

# 股票市场普适性规律的分析与研究

都国雄

(南京铁道职业技术学院 江苏 南京 210031)

[摘要] 分析了国内外许多学者近年来对不同国家或地区股票市场波动规律的研究,提出了股票市场存在普适性,并论述了普适性在收益的概率分布、波动率的变化规律和收益的多重分形分布中的存在,为进一步研究股票市场波动的动力学规律提供了依据。

[关键词] 经济物理学 股票市场 普适性 分析 研究

[中图分类号] O59 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2012)04-0041-07

## Analyses and Researches of the Universality in Stock Markets

Du Guoxiong

(Nanjing Institute of Railway Technology, Nanjing 210031)

**Abstract:** After having compared and analyzed research achievements on the fluctuations of different stock markets made by scholars from different countries, this paper believes that the stock markets do have universality not only in the probability distribution of returns but also in the volatility fluctuation and the multifractal distribution of returns. This result is very helpful and provides the framework for further studies on the dynamic mechanism of the fluctuation of stock markets.

**Key words:** econophysics, stock markets, universality, analyses, researches

自 20 世纪 80 年代经济物理学诞生以来,国内外许多学者应用物理学的理论和方法对各国股票市场的变化规律进行了大量的实证研究<sup>[1]</sup>. 本文在研读了国内外大量资料的基础上,对股票市场可能存在的普适性进行了分析研究. 结果表明不同国家或地区的股票市场具有某些共性,即普适性. 普适性一词源自热力学与统计物理学,是指不同的系统,如铁磁系统、液气流体系统等,在临界点领域行为的相似性,如都可以用幂函数  $f(r) \sim r^m$  来表述热力学量在临界点领域的特性,其临界指数(即幂次)也大致相同<sup>[2]</sup>. 临界现象的普适性说明在临界点附近,不同系统具有某些相似的共性,这些共性所起的主导作用超过了不同系统的个性所起的作用,从而导致不同系统在临界点附近行为的相似性和临界指数的接近. 股票市场普适性的存在意味着不同国家的股票市场存在某种相同或相似的动力学机制. 这对进一步研究股票市场价格变化的微观机理,加强风险管理和控制,提高投资收益,既有理论意义,又有实际价值.

### 1 收益的概率分布

经济物理学诞生之初,学者们研究比较多的一个内容就是股票市场价格或收益的概率分布和累积概率分布. 因为这直接与投资收益、投资风险有关. 具有代表性的研究包括:

文献[3]研究了 1984 年~1989 年间美国标准普尔(S&P500)指数  $S(t)$  在不同时间间隔  $\Delta t$  ( $1 \sim 1\,000$  min) 差分收益  $Z(t)$  ( $Z(t) \equiv S(t + \Delta t) - S(t)$ ) 的概率分布,如图 1 所示(已经过  $Z_s \equiv \frac{Z_{\Delta t}}{(\Delta t)^{1/\alpha}}$  的标度转换). 其中间部分服从特征指数  $\alpha = 1.40$ 、 $\gamma = 0.003\,75$  的利维稳定分布  $L_\alpha(Z, \Delta t)$   $L_\alpha(Z, \Delta t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp(-\gamma \cdot \Delta t \cdot k^\alpha) \cos(kZ) dk$ , 如图 2 所示.

收稿日期: 2012-06-12.

基金项目: 江苏省教育厅“青蓝工程”项目.

通讯联系人: 都国雄, 教授, 研究方向: 金融物理学. E-mail: ntydugx@sina.com

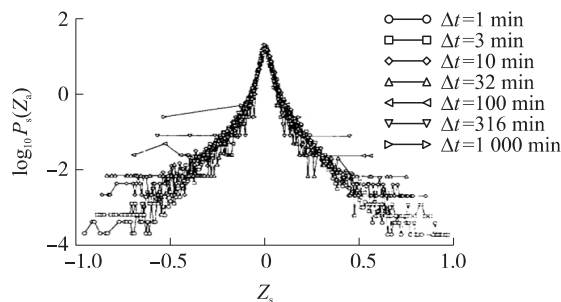


图 1 S&P500 指数不同时间间隔收益的概率分布(已经标度转换)

Fig. 1 The PD of returns of S&P500 (transformed by scale)

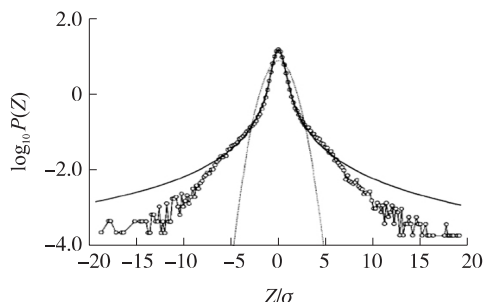


图 2 S&P500 指数收益概率分布与利维稳定分布、正态分布的比较(实线为利维稳定分布,虚线为正态分布)

Fig. 2 The comparison of PD of S&P500(circle line) the LSD (solid line) and the normal distribution(dot line)

文献[4]分析了 1990 年~1994 年间挪威奥斯陆股票指数不同时间间隔  $\Delta t$  (1~316 min) 差分收益  $Z(t)$  的概率分布(如图 3,其中(b)图已经过标度转换) 利维特性指数  $\alpha = 1.64$ .

