

四夸克成分对奇异夸克偶素能谱的影响

宋亚蒙, 邹 静, 胡志辉, 平加伦

(南京师范大学物理科学与技术学院, 江苏 南京 210023)

[摘要] 本文利用 $^3P_0$ 模型, 计算了四夸克成分对 $s\bar{s}$ 系统能谱的影响, 并重新调整参数以符合实验数据. 计算结果表明四夸克成分对 $s\bar{s}$ 能谱有较大的影响, 对于激发态, 其效应难以被模型参数吸收, 计算结果也表明四夸克成分不大于 15%, 因此更多夸克的成分可以忽略.

[关键词] 奇异夸克偶素, 耦合道效应,  $^3P_0$ 模型, 组份夸克模型

[中图分类号] O572.33 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2013)03-0031-06

The Effect of Four-Quark Components on the  $s\bar{s}$  Spectrum

Song Yameng, Zou Jing, Hu Zhihui, Ping Jialun

(School of Physics and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** The effect of four-quark component on the  $s\bar{s}$  spectrum is studied in the framework of  $^3P_0$  model. The parameters of the chiral quark model are re-adjusted to fit the experimental data. The results show that the effect of four-quark component is rather large, and the effect cannot be absorbed by model parameters even for low-lying states. Our calculations also show that the percentage of four-quark components in the  $s\bar{s}$  states is smaller than 15%, so the higher Fock components can be ignored.

**Key words:**  $s\bar{s}$  states, channel-coupling,  $^3P_0$  model, chiral quark model

在传统的组份夸克模型中, 介子由一个夸克和一个反夸克构成, 重子由 3 个夸克构成. 夸克间通过唯象的色囚禁势、单胶子交换势和 Goldstone 玻色子交换势发生相互作用. 组份夸克模型在描述强子性质方面: 强子谱、强子的各种衰变、强子-强子相互作用等, 取得了很大的成功<sup>[1,2]</sup>. 但是仍然存在一些问题, 如无法解释重子  $N(1440)$ 、 $\Lambda(1405)$ 、介子  $f_0(600)$ 、 $\kappa(800)$  的存在. 特别是近年来发现的一些新强子态, 如  $Y(2170)$ 、 $X(3872)$ 、 $Y(4160)$  等“XYZ”粒子, 难以在组份夸克模型中找到合适的位置. 人们为此提出了众多解释, 如分子子态、多夸克态、混杂态等<sup>[3]</sup>.

理论上, 重子和介子除了三夸克、夸克-反夸克成分外, 还可以包含多夸克成分和胶子成分,

$$| \text{Baryon} \rangle = C_0 | qq\bar{q} \rangle + C_1 | q^2 \bar{q} \rangle + C_2 | q^3 g \rangle + C_3 | q^3 (q\bar{q})^2 \rangle + \cdots, \tag{1}$$

$$| \text{Meson} \rangle = C_0 | q\bar{q} \rangle + C_1 | qq\bar{q}\bar{q} \rangle + C_2 | qqg \rangle + C_3 | q\bar{q} (q\bar{q})^2 \rangle + \cdots. \tag{2}$$

在组份夸克模型中, 假设了高 Fock 分量: 多夸克成分、胶子成分可以被模型参数吸收. 对于低激发谱, 这是一个很好的近似, 模型可以很好地描述实验数据. 但是对于高激发谱, 特别是当高激发态可以强衰变成两个强子时, 这样的近似可能不再成立, 需要考虑高 Fock 分量的贡献. 对于粲偶素的一些计算表明这一点<sup>[4]</sup>. 本工作就是在奇异夸克偶素能谱的计算中考虑四夸克分量的贡献, 并通过重新调整参数来符合计算  $s\bar{s}$  介子的能谱. 检验高 Fock 成分能否被参数吸收. 这里的四夸克成分被约束为两个介子, 即原来的两夸克态与真空中激发的一对正反轻夸克对重新结合成两个介子. 隐色道的贡献暂不考虑. 考虑四夸克成分对介子谱的影响也被称为耦合道效应. 在非相对论的框架下, 粒子数是守恒的, 两夸克成分与四夸克成分不会发生混合, 所以耦合道效应是一种相对论效应.

收稿日期: 2013-03-17.  
基金项目: 国家自然科学基金(11175088).  
通讯联系人: 平加伦, 教授, 博士生导师, 研究方向: 强子物理. E-mail: jlping@njnu.edu.cn

本文的第二部分,简要介绍介子的组份夸克模型和用于两夸克与四夸克成分混合的<sup>3</sup>P<sub>0</sub> 模型;第三部分给出了考虑四夸克成分的奇异夸克偶素能谱;最后是工作的总结.

