

两种雷电回击模型的比较性研究

殷 洁

(南京邮电大学理学院, 江苏 南京 210003)

[摘要] 应用时域有限差分法(FDTD)计算了传输线模型(TL)和细导线模型这两种雷电回击模型的雷电通道中的电流分布及周围的雷电电磁脉冲(LEMP). 两种模型得到的结果都与相关文献中其他作者的结论进行比较, 另外对这两种模型下的计算结果进行对比讨论, 得到了一些有用的结果.

[关键词] 雷电电磁脉冲, 回击模型, 时域有限差分法

[中图分类号] TM863 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2012)03-0043-05

Comparison of Two Lightning Return Stroke Models

Yin Jie

(College of Science, Nanjing University of Posts and Communications, Nanjing 210003, China)

Abstract: Two lightning return stroke models are used, and they are transmission line model (TL) and thin wires model. This paper uses finite difference time-domain (FDTD) method to calculate the lightning channel current and lightning electromagnetic pulse. The calculation of two models is discussed and tested with other author's results, and some useful conclusions are obtained.

Key words: lightning electromagnetic pulse, return stroke model, FDTD

雷电(Lightning)是大气中激烈的放电现象,是空气被强电场击穿时的表现.雷电发生时产生的强烈的电磁辐射——雷电电磁脉冲(Lightning Electromagnetic Pulse,LEMP)会对周围的电力系统、计算机和各种电子设备造成干扰甚至瘫痪.雷电回击过程是LEMP研究的重点.要进行LEMP研究,首先必须建立雷电回击过程中通道电流随时间和空间变化的数学模型.从1941年C. E. R. Bruce和R. H. Golde^[1]建立第一个雷电回击模型以来,国外雷电专家们已陆续建立了许多成熟的雷电回击模型.本文应用了传输线模型(TL)和细导线模型两种模型来计算雷电电磁场,采用时域有限差分法(FDTD)这种数值方法,首先把计算结果与相关文献中其他作者的结果比较,得出一致的结论,接着进一步分析讨论了这两种模型的结果及物理过程.

1 两种模型的理论及差分公式

雷电回击模型一般都认为雷电通道是直的,无分支,垂直于地面,周围是无穷空间,通道底部电流为已知.

传输线模型(TL)最初由Uman和Mclain等人提出,把雷电通道当作垂直于大地平面的均匀传输线来考虑,给定了任一时间 t ,雷电通道任一高度 z' 处的电流 $I(z', t)$ 和任一时间 t ,通道底部($z' = 0$)处电流 $I(0, t)$ 之间的关系,方程如下:

$$I(z', t) = I(0, t - z'/v_f), \quad (1)$$

(1)式中 v_f 是回击速度.在传输线模型中,雷电通道中的电流分布是一垂直于地面的电流源阵列,如图1所示.该模型的输入参数是通道底部电流及回击速度,一旦参数给定,就可根据Maxwell方程组求解出通道周围的雷电电磁场.

收稿日期: 2012-03-29.

通讯联系人: 殷洁, 博士生, 讲师, 研究方向: 计算电磁学. E-mail: yinjie@njupt.edu.cn

由于雷电通道是直的,周围的电磁场是轴对称的,本文采用柱坐标系,以雷电通道为 z 轴,包含对称轴取一剖面,计算这一剖面上的电磁场.柱坐标系中轴对称 TM 波的 Maxwell 方程为:

$$-\frac{\partial E_r}{\partial z} + \frac{\partial E_z}{\partial r} = \mu \frac{\partial H_\varphi}{\partial t}, \quad (2)$$

$$-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_r}{\partial t} + \sigma E_z, \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z. \quad (4)$$

设空间间隔为 $\Delta r, \Delta z$, 时间间隔为 Δt , 将以上方程式对时间和空间作中心差分离散,离散后 Maxwell 方程的差分形式为:

$$\begin{aligned} H_\varphi^{n+0.5}(i+0.5, j+0.5) &= H_\varphi^{n-0.5} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta r} \times \\ [E_z^n(i+1, j+0.5) - E_z^n(i, j+0.5)] &- \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} \times \\ [E_r^n(i+0.5, j+1) - E_r^n(i+0.5, j)], \end{aligned} \quad (5)$$

$$E_z^{n+1}(i, j+0.5) = \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_z^n(i, j+0.5) +$$