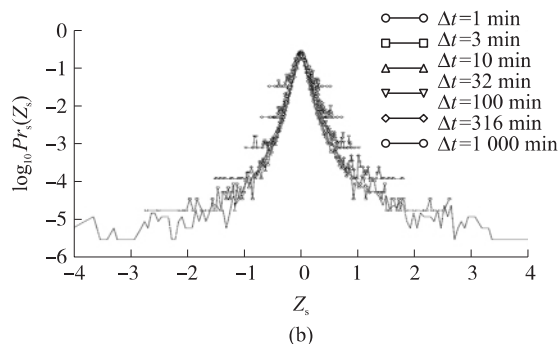
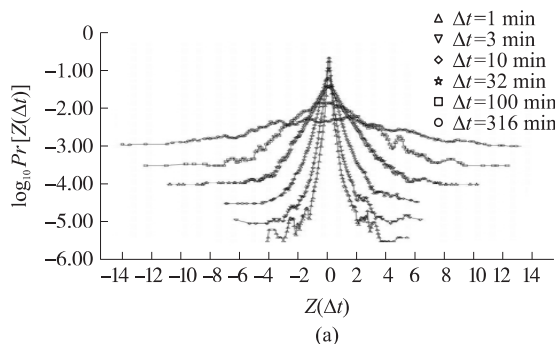


图 3 挪威股票指数收益概率分布(其中 b 图已经标度转换)

Fig. 3 The PD of returns of Norwegian stock index(b is transformed by scale)

其中时间间隔为 1 min 的收益概率分布与利维稳定分布( $\alpha = 1.64$ ,  $\gamma = 0.1167$ )、同方差正态分布的对比如图 4 所示,很明显,前两者比较接近。

文献[4]也研究了 1962 年~1993 年间美国道·琼斯工业指数日收益概率分布与正态分布的对比,如图 5,呈现明显的尖峰胖尾现象。

文献[5]全面深入地研究了 1998 年~2005 年间上海股票指数和深圳股票指数不同时间间隔收盘指数对数收益  $G(t)$  ( $G(t) \equiv \ln S(t + \Delta t) - \ln S(t)$ ) 的概率分布,如图 6 所示。其 1 min 上海股票指数对数收益概率分布与正态分布的对比如图 7 所示。

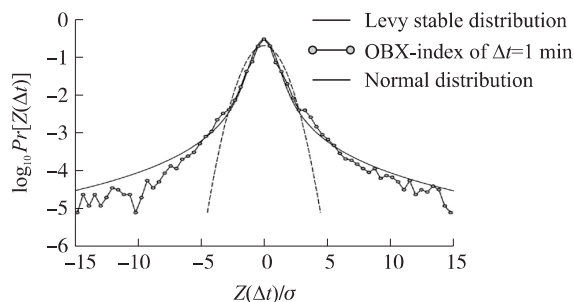


图 4 挪威股票 1 min 序列收益概率分布与利维分布和正态分布的比较

Fig. 4 1 min-distribution compared with LSD and ND

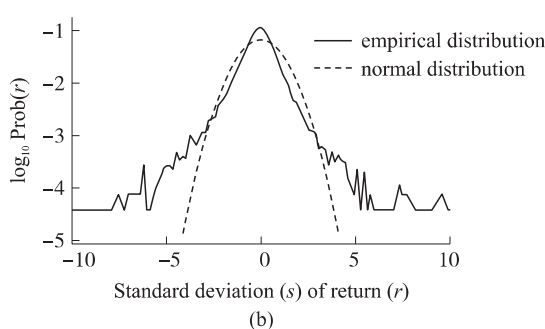
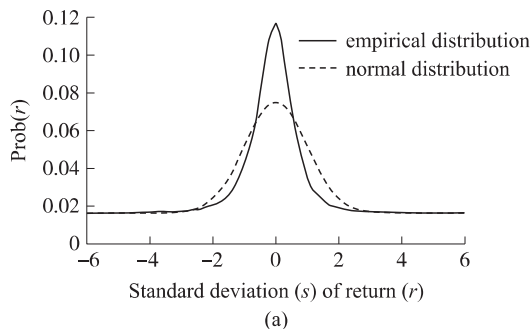