## 1 组份夸克模型和<sup>3</sup>P<sub>0</sub> 模型

### 1.1 组份夸克模型

在组份夸克模型中,由于强相互作用的基本理论量子色动力学的低能特性:颜色囚禁和手征自发对称性破缺,流夸克获得质量变成组份夸克,夸克间的相互作用由颜色囚禁势、单胶子交换势和 Goldstone 玻色子交换势构成. 组份夸克模型的详细描述可参见文献[5]. 此处仅给出描述  $s\bar{s}$  介子的哈密顿量:

$$H_0=m_q+m_{\bar q}+\frac{\boldsymbol{p}_r^2}{2\mu}+V_{qq}^C+V_{qq}^G+V_{qq}^\sigma+V_{qq}^\chi, \tag{3}$$
$$V_{qq}^C=-V_0-a_c\boldsymbol{\lambda}_q\cdot\boldsymbol{\lambda}_q^*\left[(1-e^{-\mu_c r})-\frac{\mu_c e^{-\mu_c r}}{4m_q^2m_{\bar q}^2r}\left[(m_q^2+m_{\bar q}^2)(1-2a_s)+4m_qm_{\bar q}(1-a_s)\right]\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{L}\right],$$
$$V_{qq}^G=-\frac{1}{4}\alpha_s\boldsymbol{\lambda}_q\cdot\boldsymbol{\lambda}_q^*\left\{\frac{1}{r}-\frac{\pi}{2}\delta(\boldsymbol{r})\left(\frac{1}{m_q^2}+\frac{1}{m_{\bar q}^2}+\frac{4}{3m_qm_{\bar q}}\boldsymbol{\sigma}_q\cdot\boldsymbol{\sigma}_{\bar q}\right)-\frac{1}{4m_q^2m_{\bar q}^2}\left[(m_q+m_{\bar q})^2+2m_qm_{\bar q}\right]\left[\frac{1}{r^3}-\frac{e^{-\mu r/r_g}}{r^3}\left(1+\frac{\mu r}{r_g}\right)\right]\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{L}\right\},$$
$$V_{qq}^\sigma=-\frac{g_{ch}}{4\pi}\frac{m_\sigma\Lambda_\sigma^2}{\Lambda_\sigma^2-m_\sigma^2}\left\{Y(m_\sigma r)-\frac{\Lambda_\sigma}{m_\sigma}Y(\Lambda_\sigma r)+\frac{m_\sigma^2}{2m_qm_{\bar q}}\left[G(m_\sigma r)-\frac{\Lambda_\sigma^3}{m_\sigma^3}G(\Lambda_\sigma r)\right]\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{L}\right\},$$
$$V_{qq}^\chi=v_\pi\sum_{a=1}^3\boldsymbol{F}_q^a\boldsymbol{F}_{\bar q}^a+v_K\sum_{a=4}^7\boldsymbol{F}_q^a\boldsymbol{F}_{\bar q}^a+v_\eta(\boldsymbol{F}_q^8\boldsymbol{F}_{\bar q}^8\cos\theta_P-\boldsymbol{F}_q^0\boldsymbol{F}_{\bar q}^0\sin\theta_P),$$
$$v_\chi=\frac{g_{ch}}{4\pi}\frac{m_\chi^3\chi}{12m_qm_{\bar q}\Lambda_\chi^2-m_\chi^2}\boldsymbol{\sigma}_q\cdot\boldsymbol{\sigma}_{\bar q}\left[Y(m_\chi r)-\frac{\Lambda_\chi^3}{m_\chi^3}Y(\Lambda_\chi r)\right],\quad\chi=\pi,K,\eta,$$

其中  $\mu$  是系统的约化质量,  $\boldsymbol{p}_r$  是相对运动动量,  $Y(x)$ 、 $G(x)$  是 Yukawa 函数,  $Y(x)=e^{-x}/x$ ,  $G(x)=(1+1/x)Y(x)/x$ ,  $\boldsymbol{\lambda}$ ,  $\boldsymbol{F}^a$  分别为颜色和味 SU(3) Gell-mann 矩阵,  $\boldsymbol{\sigma}$  为 SU(2) Pauli 矩阵, 其他符号取它们通常的意义. 考虑到组份夸克的有限大小, 单胶子交换势中的  $\delta$  函数必须正规化<sup>[5]</sup>,

$$\delta(\boldsymbol{r})=\frac{1}{4\pi r r_0^2(\mu)}e^{-r/r_0(\mu)}, \tag{4}$$

其中  $r_0(\mu)=\hat{r}_0/\mu$ . 模型参数的数值见表 1.