$$\frac{2\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta r} \left[\frac{r_{i+0.5}}{r_i} H_\varphi^{n+0.5}(i+0.5, j+0.5) - \frac{r_{i-0.5}}{r_i} H_\varphi^{n+0.5}(i-0.5, j+0.5) \right], \quad (6)$$

$$\begin{aligned} E_r^{n+1}(i+0.5, j) &= \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_r^n(i+0.5, j) - \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta z} [H_\varphi^{n+0.5}(i+0.5, j+0.5) - \\ &H_\varphi^{n+0.5}(i+0.5, j-0.5)], \end{aligned} \quad (7)$$

轴线上的 E_z 需特别处理.根据安培环路定理,其差分格式如下:

无源区:

$$E_z^{n+1}(0, j+0.5) = \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_z^n(0, j+0.5) + \frac{8\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta r} H_\varphi^{n+0.5}(0.5, j+0.5). \quad (8)$$

有源区:

$$E_z^{n+1}(0, j+0.5) = \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_z^n(0, j+0.5) + \frac{8\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta r} H_\varphi^{n+0.5}(0.5, j+0.5) - \frac{4\Delta t}{\pi\varepsilon\Delta r^2} I(0, j+0.5). \quad (9)$$

整个计算区域由 Mur 一阶吸收边界所包围.另外,为了保证时域迭代过程解的稳定性,时间步 Δt 满足 Courant 条件:

$$\Delta t \leq \frac{\min(\Delta r, \Delta z)}{2c}. \quad (10)$$

细导线理论模型中,把雷电回击通道当作垂直于大地平面的理想细导线.细导线被底部一已知的集总的电流源激励,如图 2 所示.该模型与 TL 模型的主要区别有两点:一是雷电通道中电流源分布情况不同,TL 模型中是沿通道的电流源阵列,而细导线模型中是通道底部一集总的电流源,通道中其他部位的电流可由 Maxwell 方程求出;二是 TL 模型没有直接反映雷电通道的几何形状及尺寸,而细导线模型则把雷电通道当作细圆柱形的理想导体处理.

由于细导线的纵向尺寸远大于径向尺寸,为了节省内存及计算时间,本文采用共形技术(CP)模拟直径远小于网格空间尺寸的细导线结构.根据散射近场的物理特性,假定在细导线周围附近的环向磁场和径向电场均按 $1/r$ 的规律变化, r 为距导线中心的距离.设细导线位于 z 轴,由 Maxwell 积分方程可得细线附近网格

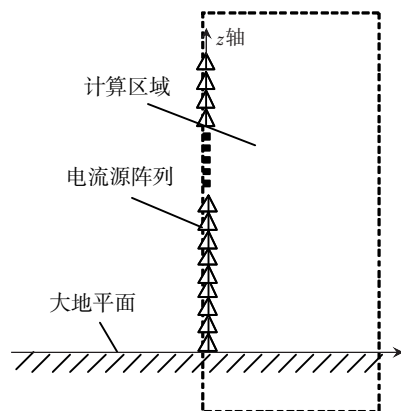


图 1 TL 模型雷电通道示意图

Fig.1 Configuration of lightning channel based on TL model

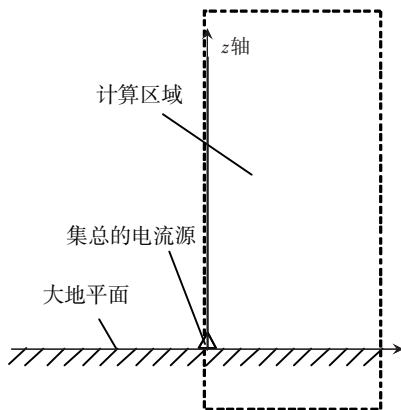


图 2 细导线模型雷电通道示意图

Fig.2 Configuration of lightning channel based on thin wire model

磁场计算的差分格式:

$$H_{\varphi}^{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}\right)=H_{\varphi}^{n-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{\Delta t}{\mu_0\Delta z}\right)\times\left[E_z^n\left(\frac{1}{2}j+1\right)-E_z^n\left(\frac{1}{2}j\right)\right]+$$

$$\left(\frac{\Delta t}{\mu_0\Delta z}\right)\times\left(\frac{2}{\ln(\Delta r/r_0)}\right)E_z^n\left(1,\frac{1}{2}\right), \quad (11)$$

(11) 式中 r_0 为细导线的半径. 细导线附近的 E_r , E_z 不需要特别处理, 按一般的 FDTD 差分公式即可.