图 5 道·琼斯工业指数日收益概率分布与正态分布的对比

Fig. 5 The daily return distribution of DJIA compared with the ND

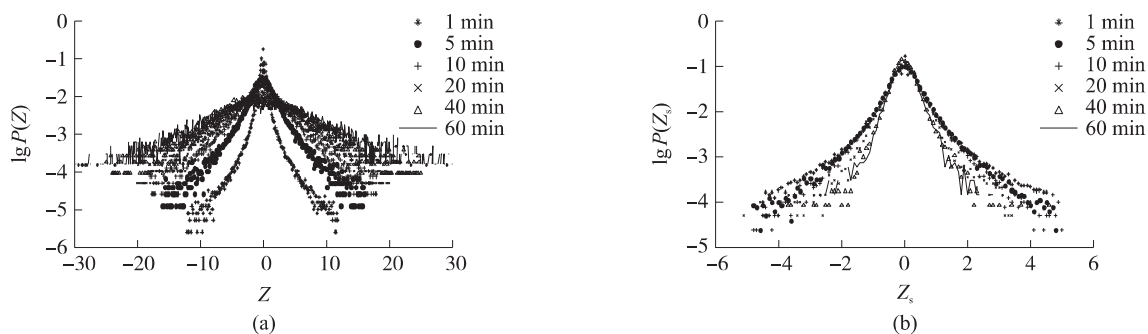


图6 不同时间间隔上海股票指数对数收益的概率分布(其中b图已经标度转换)

Fig. 6 The PD of logarithmic return of SHSI with different time scales(b is transformed by scale)

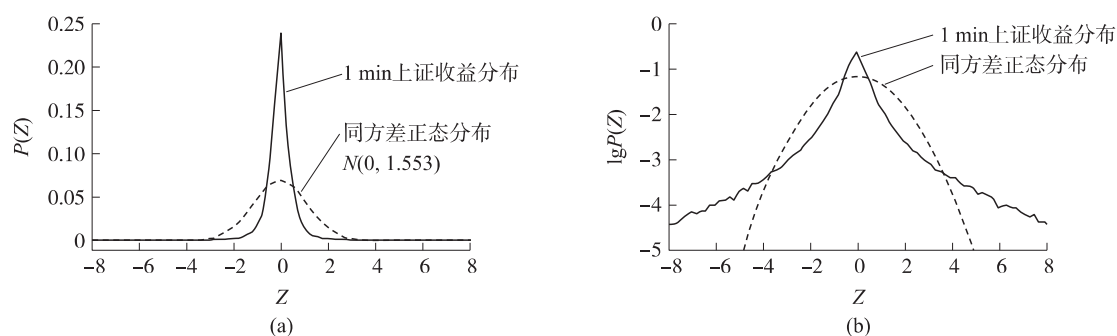


图7 上海股票指数1 min序列对数收益概率分布与同方差正态分布的比较

Fig. 7 1 min-distribution of SHSI (solid line) compared with its ND (dash line)

文献[6]研究了1962年~1996年间S&P500指数不同时间间隔对数收益 $G(t)$ 的累积概率分布(如图8),其渐近行为服从指数为3的幂律分布 $P \sim x^{-\alpha}$ 。通过对比分析1984年~1997年间日本NIKKEI日收盘指数和1980年~1997年间香港恒生日收盘指数收益的累积概率分布,表明它们的渐近行为都服从幂律分布,且指数 $\alpha \approx 3$ (如图9)。