表 1 组份夸克模型中的参数  
Table 1 The model parameters

$m_u=m_d/(\text{MeV})$	$m_s/(\text{MeV})$	$a_c/(\text{MeV})$	$\mu_c/(\text{fm}^{-1})$	$\Delta/(\text{MeV})$	$\Lambda_\pi=\Lambda_\sigma/(\text{fm}^{-1})$	$\Lambda_\eta=\Lambda_K/(\text{fm}^{-1})$	$g_{ch}^2/4\pi$
313	555	430	0.70	181.10	4.20	5.20	0.54
$\theta_P/(\text{^\circ})$	$a_s$	$\alpha_0$	$\Lambda_0/(\text{fm}^{-1})$	$\mu_0/(\text{MeV})$	$\hat{r}_0/(\text{MeV fm})$	$\hat{r}_g/(\text{MeV fm})$	
-15	0.777	2.118	0.113	36.976	28.170	34.500	

注: Goldstone 玻色子的质量取实验质量, 即  $m_\pi=0.70\text{ fm}^{-1}$ ,  $m_\sigma=3.42\text{ fm}^{-1}$ ,  $m_K=2.51\text{ fm}^{-1}$ ,  $m_\eta=2.77\text{ fm}^{-1}$ .

### 1.2 <sup>3</sup>P<sub>0</sub> 模型

<sup>3</sup>P<sub>0</sub> 模型也称为夸克对产生模型(QPC), 由 L. Micu<sup>[6]</sup> 首先提出, Le Yaouanc, Ackleh, Roberts 等人<sup>[7-10]</sup> 对模型进行了改进和推广. <sup>3</sup>P<sub>0</sub> 模型适用于 OZI 规则所允许的两体衰变. 利用此模型对强子的强衰变进行了广泛研究, 得到了与实验符合的结果<sup>[11-14]</sup>. 在<sup>3</sup>P<sub>0</sub> 模型中, 从真空中产生出一对量子数为  $J^{\text{PC}}=0^{++}$  的正、反夸克, 并与初态粒子中的夸克、反夸克形成末态强子. 衰变过程  $A\rightarrow B+C$  见图 1. 当末态二个粒子是全同粒子时, 有交换图出现.

该模型的跃迁算符为:

$$T=-3\gamma\sum_m\langle 1m1-m|00\rangle\int d\boldsymbol{p}_3d\boldsymbol{p}_4\delta^3(\boldsymbol{p}_3+\boldsymbol{p}_4)|\boldsymbol{p}|Y_{1m}(\hat{\boldsymbol{p}})\chi_{1-m}^{34}\varphi_0^{34}\omega_0^{34}b_3^+(\boldsymbol{p}_3)d_4^+(\boldsymbol{p}_4), \tag{5}$$

上式中的  $\gamma$  是一个无量纲的参数, 表示从真空中产生正、反夸克对 ( $q_3, \bar{q}_4$ ) 的几率.  $\chi_{1-m}^{34}, \varphi_0^{34}, \omega_0^{34}$  分别表示  $q_3, \bar{q}_4$  的自旋、味和颜色波函数.  $\boldsymbol{p}=(\boldsymbol{p}_3-\boldsymbol{p}_4)/2$ ,  $Y_{1m}(\hat{\boldsymbol{p}})$  是球谐函数.  $b_3^+(\boldsymbol{p}_3), d_4^+(\boldsymbol{p}_4)$  分别表示正、反夸克的产生算符.

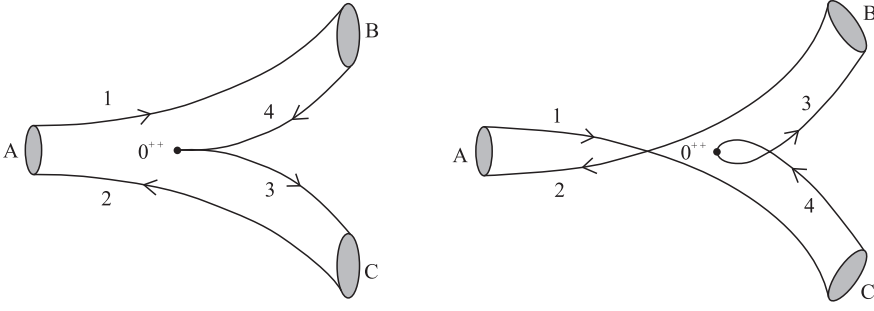

 图1  $^3P_0$  模型中介子的两种可能的衰变模式

 Fig. 1 The two possible decay modes of meson in  $^3P_0$  model

介子在动量空间中的波函数  $\psi_{n_A J_A M_{J_A}}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  通常取如下形式<sup>[15]</sup>, 即:

$$|A(n_A^{2S_A+1} L_A J_A M_{J_A})(\mathbf{P}_A)\rangle \equiv \sqrt{2E_A} \sum_{M_{L_A}, M_{S_A}} \langle L_A M_{L_A} S_A M_{S_A} | J_A M_{J_A} \rangle \int d^3 p_A \psi_{n_A J_A M_{J_A}}(\mathbf{p}_A) \chi_{S_A M_{S_A}}^{12} \varphi_A^{12} \omega_A^{12} \left| q_1 \left( \frac{m_1}{m_1+m_2} \mathbf{P}_A + \mathbf{p}_A \right) \bar{q}_2 \left( \frac{m_2}{m_1+m_2} \mathbf{P}_A - \mathbf{p}_A \right) \right\rangle, \quad (6)$$