2 模型的证实

首先, 为了验证本文用 FDTD 方法计算的 2 种模型的正确性, 先计算文献 [3, 4] 中的 2 个算例, 并把计算结果与文献 [3, 4] 的结果进行对比.

文献 [4] 中采用双指数函数作为通道底部电流, 如图 3, 数学表达式为:

$$i(0, t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}), \quad (12)$$

式中 $I_0 = 10 \text{ kA}$, $\alpha = 3 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$, $\beta = 10^7 \text{ s}^{-1}$, $v_f = 1.1 \times 10^8 \text{ m/s}$.

本文用 TL 模型计算出距回击通道 100 m, 地面上 6 m 处的水平电场如图 4 所示. 其中, 大地的电参数为: $\sigma = 1 \times 10^{-2} \text{ S/m}$, $\epsilon_r = 10$. 文献 [3] 中通道底部的电流为高斯脉冲函数, 表达式为:

$$i(0, t) = \exp\left[-\left(\frac{\beta}{\tau_0}\right)^2(t - \tau_0)^2\right], \quad (13)$$

式中 $\beta = 2.5$, $\tau_0 = 100 \text{ ns}$.

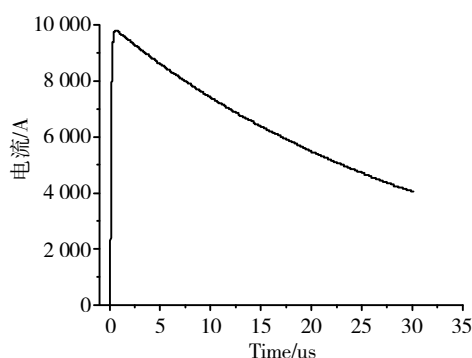


图 3 文献[4]中的通道底部电流波形
Fig.3 Waveform of channel base current, the same as Nucci, et al^[4]

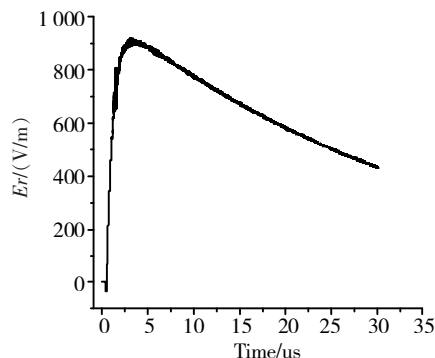


图 4 TL 模型计算距雷电通道 100 m 地面上 6 m 处水平电场波形
Fig.4 Waveform of horizontal electric field at a distance of 50 m and a height of 6 m above ground based on TL model

为了便于比较, 本文在这里也如文献 [3] 中一样把大地当作理想导体处理, 采用细导线模型计算的雷通道中的电流及周围的电场分别如图 5、6 所示.

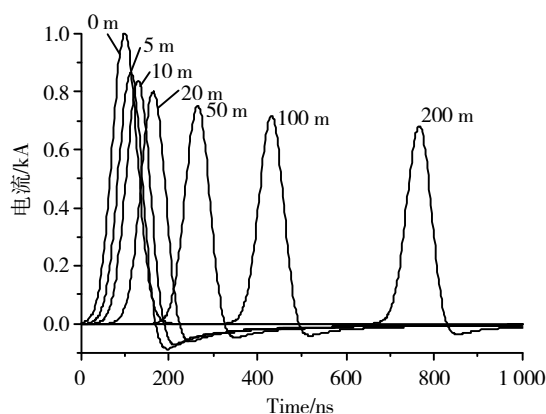


图 5 细导线模型计算的雷通道中的电流波形
Fig.5 Waveforms of lightning channel current based on thin wire model

