时, $\overline{K_d(z)}$与 $b_b(z)$是不相关的; 只有当$\dfrac{b_b(z)}{a(z)} \ll 1$时该公式才是成立的[1]. 因此在$\dfrac{b_b(z)}{a(z)} \ll 1$这一条件下, 即后向散射很小, 前项散射占主导位置时, $K_d(z)$对$\dfrac{1}{u_d(z)}$敏感度分界点$\overline{K_d(z)} = \dfrac{a(z) + b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$成立; 由此推测在$\dfrac{b_b(z)}{a(z)} \gg 1$条件下, 后向散射占主导位置, $K_d(z)$对$\dfrac{1}{u_u(z)}$敏感度分界点$K_d(z) = \dfrac{a(z)}{u_u(z)}(-R(z)r_u(z))$可以作为$\dfrac{b_b(z)}{a(z)} \gg 1$条件下计算$\overline{K_d(z)} = \dfrac{a(z)}{\overline{u_u(z)}}(-R(z)\overline{r_u(z)})$, 前面的负号是由于 $K_d(z)$与 $u_u(z)$方向相反产生的, 其中出现了参数 $R(z)$.

3.2.1 计算参数 R(z)

将 $E_d(z) = E_d(0)\exp(-k_d z)$代入(4-1)进行计算得到: $R(z) = \dfrac{c_d - k_d}{b_u}$, 由(4-1)和(5-1)对 $E_u(z)$消元得到: $\dfrac{dE_d^2(z)}{dz} = (c_u - c_d)\dfrac{dE_d(z)}{dz} + (c_u c_d - b_u b_d)E_d(z)$.

将 $E_d(z) = E_d(0)\exp(-k_d z)$代入上式得到:

$$k_d^2 E_d(0)e^{-k_d z} - (cd - cu)k_d E_d(0)e^{-k_d z} + (b_u b_d - c_u c_d)E_d(0)e^{-k_d z} = 0$$

简化得到: $k_d^2 - (cd - cu)k_d + (b_u b_d - c_u c_d) = 0$, 对 k_d解方程得到:

$$k_{d1} = \frac{(c_d - c_u)}{2} + \frac{\sqrt{(c_u + c_d)^2 - 4b_u b_d}}{2}, \quad k_{d2} = \frac{(c_d - c_u) - \sqrt{(c_u + c_d)^2 - 4b_u b_d}}{2}.$$

由于在 $E_d(z) = E_d(0)\exp(-k_d z)$中定义 k_d是大于 0的数, 因此取正根 $k_d = k_{d1} = \dfrac{(c_d - c_u)}{2} + \dfrac{\sqrt{(c_u + c_d)^2 - 4b_u b_d}}{2}$, 联合$R(z) = \dfrac{c_d - k_d}{b_u}$得到:

$$R(z) = \frac{c_d + c_u}{2b_u} - \left[\left(\frac{c_d + c_u}{2b_u}\right)^2 - \frac{b_d}{b_u}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

当$\dfrac{b_b(z)}{a(z)} \gg 1$, $c_d \approx b_d$、$c_u \approx b_u$则:

$$R(z) \approx \frac{b_d + b_u}{2b_u} - \left[\left(\frac{b_u - b_d}{2b_u}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}},$$

由于 $b_u > b_d$, $\left[\left(\dfrac{b_u - b_d}{2b_u}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \dfrac{b_u - b_d}{2b_u}$,

$R(z) \approx \dfrac{b_d}{b_u} = \dfrac{r_d u_u}{r_u u_d}$, 将此式代入$K_d(z) = \dfrac{a(z)}{u_u(z)}(-R(z)r_u(z))$, 由于下行漫衰减系数 $K_d(z)$相对于上行平均余弦 $u_u(z)$, 所以在约去上行平均余弦时, 应该去掉其负号, 得到:

$$K_d(z) = \frac{a(z)r_d}{u_d(z)}\left(\frac{b_b(z)}{a(z)} \gg 1\right).$$

3.2.2 模型检验

当$\dfrac{b_b(z)}{a(z)} \gg 1$, 利用模型$\overline{K_d(z)} = \dfrac{a(z) + b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$和$\overline{K_d(z)} = \dfrac{a(z)\overline{r_d}}{\overline{u_d(z)}}$分别计算$\overline{K_d(z)}$, 并与Hydrolight模拟值进行比较, 得到结果如图 7所示: 模型$\overline{K_d(z)} = \dfrac{a(z)\overline{r_d}}{\overline{u_d(z)}}$在计算精度和回归相关性上都要