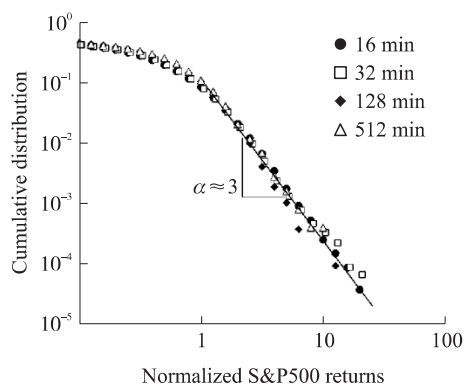


图8 S&amp;P500不同时间间隔收盘指数对数收益累积概率分布

Fig. 8 The CPDs of logarithmic return of S&amp;P500 in different time scales

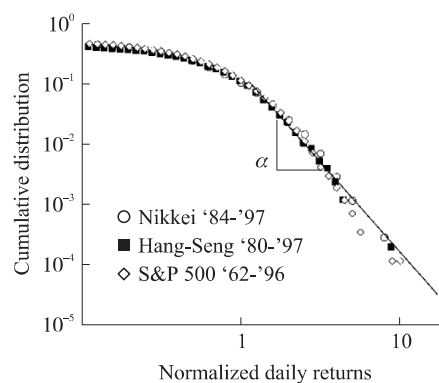


图9 S&amp;P500指数、日经指数和恒生指数收益的累积概率分布

Fig. 9 The CPDs of S&amp;P500, NIKKEI and HSI

同样,文献[5]对上海股票对数收益的累积概率分布进行了研究,如图10.文献[7]分析了印度股票市场(BSE SENSEX指数和NSE NIFTY指数)、中国股票市场(SSE指数)、台湾股票市场(TSEC指数)和S&P500指数4个股票市场日收盘指数对数收益序列,结果表明具有很好的一致性,如图11.

除此之外,学者们还分别研究了巴西圣保罗股票交易指数日收盘指数<sup>[8,9]</sup>、美国纳斯达克100指数<sup>[10]</sup>、布达佩斯交易指数<sup>[11]</sup>、意大利MIB30指数<sup>[12]</sup>等不同股票市场收益的概率或累积概率分布,结果表明:

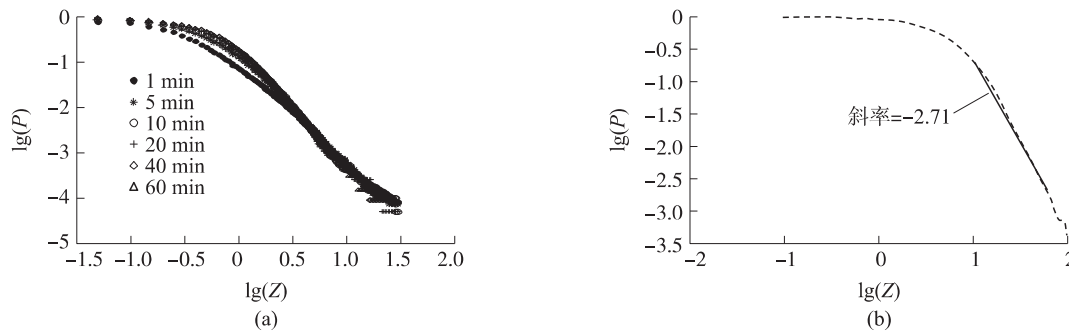


图 10 上海股票不同时间间隔对数收益的累积概率分布 (b 图的时间间隔为 60 min)

Fig. 10 The CPDs of SHSI (the time scale is 60 min in b)

### 1.1 收益的概率分布具有“尖峰胖尾”特征和标度不变性

无论是成熟的股票市场,还是新兴的股票市场,收益的概率分布都具有两大特征,一是尖峰胖尾(如图 2、4、5、7),另一是标度不变性,即不同时间间隔的分布具有一致性(如图 1、3、6)。

“尖峰胖尾”说明收益分布不遵循正态分布,大波动出现的概率要比正态分布预期的大得多。这也就很好地说明了为什么现在“暴跌”现象经常发生。重要的是这一事实与许多现代金融理论赖以存在的基本假设是矛盾的。胖尾特征通常是随机过程存在长期记忆性的证据。许多相关研究证实了股票市场存在长期记忆性<sup>[4, 13-18]</sup>。“标度不变性”说明收益序列存在分形特征,具有标度变换下的不变性。

### 1.2 收益的概率分布遵循截尾利维分布

大量的研究发现,不同市场收益的概率分布都遵循截尾利维分布,即中间部分遵循利维稳定分布,尾部趋向指数衰减,而且具有非常接近的利维特征指数  $\alpha$ 。这是判断分布形状的特征指标。 $\alpha$  值越小,分布的尾部越“胖”; $\alpha$  等于 2,则分布是正态的。利维稳定分布与正态分布都具有对称性,但两者的主要区别在于前者具有自相似性,并呈现尖峰胖尾特征。表 1 是不同股票市场的利维特征指数。

表 1 不同股票市场的利维特征指数

Table 1 The Lévy exponents of different stock markets

股票指数	S&P500	挪威	巴西	布达佩斯	意大利	上海	深圳
利维特征指数	1.4 <sup>[3]</sup>	1.64 <sup>[4]</sup>	1.66 <sup>[8, 9]</sup>	1.6 <sup>[11]</sup>	1.6 <sup>[12]</sup>	1.26 <sup>[5]</sup>	1.74 <sup>[5]</sup>