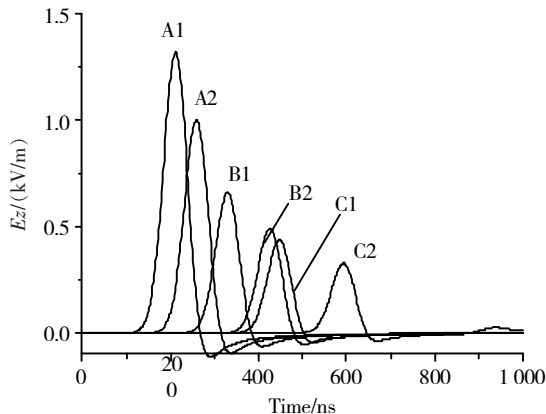


图 6 细导线模型计算的通道周围的垂直电场波形
Fig.6 Waveforms of vertical electric fields around lighting channel based on thin wire model

图6中,各计算点的空间坐标为: A1(25 25) A2(50 0) B1(50 50) B2(100 0) C1(75 75) , C2(150 0) 单位: m.

通过比较可发现 本文用 TL 模型和细导线模型计算的结果分别与文献[3 4]的结果吻合,证明了本文计算方法的正确性.

3 算例及结果分析

下面 我们对一个算例同时采用 TL 模型和细导线模型两种模型来计算,并把这2种模型得出的结果进行讨论分析. 为了便于比较,两种模型中的通道底部电流取为相同,用 Heidler 和双指数的叠加函数来模拟,表达式如下:

i(0 t) = I_{01} \frac{(\frac{t}{\tau_1})^2}{(\frac{t}{\tau_1})^2 + 1} e^{-\frac{t}{\tau_2}} + I_{02} (e^{-\frac{t}{\tau_3}} - e^{-\frac{t}{\tau_4}}).

(14)

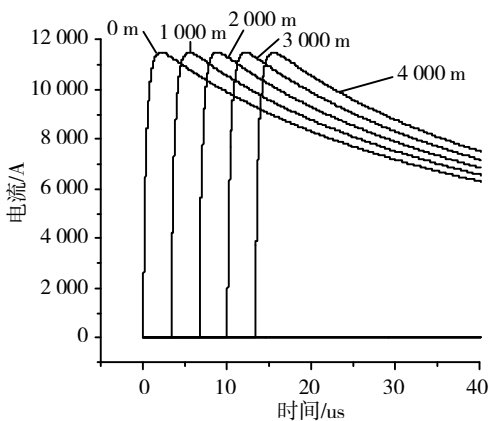


图 7(a) TL 模型雷电通道中的电流波形

Fig.7 Waveforms of current at different heights based on TL model

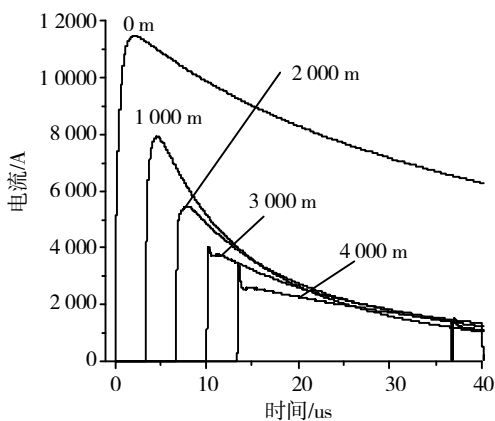


图 7(b) 细导线模型雷电通道中的电流波形

Fig.7 Waveforms of current at different heights based on thin wire model

上式中 $I_{01} = 3.25 \text{ kA}$ $I_{02} = 8.95 \text{ kA}$ $\pi_1 = 0.072 \text{ us}$ $\pi_2 = 16.67 \text{ us}$ $\pi_3 = 100 \text{ us}$ $\pi_4 = 0.5 \text{ us}$ 回击速度 $v_f = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$ 大地电导率 $\sigma = 1 \times 10^{-2} \text{ s/m}$, 相对电容率 $\epsilon_r = 10$,空间步 $\Delta z = \Delta r = 0.5 \text{ m}$,时间步 $\Delta t = \frac{\Delta z}{2c}$ $r_0 = 5 \text{ cm}$. 用 FDTD 方法计算出的 2 种模型下的雷电通道中的电流波形如图 7(a) ,7(b) 所示,两种模型下离雷电通道 50 m ,100 m 处地面的垂直电场 E_z 随时间的变化关系如图 8 所示.