比$\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)+b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$模型好,由此可以得到$\overline{K_d(z)}$的计算模型:

$$\overline{K_d(z)}=\frac{a(z)+b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}\quad\left(\frac{b_b(z)}{a(z)}\ll 1\right),$$

$$\overline{K_d(z)}=\frac{a(z)\overline{r_d}}{\overline{u_d(z)}}\left(\frac{b_b(z)}{a(z)}\gg 1\right).$$

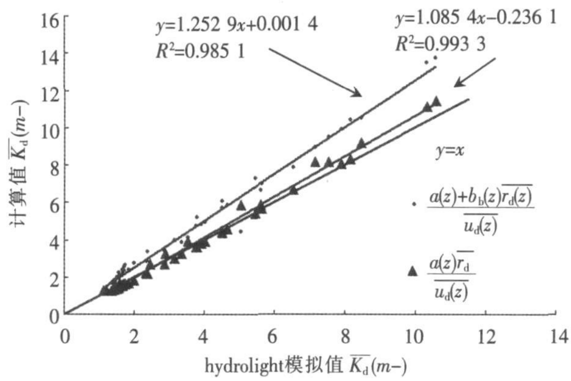

图 7　Hydrolight 模拟值与$\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)+b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$模型、$\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)\overline{r_d}}{\overline{u_d(z)}}$模型计算值比较图

Fig. 7　The value of $\overline{K_d(z)}$ from Hydrolight simulations versus the value from model $\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)+b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$ and $\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)\overline{r_d}}{\overline{u_d(z)}}$ calculate

4　结论

通过敏感度分析以及模拟我们得到以下重要结论:

1)模型$\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)+b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}$在$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}\ll 1$时计算$\overline{K_d(z)}$的精度和相关性较好,可以用于实际计算. 该结论验证 Asa[1] 等学者的结论.

2)模型$\overline{K_d(z)}=\dfrac{a(z)\overline{r_d}}{\overline{u_d(z)}}$在$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}\gg 1$时$\overline{K_d(z)}$的精度和相关性较好,可以用于实际计算,并且该式简单易行,从表达式中我们还可以看出,在$\dfrac{b_b(z)}{a(z)}\gg 1$时$\overline{K_d(z)}$值是与后向散射系数不相关.

3)最终我们得到综合分段模型:

$$\overline{K_d(z)}=\frac{a(z)+b_b(z)\overline{r_d(z)}}{\overline{u_d(z)}}\quad\left(\frac{b_b(z)}{a(z)}\ll 1\right),$$

$$\overline{K_d(z)}=\frac{a(z)\overline{r_d}}{\overline{u_d(z)}}\left(\frac{b_b(z)}{a(z)}\gg 1\right).$$

该综合分段模型应用范围广泛,但缺憾的是,该模型求解的只是平均漫衰减系数,对于分层现象严重,水体情况复杂难以用平均漫衰减系数$\overline{K_d(z)}$表示的地区,需要进一步深入的研究和探讨.

附表:参数说明

Attached Table: Explanation of parameters

参数	说明
$\overline{u_d}$, $\overline{u_u}$	下行和上行平均余弦(u_d, u_u)的平均值, $u_d=\dfrac{\int_{2\pi d}L(z,\theta,\varphi)\cos\theta d\omega}{\int_{2\pi d}L(z,\theta,\varphi)d\omega}$, $u_u=\dfrac{\int_{2\pi u}L(z,\theta,\varphi)\cos\theta d\omega}{\int_{2\pi u}L(z,\theta,\varphi)d\omega}$
r_d, r_u	下行和上行光场分布形状因子, $r_d=\dfrac{1}{b_bE_{od}}\int_{2\pi d}\left[\int_{2\pi u}\beta(\theta,\phi,\theta',\phi')d\Omega\right]L(z,\theta',\varphi')d\Omega'$, $r_u=\dfrac{1}{b_bE_{ou}}\int_{2\pi u}\left[\int_{2\pi d}\beta(\theta,\phi,\theta',\phi')d\Omega\right]L(z,\theta',\varphi')d\Omega'$
$\beta(z,\theta,\varphi,\theta',\varphi')$	散射相函数
c	衰减系数
a	吸收系数
b	散射系数 $b=2\pi\int_0^{\pi}\beta(\alpha)\sin\alpha d\alpha$, α为(θ,φ)与(θ',φ')的夹角
b_b	后向散射系数 $b=2\pi\int_{\pi/2}^{\pi}\beta(\alpha)\sin\alpha d\alpha$
b_d, b_u	下行和上行散射系数, $b_d(z)=r_d(z)b_b(z)/u_d(z)$, $b_u(z)=r_u(z)b_b(z)/u_u(z)$
a_d, a_u	下行和上行吸收系数, $a_d(z)=a(z)/u_d(z)$, $a_u(z)=a(z)/u_u(z)$
c_d, c_u	下行和上行衰减系数, $c_d(z)=a_d(z)+b_d(z)$, $c_u(z)=a_u(z)+b_u(z)$