由此可见,不同股票市场的利维特征指数  $\alpha$  都介于 1.4 和 1.7 之间,主要集中在 1.6 ~ 1.7 之间。

### 1.3 收益的累积概率分布具有标度不变性和幂律特性

不仅收益的概率分布具有标度不变性,而且其累积概率分布也具有标度不变性(如图 8、10),同时也具有幂律特性  $P(x) \sim x^{-\lambda}$ (如图 8、9、10、11),即长程相关性。幂律指数  $\lambda$  也非常相近,如标准普尔 500 指数、日本日经指数、香港恒生指数、布达佩斯股票交易指数等均约为 3。

### 2 波动率序列具有标度不变性和幂律相关性

反映股票市场行为特性的第二个参数是波动率。在经济物理学中,通常将序列的标准差或均方根称为波动率。它是风险大小的度量指标。许多研究发现,不仅收益具有标度不变性,波动率的概率分布及其累积概率分布也具有标度不变性,其分布遵循对数正态分布。

S&P500 指数 1984 年 ~ 1996 年间波动率的概率分布如图 12 所示,中间为对数正态分布,边缘为幂律分布,而且具有标度不变性<sup>[19]</sup>。图 13 是相应的波动率的累积概率分布,其渐近行为服从  $P \sim x^{-\mu}$ ,  $\mu \approx 3$  的幂律分布。

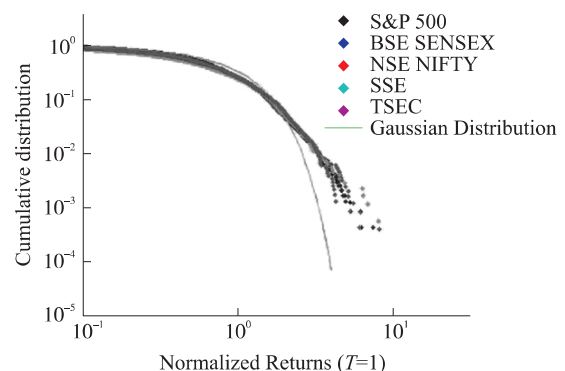


图 11 不同股票市场收盘指数对数收益累积概率分布

Fig. 11 The CPDs of different stocks

<sup>[4, 13-18]</sup>。“标度不变性”说明收益序列

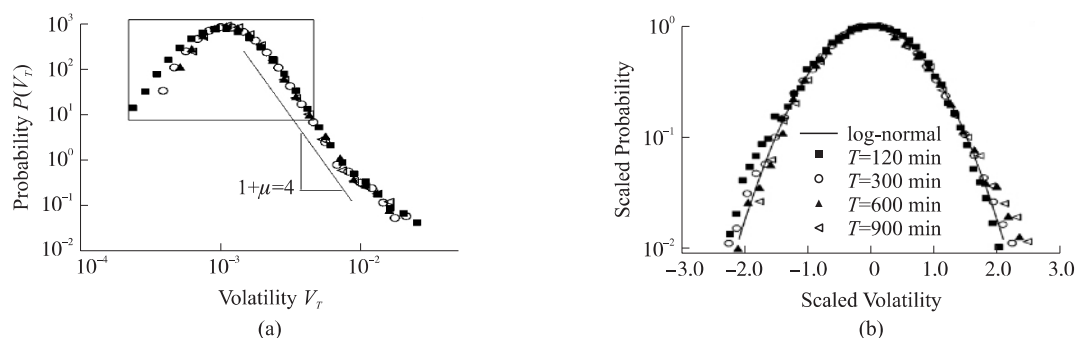


图 12 S&amp;P500 指数波动率的概率分布

Fig. 12 The PDs of volatility of S&amp;P500

文献[20]研究了上海股票波动率的概率分布和累积概率分布(如图14),同时也分析了概率分布的拟合曲线和累积概率分布的斜率(如图15),前者与对数正态分布

$$P(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{1}{x} \exp\left[-\frac{(\ln x - \langle x \rangle)^2}{2\sigma^2}\right] dx$$

一致,后者(即AB段直线)的斜率为2.78.对数正态分布的特点是,对数正态分布变量的积和乘方也是对数正态分布,满足倍增过程,而且对数正态分布是右偏的,这些都与经验证据一致.