其中  $n_A$  表示由  $q_1(\mathbf{p}_1), \bar{q}_2(\mathbf{p}_2)$  组成的介子  $A$  的径向量子数,  $\mathbf{p}_1$  和  $\mathbf{p}_2$  表示夸克、反夸克的动量.  $E_A$  和  $\mathbf{P}_A$  是介子的总能量与质心动量, 相对动量为  $\mathbf{p}_A = \frac{m_2 \mathbf{p}_1 - m_1 \mathbf{p}_2}{m_1 + m_2}$ .  $S_A = s_{q_1} + s_{q_2}$ ,  $J_A = L_A + S_A$  分别代表总自旋和总角动量.  $L_A$  是  $q_1, \bar{q}_2$  间的角动量.  $\chi_{1-m}^{12}, \varphi_0^{12}, \omega_0^{12}$  为自旋、味、颜色波函数;  $\langle L_A M_{L_A} S_A M_{S_A} | J_A M_{J_A} \rangle$  是 Clebsch-Gordan 系数.

$A \rightarrow B+C$  的  $S$  矩阵元为:

$$\langle BC | S | A \rangle = I - 2\pi i \delta(E_A - E_B - E_C) \langle BC | T | A \rangle, \quad (7)$$

$$\langle BC | T | A \rangle = \delta^3(\mathbf{P}_A - \mathbf{P}_B - \mathbf{P}_C) M^{M_{J_A} M_{J_B} M_{J_C}}, \quad (8)$$

上式中  $M^{M_{J_A} M_{J_B} M_{J_C}}$  为衰变过程  $A \rightarrow B+C$  的螺旋度振幅. 在  $A$  粒子静止系中,  $\mathbf{P}_A = 0$ , 则

$$M^{M_{J_A} M_{J_B} M_{J_C}}(\mathbf{P}) = \gamma \sqrt{8E_A E_B E_C} \sum_{\substack{M_{L_A}, M_{S_A}, M_{L_B} \\ M_{S_B}, M_{L_C}, M_{S_C}, m}} \langle L_A M_{L_A} S_A M_{S_A} | J_A M_{J_A} \rangle \langle L_B M_{L_B} S_B M_{S_B} | J_B M_{J_B} \rangle \langle L_C M_{L_C} S_C M_{S_C} | J_C M_{J_C} \rangle \langle 1m1-m | 00 \rangle \langle \chi_{S_B M_{S_B}}^{14} \chi_{S_C M_{S_C}}^{32} | \chi_{S_A M_{S_A}}^{12} \chi_{1-m}^{34} \rangle [ \langle \varphi_B^{14} \varphi_C^{32} | \varphi_A^{12} \varphi_0^{34} \rangle I_{M_{L_B}, M_{L_C}}^{M_{L_A}, m}(\mathbf{P}, m_1, m_2, m_3) + (-1)^{1+S_A+S_B+S_C} \langle \varphi_B^{32} \varphi_C^{14} | \varphi_A^{12} \varphi_0^{34} \rangle I_{M_{L_B}, M_{L_C}}^{M_{L_A}, m}(-\mathbf{P}, m_2, m_1, m_3) ], \quad (9)$$

其中动量空间的积分表达式如下:

$$I_{M_{L_B}, M_{L_C}}^{M_{L_A}, m}(\mathbf{P}, m_1, m_2, m_3) = \int d\mathbf{p} \psi_{n_B L_B M_{L_B}}^* \left( \frac{m_3}{m_1+m_3} \mathbf{P} + \mathbf{p} \right) \psi_{n_C L_C M_{L_C}}^* \left( \frac{m_3}{m_2+m_3} \mathbf{P} + \mathbf{p} \right) \psi_{n_A L_A M_{L_A}}(\mathbf{P} + \mathbf{p}) |\mathbf{p}| Y_{1m}(\mathbf{p}), \quad (10)$$

式中  $\mathbf{P} = \mathbf{P}_B = -\mathbf{P}_C, \mathbf{p} = \mathbf{p}_3$ ;  $m_3$  是真空中产生出的夸克  $q_3$  的质量.  $\langle \chi_{S_B M_{S_B}}^{14} \chi_{S_C M_{S_C}}^{32} | \chi_{S_A M_{S_A}}^{12} \chi_{1-m}^{34} \rangle$  和  $\langle \varphi_B^{14} \varphi_C^{32} | \varphi_A^{12} \varphi_0^{34} \rangle$  分别表示味、自旋矩阵元. 动量空间的积分详见表 2. 其中  $\xi^2 = (1-\eta)^2/v_{n_A} + (\xi_1-\eta)^2/v_{n_B} + (\xi_2-\eta)^2/v_{n_C}, \Delta^2 =$

$$\frac{1}{v_{n_A}} + \frac{1}{v_{n_B}} + \frac{1}{v_{n_C}}, \eta = \frac{1/v_{n_A} + \xi_1/v_{n_B} + \xi_2/v_{n_C}}{\Delta^2}, \xi_1 = \frac{m_4}{m_1+m_4} \mathbf{P} + \mathbf{p}, \xi_2 = \frac{m_3}{m_2+m_3} \mathbf{P} + \mathbf{p}.$$