参数	说明
$E_d(z), E_u(z)$	下行和上行辐照度 $E_d(z) = \int_{2\pi_d} L(z, \theta, \varphi)\cos\theta d\omega, E_u(z) = \int_{2\pi_u} L(z, \theta, \varphi)\cos\theta d\omega$
$\overline{K_d(z)}, \overline{K_u(z)}$	下行和上行漫衰减系数的平均值
$K_d(z), K_u(z)$	下行和上行漫衰减系数 $K_d(z) = -\frac{dE_d(z)}{E_d(z)dz}, K_u(z) = -\frac{dE_u(z)}{E_u(z)dz}$

[参考文献]

[1] Asa E. Two-stream irradiance model for deep waters[J]. Applied Optics, 1987, 26(11): 2095-2101.

[2] Berwald J, Stramski D, Mobley C D. Influences of absorption and scattering on vertical changes in the average cosine of the underwater light field[J]. Limnol Oceanogr, 1995, 40(1): 1347-1357.

[3] Paavel B, Arst H, Reinart A. Model calculations of diffuse attenuation coefficient spectra in lake waters[J]. Proc Estonian Acad Sci Biol Ecol, 2006, 55(1): 61-81.

[4] Gallegos C L, Correll D L. Modeling spectral diffuse attenuation, absorption, and scattering coefficients in a turbid estuary[J]. Limnol Oceanogr, 1990, 35(7): 1486-1502.

[5] Gallegos C L. Calculating optical water quality targets to restore and project submersed aquatic vegetation: overcoming problems in partitioning the diffuse attenuation coefficient for photosynthetically active radiation[J]. Estuaries, 2001, 24(3): 380-397.

[6] Kirk J T O. The vertical attenuation of irradiance as a function of the optical properties of the water[J]. Limnol Oceanogr, 2003, 48(1): 9-17.

[7] 张运林, 秦伯强, 陈伟民, 等. 太湖水体光学衰减系数的分布及其变化特征[J]. 水科学进展, 2003, 14(4): 447-453.

[8] 张运林, 秦伯强, 陈伟民, 等. 太湖水体光学衰减系数的特征及参数化[J]. 海洋与湖沼, 2004, 35(3): 209-213.

[9] 王晓梅, 唐军武, 丁静, 等. 黄海、东海二类水体漫衰减系数与透明度反演模式研究[J]. 海洋学报, 2005, 27(5): 38-45.

[10] Lee Z P, Carder K L, Mobley C D. Hyperspectral remote sensing for shallow waters 1: A semianalytical model[J]. Appl Opt, 1998, 37(3): 6329-6338.

[11] Lee Z P, Du K P, Arnone R. A model for the diffuse attenuation coefficient of downwelling irradiance[J]. Journal of Geophysical Research, 2005, 110, C02016, doi: 10.1029/2004JC002275.

[12] Mobley C D, Gentili B, Gordon H R. Comparison of numerical models for computing underwater light fields[J]. Appl Opt, 1993, 32(7): 7484-7504.

[13] McCormick N J, Francisco P W. Radiative transfer two-stream shape factors for ocean optics[J]. A Appl Opt, 1995, 34(27): 6248-6255.

[14] McCormick N J. Asymptotic optical attenuation[J]. Limnol Oceanogr, 1992, 7(7): 1570-1578.

[15] McCormick N J. Mathematical models for the mean cosine of irradiance and the diffuse attenuation coefficient[J]. Limnol Oceanogr, 1995, 40(5): 1013-1018.

[16] Morel A, Loisel H. Apparent optical properties of oceanic water: Dependence on the molecular scattering contribution[J]. Appl Opt, 1998, 37(2): 4765-4776.

[17] Stavn R H, Weidemann A D. Shape factors, two-flow models, and the problem of irradiance inversion in estimating optical parameters[J]. Limnol Oceanogr, 1989, 34(8): 1426-1441.

[18] Zheng X, Dickey T, Chang G. Variability of the downwelling diffuse attenuation coefficient with consideration of inelastic scattering[J]. Appl Opt, 2002, 41(30): 6477-6488.

[责任编辑: 顾晓天]