比较这 2 种模型的计算结果可知 ,TL 模型中雷电通道中的电流幅值无衰减,见图 7(a) ,而细导线模型则不能支持无衰减的电流波,见图 7(b) ,两种模型计算出的雷电周围的电磁场也不同,见图 8. 一个沿着垂直于大地被通道底部实际的源激励的细导线传播的电流脉冲是不能维持其幅值的,因为这样一根细圆柱形导线的特征阻抗是随着高度变化的,所以一般不能看作是一根均匀的传输线. 而 TL 模型中则是把雷电通道当作垂直于地面的均匀传输线来考虑的. 两种模型计算出的通道电流及通道周围同一处的电磁场有差异,原因是这两种模型一开始对雷电通道的基本假设就不同.

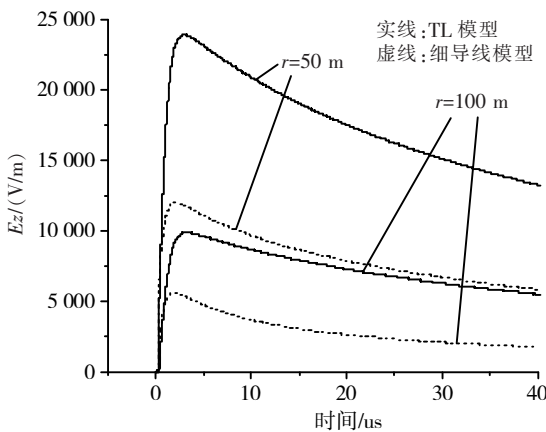


图 8 两种模型在地面同一点的垂直电场波形

Fig.8 Waveforms of vertical electric fields at ground

[参考文献]

- [1] Bruce C E ,Golde R H. The lightning discharge[J]. J Inst Elect Pt ,1941 ,88: 487-520.
- [2] Rakov V A ,Uman M A. Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application [J]. IEEE Trans Electromag Compat ,1998 ,40(4) : 403-426.
- [3] Baba Y ,Rakov V A. On the transmission lines model for lightning return stroke representantion[J]. Geophysical Research Letters ,2003 ,30(24) : 2294 ,doi: 10. 1029/2003GL 018407.
- [4] Marcos Rubinstein. An approximate formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close ,intermediate , and long range [J]. IEEE Trans Electromag Compat ,1996 ,38(3) : 531-535.
- [5] Moini R ,Kordi B ,Raif G Z ,et al. A new lightning return stroke model based on antenna theory[J]. J Geophys Res ,2000 ,105(D24) : 29 693-29 702.

[责任编辑: 顾晓天]

(上接第 42 页)

可以看出 ,与谱刚度不同 ,高阶矩对打击强度 κ 值的变化并不敏感. 对于较小的 L ($L < 0.05$) ,这些结果与强磁场中氢原子的结果^[8]类似.

[参考文献]

- [1] Casati G ,Chirikov B V ,Ford J ,et al. Stochastic behavior of a quantum pendulum under periodic perturbation [J]. Lect Notes Phys ,1979 ,93: 334-352.
- [2] Wintgen D ,Marxer H. Level statistics of a quantized cantori system [J]. Phys Rev Lett ,1988 ,60: 971-974.
- [3] Kilbane D ,Cummings A ,O' Sullivan G ,et al. Quantum statistics of a kicked particle in an infinite potential well [J]. Chaos ,Solitons and Fractals ,2006 ,30: 412-423.
- [4] Heller E J ,O' Connor P W ,Gehlen J. The eigenfunctions of classical chaostic systems [J]. Physica Scripta ,1989 ,40: 354-359.
- [5] 杨双波 ,韦栋. 周期受击简谐振子系统的经典与量子动力学 [J]. 南京师大学报: 自然科学版 ,2011 ,34(4) : 49-54.
- [6] Izrailev F M. Simple models of quantum chaos: spectrum and eigenfunctions [J]. Phys Rep ,1990 ,196: 299-399.
- [7] Casti G ,Chirikov B V ,Guarneri I. Energy-level statistics of integrable quantum systems [J]. Phys Rev Lett ,1985 ,54: 1 350-1 353.
- [8] Honig A ,Wintgen D. Spectral properties of strongly perturbed Coulomb systems: fluctuation properties [J]. Phys Rev A ,1989 ,39: 5 642-5 656.
- [9] 汪昭 ,杨双波. 势阱中的混沌及量子对应 [J]. 南京师大学报: 自然科学版 ,2009 ,32(3) : 31-36.

[责任编辑: 顾晓天]