表 2 动量空间中的积分表达式

Table 2 The expressions of the integral in momentum space

$L_A$	$M_{L_A}$	$I_{00}^{M_{L_A}, m}$	$L_A$	$M_{L_A}$	$I_{00}^{M_{L_A}, m}$
0	0	$-\sqrt{\frac{3}{\pi}} \frac{\eta p}{2\Delta^3} e^{-\xi^2 p^2/4}$	2	0	$-\frac{2}{\Delta^5} \sqrt{\frac{15}{\pi}} p(-1+\eta) \left(1 + \frac{1}{4} \Delta^2(-1+\eta) \eta p^2\right) e^{-\xi^2 p^2/4}$
1	0	$\frac{3}{\sqrt{\pi} \Delta^5} \left(1 + \frac{1}{2} \Delta^2(-1+\eta) \eta p^2\right) e^{-\xi^2 p^2/4}$	2	$\pm 1$	$\frac{6}{\sqrt{5} \pi \Delta^5} (-1+\eta) p e^{-\xi^2 p^2/4}$
1	$\pm 1$	$-\frac{3}{\sqrt{\pi} \Delta^5} e^{-\xi^2 p^2/4}$			

式(10)中空间波函数通常取高斯波函数,本工作中采用多高斯叠加,该波函数在动量空间的表示形式为:

$$\psi_{nlm}(\boldsymbol{p})=\sum_{k=1}^{k_{\max}}C_{kl}\left(\frac{2^{(l+2)}2^{(l+\frac{3}{2})}}{\sqrt{\pi}(2l+1)!!}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{(-1)^k(-i)^l}{(\nu_k^{l+\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}}\boldsymbol{p}^l\exp\left(\frac{-\boldsymbol{p}^2}{\nu_k}\right)Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{p}}),\tag{11}$$

为了与实验数据进行比较,螺旋度振幅可以通过 Jacob-Wick 公式<sup>[16]</sup>转化为分波振幅,即

$$M^{JL}(A\rightarrow BC)=\frac{\sqrt{4\pi(2L+1)}}{2J_A+1}\sum_{M_{J_B},M_{J_C}}\langle LOJM_{J_A}|J_A M_{J_A}\rangle\langle J_B M_{J_B}J_C M_{J_C}|JM_{J_A}\rangle M^{M_{J_A}M_{J_B}M_{J_C}}(\boldsymbol{P}),\tag{12}$$

其中: $\boldsymbol{J}=\boldsymbol{J}_B+\boldsymbol{J}_C$ , $\boldsymbol{J}_A=\boldsymbol{J}_B+\boldsymbol{J}_C+\boldsymbol{L}$ , $M_{J_A}=M_{J_B}+M_{J_C}$ ,计算中取矢量 $\boldsymbol{P}$ 沿着第三轴方向.本文用到的分波振幅在表 3 中详细列出.表中 $f$ 为味矩阵元.