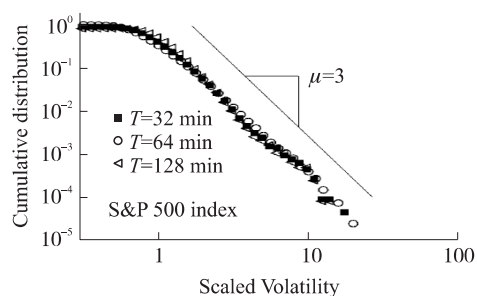


图 13 S&amp;P500 指数波动率的累积概率分布

Fig. 13 The CPDs of volatility of S&amp;P500

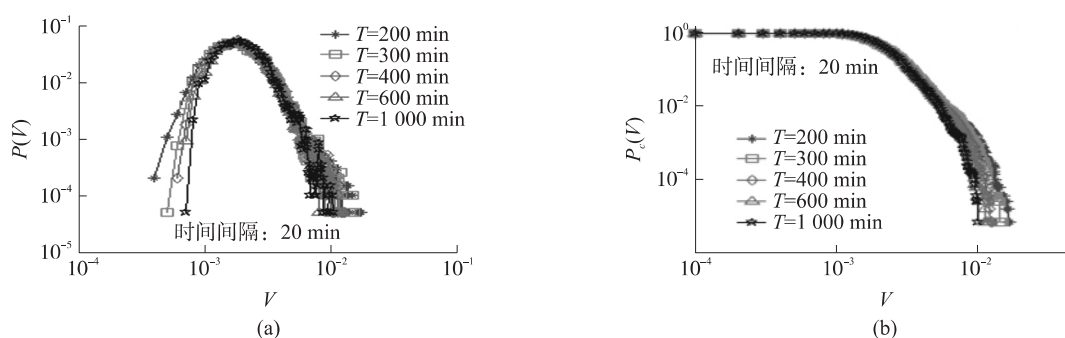


图 14 波动率的概率分布和累积概率分布

Fig. 14 The PDs and CPDs of volatility of SHSI

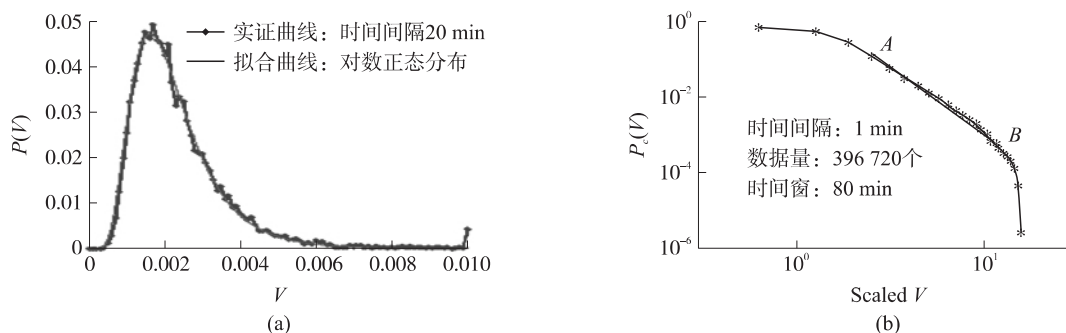


图 15 概率分布的拟合曲线和累积概率分布的斜率

Fig. 15 The fitting-curve of PD and the slope of CPD of SHSI

图16是1994年~1995年间意大利MIB30每分钟收盘指数波动率的概率分布,服从均值为2.34、标准差为0.41的对数正态分布<sup>[12]</sup>.

图17反映了德国DAX日收盘指数和每分钟收盘指数、上海股票日收盘指数和每5 min收盘指数、深圳股票日收盘指数和每5 min收盘指数三者波动率的概率分布<sup>[21]</sup>,具有惊人的相似,都服从指数 $\mu=3.8$

的幂律分布  $P \sim Z^{-\mu}$ .

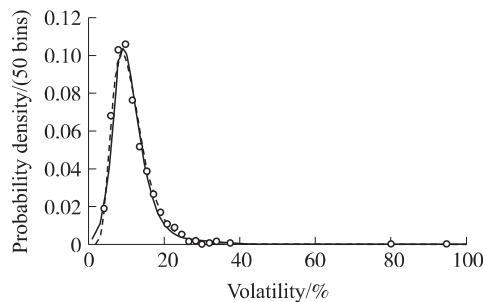


图 16 意大利股票波动率概率分布与对数正态分布的比较  
(图中圆圈为实证数据,实线为对数正态拟合,虚线为对数正态拟合.)

Fig. 16 The comparison of the PD of volatility of MIB30  
with log-normal distribution

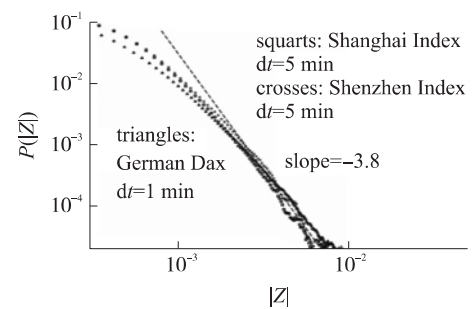


图 17 德国 DAX 指数、上海和深圳股票指数  
波动率概率分布

Fig. 17 The PDs of volatility of DAX ,  
SHSI and SZSI

### 3 价格序列和收益序列都具有多重分形特征

随着人们对股票市场特性研究的不断深入,自 20 世纪末、21 世纪初开始,人们发现股票市场价格变化或收益变化具有多重分形特性.所谓“分形”,是指“组成部分以某种方式与整体相似的形体”.它主要揭示自然界中无规形体的内在规律性,即标度不变性.多重分形是详细描述分形体不同部分、不同层次的变化特征,从系统的局部出发最终研究整体特征,目前已成为研究非线性复杂系统的重要方法之一.

学者们分别研究了香港恒生指数<sup>[22-23]</sup>、巴西圣保罗证券交易指数<sup>[14]</sup>、东京股票指数(TOPIX)<sup>[24]</sup>、台湾股票价格指数(TSPI)<sup>[25]</sup>的日收盘指数序列,发现都具有分形特征.文献[26]研究了德国 6 只股票的多重分形特性,结果证实了分形特性在各股中同样存在.文献[27-31]分别研究了上海股票指数和深圳股票指数不同时间间隔收盘指数的多重分形特性和波动率的多重分形特性.其中文献[27]研究发现,不同时间间隔的多重分形谱曲线具有相似性(如图 18,其中(a)图的时间间隔为 1 d,(b)图的时间间隔为 1 min).配分函数曲线( $\ln \chi_q(\varepsilon) - \ln \varepsilon$ )(如图 19)呈放射状,说明序列具有明显的多重分形特性.

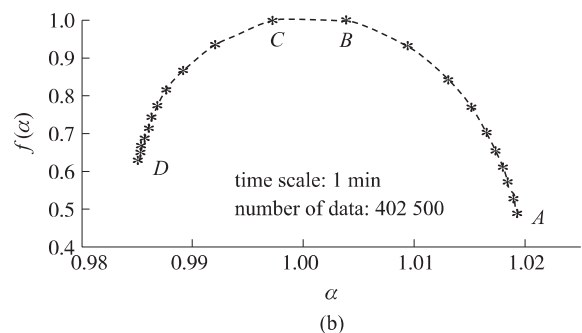
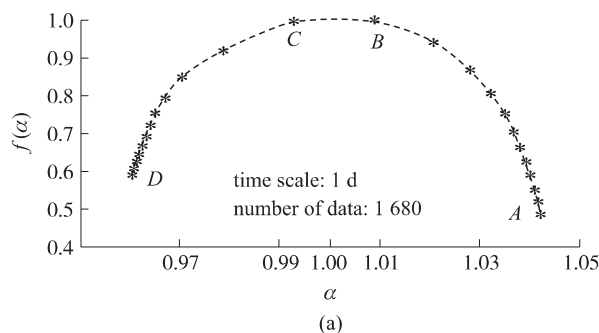


图 18 上海股票不同时间间隔的多重分形谱曲线

Fig. 18 The multifractal spectra of SHSI with different time scales

综上所述,股票市场的价格变化或收益变化都具有多重分形特征.这为进一步研究价格变化的动力学机理提供了强有力的实证基础,人们已经开始用多重分形布朗运动理论来研究价格的波动,这必将对股票市场价格波动的微观动力学规律的研究和风险的预测产生重要影响.