表 3 各种衰变模式

Table 3 The possible decay modes

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>M<sup>JL</sup></i>
<sup>1</sup> <i>S</i> <sub>0</sub> (0 <sup>++</sup> )	<sup>1</sup> <i>S</i> <sub>0</sub> (0 <sup>-</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	$M^{11}=-\frac{\gamma f\sqrt{2E_AE_BE_C}}{\sqrt{3}}I_{00}^{00}$
<sup>1</sup> <i>S</i> <sub>0</sub> (0 <sup>++</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	$M^{11}=-\frac{2\gamma f\sqrt{E_AE_BE_C}}{\sqrt{3}}I_{00}^{00}$
<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>--</sup> )	<sup>1</sup> <i>S</i> <sub>0</sub> (0 <sup>-</sup> )	<sup>1</sup> <i>S</i> <sub>0</sub> (0 <sup>-</sup> )	$M^{01}=\gamma f\sqrt{2E_AE_BE_C}\sqrt{3}I_{00}^{00}$
<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>--</sup> )	<sup>1</sup> <i>S</i> <sub>0</sub> (0 <sup>-</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	$M^{11}=-\frac{\gamma f\sqrt{2E_AE_BE_C}}{\sqrt{3}}I_{00}^{00}$
<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>--</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	$M^{01}=-\frac{\gamma f\sqrt{2E_AE_BE_C}}{3\sqrt{3}}I_{00}^{00},\quad M^{11}=0,\quad M^{21}=-\frac{10\gamma f\sqrt{2E_AE_BE_C}}{3\sqrt{15}}I_{00}^{00}$
<sup>1</sup> <i>P</i> <sub>1</sub> (1 <sup>+-</sup> )	<sup>1</sup> <i>S</i> <sub>0</sub> (0 <sup>-</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	$M^{10}=-\frac{\gamma f\sqrt{2E_AE_BE_C}}{3\sqrt{3}}(2I_{00}^{+-}-I_{00}^{00}),\quad M^{12}=-\frac{2\gamma f\sqrt{E_AE_BE_C}}{3\sqrt{3}}(I_{00}^{+-}+I_{00}^{00})$
<sup>1</sup> <i>P</i> <sub>1</sub> (1 <sup>+-</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	$M^{10}=-\frac{2\gamma f\sqrt{E_AE_BE_C}}{3\sqrt{3}}(2I_{00}^{+-}-I_{00}^{00}),\quad M^{12}=-\frac{2\gamma f\sqrt{2E_AE_BE_C}}{3\sqrt{3}}(I_{00}^{+-}+I_{00}^{00}),\quad M^{22}=0$
<sup>3</sup> <i>P</i> <sub>1</sub> (1 <sup>++</sup> )	<sup>1</sup> <i>S</i> <sub>0</sub> (0 <sup>-</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	$M^{10}=\frac{2\gamma f\sqrt{E_AE_BE_C}}{3\sqrt{3}}(2I_{00}^{+-}-I_{00}^{00}),\quad M^{12}=-\frac{\gamma f\sqrt{2E_AE_BE_C}}{3\sqrt{3}}(I_{00}^{+-}+I_{00}^{00})$
<sup>3</sup> <i>P</i> <sub>1</sub> (1 <sup>++</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	<sup>3</sup> <i>S</i> <sub>1</sub> (1 <sup>-</sup> )	$M^{10}=0,\quad M^{12}=0,\quad M^{22}=-\frac{\gamma f\sqrt{E_AE_BE_C}}{3\sqrt{3}}(I_{00}^{+-}+I_{00}^{00})$

1.3 非淬火夸克模型或非相对论耦合道效应

在组份夸克模型的基础上,考虑多夸克成分,称为非淬火夸克模型.作为初步工作,本文仅考虑四夸克成分.即介子的波函数表示为

$$|\Psi\rangle=a_0|\Psi_0\rangle+\sum_{BC}\int d^3qC_{BC}(\boldsymbol{q})|BC;\boldsymbol{q}\rangle,\tag{13}$$

其中 $\boldsymbol{q}$ 表示 $B$ 、 $C$ 两介子间的相对动量.

体系的波函数 $|\Psi\rangle$ 满足薛定谔方程

$$H|\Psi\rangle=M|\Psi\rangle,\tag{14}$$

系统的哈密顿量为

$$H=H_0+H_{BC}+H_I,\tag{15}$$

其中 $H_0$ 表示传统两夸克介子体系的哈密顿量, $H_{BC}$ 表示四夸克体系的哈密顿量,他们分别只作用在 $|\Psi\rangle$ 和 $|BC;\boldsymbol{q}\rangle$ 上,即,

$$H_0|\Psi_0\rangle=M_0|\Psi_0\rangle,\tag{16}$$

$$H_{BC}|BC;\boldsymbol{q}\rangle=E_{BC}(\boldsymbol{q})|BC;\boldsymbol{q}\rangle,\tag{17}$$

这里  $M_0$  是两夸克体系的质量,如果我们忽略  $B, C$  介子间相互作用,四夸克体系的总能量  $E_{BC}$  为

$$E_{BC} = \sqrt{M_B^2 + \mathbf{q}^2} + \sqrt{M_C^2 + \mathbf{q}^2}, \quad (18)$$

$H_I$  表示两夸克和四夸克态之间的耦合相互作用,只作用在  $|\Psi_0\rangle$  和  $|BC; \mathbf{q}\rangle$  之间. 将式(15) ~ 式(18)代入式(14),我们可以得到一个积分方程

$$M - \Delta(M) - M_0 = 0, \quad (19)$$

这里  $\Delta(M)$  表示  $A$  介子由于耦合道效应所产生的质量平移,它的具体形式为

$$\Delta(M) = \sum_{BC} \Delta M_A^{BC} = \sum_{BC} \int d^3 q \frac{|\langle BC | H_I | \Psi_0 \rangle|^2}{M - E_{BC} + i\varepsilon}, \quad (20)$$

利用  $^3P_0$  模型,  $H_I = T$ , 由于单个  $BC$  道引起的  $A$  介子的质量平移可以写为

$$\Delta M_A^{BC} = - \int \frac{d^3 q}{8E_A E_B E_C} \frac{|M^{M_A M_B M_C}|^2}{\sqrt{M_B^2 + \mathbf{q}^2} + \sqrt{M_C^2 + \mathbf{q}^2} - M_A}, \quad (21)$$