#### [参考文献]

- [1] Rosario N Mantegna, H Eugene Stanley. An Introduction to

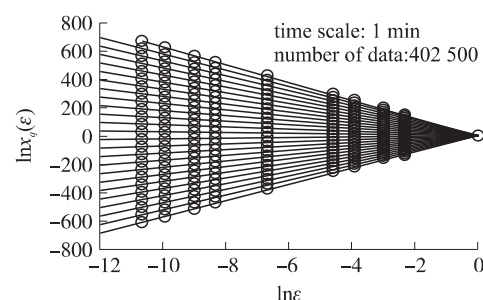


图 19 上海股票指数配分函数曲线

Fig. 19 The partition function curves of SHSI



- Econophysics: Correlations and Complexity in Finance [M]. Cambridge: Cambridge University Press 2000.
- [2] 汪志诚. 热力学·统计物理 [M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社 2003.
- [3] Rosario N Mantegna ,H Eugene Stanley. Scaling behavior in the dynamics of an economic index [J]. Nature ,1995 ,376( 6) : 46-49.
- [4] Johannes A Skjeltorp. Scaling in the Norwegian stock market [J]. Physica A 2000 283:486-528.
- [5] 都国雄, 宁宣熙. 我国股市收益概率分布的统计特性分析 [J]. 中国管理科学 2007 ,15( 5) : 16-22.
- [6] Parameswaran Gopikrishnan ,Vasiliki Plerou ,Luyís A Nunes Amaral ,et al. Scaling of the distribution of fluctuations of financial market indices [J]. Physical Review E ,1999 ,60( 5) : 5 305-5 316.
- [7] Mariani M C ,Libbin J D. Long correlations and normalized truncated levy models applied to the study of Indian Market Indices in comparison with other emerging markets [J]. Physica A 2008 ,387: 1 273-1 282.
- [8] Couto Miranda L ,Riera R. Truncated Lévy walks and an emerging market economic index [J]. Physica A ,2001 ,297: 509-520.
- [9] Iram Gleria. Scaling power laws in the Sao Paulo Stock Exchange [J]. Economics Bulletin 2002 ,7( 3) : 1-12.
- [10] Bartolozzia M ,Leinwebera D B ,Thomas A W. Self-organized criticality and stock market dynamics: an empirical study [J]. Physica A 2005 ,350: 451-465.
- [11] Zoltán Palági ,Rosario N Mantegna. Empirical investigation of stock price dynamics in an emerging market [J]. Physica A , 1999 269: 132-139.
- [12] Marco Raberto ,Enrico Scalas ,Gianaurelio Cuniberti ,et al. Volatility in the Italian stock market: an empirical study [J]. Physica A ,1999 269: 148-155.
- [13] Pilar Grau-Carles. Empirical evidence of long-range correlations in stock returns [J]. Physica A 2000 287: 396-404.
- [14] Rogerio L Costa ,Vasconcelos G L. Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market [J]. Physica A , 2003 ,329: 231-248.
- [15] 魏宇, 黄登仕. 中国股票市场波动持久性特征的 DFA 分析 [J]. 中国管理科学 2004 ,12( 4) : 12-19.
- [16] Daniel O Cajueiro ,Benjamin M Tabak. Testing for time-varying long-range dependence in volatility for emerging markets [J]. Physica A 2005 ,346: 577-588.
- [17] 都国雄, 宁宣熙, 胡永生. 基于 DFA 的我国股票市场标度特性研究 [J]. 南京师大学报: 自然科学版 2007 ,30( 3) : 48-53.
- [18] 都国雄. 基于 R/S 分析的我国股票市场标度特性研究 [J]. 数学的实践与认识 2008 ,38( 22) : 23-32.
- [19] Liu Y ,Gopikrishnan P ,Cizeau P ,et al. Statistical properties of the volatility of price fluctuations [J]. Physical Review E , 1999 ,60( 2) : 1 390-1 400.
- [20] 都国雄, 宁宣熙. 我国上证综指波动率的统计特性分析 [J]. 东南大学学报: 哲学社会科学版 2007 ,9( 5) : 32-35.
- [21] Qiu T ,Zheng B ,Ren F ,et al. Statistical properties of German Dax and Chinese indices [J]. Physica A 2007 ,378: 387-398.
- [22] Sun Xia ,Chen Huiping ,Wu Ziqin ,et al. Multifractal analysis of Hang Seng index in Hong Kong stock market [J]. Physica A , 2001 291: 553-562.
- [23] Sun Xia ,Chen Huiping ,Yuan Yongzhuang ,et al. Predictability of multifractal analysis of Hang Seng stock index in Hong Kong [J]. Physica A 2001 ,301: 473-482.
- [24] Hiroaki Katsuragi. Evidence of multi-affinity in the Japanese stock market [J]. Physica A 2000 278: 275-281.
- [25] Ding-Shun Ho ,Chung-Kung Lee ,Cheng-Cai Wang ,et al. Scaling characteristics in the Taiwan stock market [J]. Physica A , 2004 ,332: 448-460.
- [26] Oswiecimka P ,Kwapień J ,Drozd S. Multifractality in the stock market: price increments versus waiting times [J]. Physica A , 2005 ,347: 626-638.
- [27] 都国雄, 宁宣熙. 上海证券市场的多重分形特性分析 [J]. 系统工程理论与实践 2007 ,27( 10) : 40-47.
- [28] Ying Yuan ,Zhuang Xintian. Multifractal description of stock price index fluctuation using a quadratic function fitting [J]. Physica A 2008 ,387: 511-518.
- [29] Jiang Zhiqiang ,Zhou Weixing. Multifractal analysis of Chinese stock volatilities based on the partition function approach [J]. Physica A 2008 ,387: 4 881-4 888.
- [30] 何建敏, 常松. 中国股票市场多重分形游走及其预测 [J]. 中国管理科学 2002 ,10( 3) : 11-17.
- [31] 卢方元. 中国股市收益率的多重分形分析 [J]. 系统工程理论与实践 2004( 6) : 50-54.

[责任编辑: 丁 蓉]