如果用分波振幅的形式来代替螺旋度振幅,则

$$\Delta M_A^{BC} = - \sum_{JL} \int \frac{d^3 q}{8E_A E_B E_C} \frac{|M^{JL}|^2}{\sqrt{M_B^2 + \mathbf{q}^2} + \sqrt{M_C^2 + \mathbf{q}^2} - M_A}, \quad (22)$$

利用各个波函数的归一化条件,可得物理态中两夸克态所占的比例,

$$a_0^2 = \left[ 1 + \sum_{BC} \sum_{JL} \int \frac{d^3 q}{8E_A E_B E_C} \frac{|M^{JL}|^2}{(\sqrt{M_B^2 + \mathbf{q}^2} + \sqrt{M_C^2 + \mathbf{q}^2} - M_A)^2} \right]^{-1}. \quad (23)$$

## 2 数值计算和讨论

利用组份夸克模型及表 1 给出的参数,我们首先计算了  $ss$  系统的质量,然后利用  $^3P_0$  模型,考虑四夸克成分对  $ss$  系统的影响,计算了引起的质量移动. 结果见表 4. 计算中  $^3P_0$  模型的参数  $\gamma$  取自参考文献 [17, 18],  $\gamma = 6.95$ . 从前人的计算,我们得知从真空中激发一对奇异夸克的几率要小于激发一对  $u$  或  $d$  夸克<sup>[17]</sup>, 作为初步工作,我们先不考虑激发激发一对奇异夸克引起的质量移动,此时四夸克成分为  $KK$ 、 $KK^*$ 、 $K^*K^*$ , 所用到的味道矩阵元  $f = 1/\sqrt{2}$ .

由表 4 可知,  $ss$  介子的耦合道效应使所有粒子的质量都向下移动,质量移动的范围 200 ~ 500 MeV. 所以四夸克成分对  $ss$  系统的影响是相当大的. 为检验此效应能否被组份夸克模型的参数吸收,我们对模型的参数重新作了调整,表 5 给出了调整以后的参数,新能谱在表 6 中给出.

从表 6 可以看出,新能谱与只考虑两夸克成分得到的能谱(参考文献[4])有较大差异. 即使对于能量较低的介子态,耦合道效应也很难被模型参数吸收,这与粲夸克偶素的计算结果不同. 其原因是由于对于粲夸克偶素谱,在  $D\bar{D}$  的阈值之下,存在较多的状态,对这些态,耦合道效应可以被模型参数吸收,但是对于比较高的激发态,耦合道效应则难以被模型参数吸收. 而对于  $ss$  系统,除最低能态外,其他态的能量都高于  $K\bar{K}$  介子的阈值,所以耦合道效应很难被参数吸收,因此多夸克效应需要明确考虑. 表 6 也给出了在新的模型计算中,两夸克成分的大小,基本都在 85% 以上,四夸克成分小于 15%, 据此可以推断更多的夸克成分贡献更小,可以忽略,也说明本工作的计算是自洽的.

表 4 参数调整前的质量平移(单位: MeV)

Table 4 The mass shifts before the adjusting of model parameters (unit: MeV)

状态	$KK$	$KK^*$	$K^*K^*$	总平移
$1^1S_0$	0	-238.75	-237.29	-476.04
$2^1S_0$	0	-171.88	-173.79	-345.66
$1^3S_1$	-56.1	-159.3	-273.2	-488.5
$2^3S_1$	-21.3	-130.5	-206.9	-358.7
$1^1P_1$	0	-202.2	-214.5	-416.6
$2^1P_1$	0	-101.2	-129.6	-230.8
$1^3P_0$	-78.48	0	-397.42	-475.90
$1^3P_1$	0	-151.2	-253.5	-409.6
$1^3P_2$	-54.9	-141.4	-206.4	-402.8
$2^3P_2$	-27.5	-66.3	-131.5	-225.3
$1^1D_2$	0	-90.4	-121.1	-211.5
$1^3D_3$	-19.6	-64.2	-118.8	-202.6

表 5 被调整的参数及其数值

Table 5 The adjusted parameters and their values

$m_u = m_d/\text{MeV}$	$m_s/\text{MeV}$	$\alpha_s(ss)$	$\alpha_s(u\bar{s})$	$\Delta/\text{MeV}$	$a_c/\text{MeV}$
321	688.6	0.151 4	0.474 3	175.1	419.965

表 6 新能谱(单位:MeV)  
Table 6 The new spectra(unit:MeV)

状态	裸质量	质量移动	新质量	参考文献[4]	实验质量 <sup>[19]</sup>	$a_0^2$
$1^1S_0$	1 409	-456.6	953	956	957.8±0.1	0.86
$2^1S_0$	2 127	-320.8	1 807	1 696	1 760±11	0.906
$3^1S_0$	2 515	-188.9	2 326	2 084	-	0.91
$4^1S_0$	2 755	-164.9	2 591	2 334	-	-
$1^3S_1$	1 479	-458.8	1 021	1 020	1 019.46±0.02	0.982
$2^3S_1$	2 163	-305.7	1 853	1 726	1 680±20	0.893
$3^3S_1$	2 536	-182.6	2 354	2 099	-	0.912
$4^3S_1$	2 775	-185.8	2 589	2 352	-	-
$1^1P_1$	1 921	-366.5	1 555	1 514	1 386±19	0.95
$2^1P_1$	2 390	-216.4	2 173	1 976	-	0.916
$3^1P_1$	2 665	-134.4	2 530	2 240	-	-
$1^3P_2$	1 964	-356.4	1 608	1 551	1 525±5	0.82
$2^3P_2$	2 414	-215.9	2 198	1 996	1 934±12	0.912
$3^3P_2$	2 679	-141.6	2 537	2 253	-	-
$1^1D_2$	2 287	-192.9	2 094	1 855	1 824±8	0.92
$2^1D_2$	2 607	-132.9	2 474	2 172	-	-
$1^3D_3$	2 303	-184.7	2 118	1 967	1 854±7	0.915
$2^3D_3$	2 617	-131.5	2 486	2 302	-	-

3 总结

本工作利用 $^3P_0$ 模型,考虑了四夸克成分对 $ss$ 系统的影响,并通过调整参数,检验了多夸克成分能否被模型参数吸收.结果表明对于 $ss$ 系统,多夸克成分的影响较大,即使对于能量较低的状态,多夸克成分的影响也难以被模型参数吸收.在本工作中,四夸克成分被约束为两个色单态介子并处于轨道基态,隐色道或介子的激发态的影响可能会较小,但需要进一步验证.另外目前的计算也没有包含从真空激发一对 $ss$ 的贡献,这可能是一个较大的近似.需要在下一步的工作中改进.

要得到较为全面的介子谱,我们不仅仅要考虑四夸克成分对原来夸克-反夸克系统的影响,还需要计算四夸克本身的能量,因为四夸克态的能量和两夸克系统的激发态的能量相近.这牵涉到多体问题,比较复杂,这是我们下一步的工作.

[参考文献]

[1] De Rujula A,Georgi H,Glashow S L. Hadron masses in a gauge theory[J]. Phys Rev D,1975,12:147-162.  
[2] Isgur N,Karl G. Positive parity excited baryons in a quark model with hyperfine interactions[J]. Phys Rev D,1979,19:2 653-2 677.  
[3] Brambilla N,Eidelman S,Heltsley B,et al. Heavy quarkonium: progress, puzzles, and opportunities[J]. Eur Phys J C,2011,71:1534(1-182).  
[4] Ping J,Deng C,Huang H,et al. Quark models for mesons[J]. EPJ Web of Conf,2012,20:01007(1-12).  
[5] Vijande J,Fernández F,Valcarce A. Constituent quark model study of the meson spectra[J]. J Phy G,2005,31:481-506.  
[6] Micu L. Decay rates of meson resonances in a quark model[J]. Nucl Phys B,1969,10:521-526.  
[7] Le Yaouanc A,Oliver L,Pene O,et al. Naive quark pair creation model of strong interaction vertices[J]. Phys Rev D,1973,8:2 223-2 234.  
[8] Le Yaouanc A,Oliver L,Pene O,et al. Naive quark pair creation model and baryon decays[J]. Phys Rev D,1974,9:1 415-1 419.  
[9] Ackleh E,Barnes T,Swanson E. On the mechanism of open flavor strong decays[J]. Phys Rev D,1996,54:6 811-6 829.

(下转第 47 页)

- [5] Kadame S, Broudreaux-Bartels G F. Application of the wavelet transform for pitch detection of speech signals[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1992, 38(2): 917–924.
- [6] Amado G. Pitch detection algorithms based on zero-cross rate and autocorrelation function for musical notes[C]//Proceedings of ICALIP. Shanghai: IEEE, 2008: 449–454.
- [7] Hasan M K, Hussain S, Setu M T H, et al. Signal reshaping using dominant harmonic for pitch estimation of noisy speech[J]. Signal Processing, 2005, 86(5): 1 010–1 018.
- [8] Huang N E, Zheng S, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[C]//Proceedings of Royal Society A. London: Royal Society, 1998: 903–995.
- [9] Molla M, Khademul I, Hirose K, et al. Pitch estimation of noisy speech signals using empirical mode decomposition[C]//Proceedings of InterSpeech. Antwerp: ISCA, 2007: 2 117–2 180.
- [10] Meyer G, Plante F, Ainsworth W A. A pitch extraction reference database[C]//Proceedings of EUROSPEECH. Madrid: ISCA, 1995: 827–840.

[ 责任编辑:顾晓天]

(上接第 36 页)

- [10] Geiger P, Swanson E S. Distinguishing among strong decay models[J]. Phys Rev D, 1994, 50: 6 855–6 862.
- [11] Barnes T, Close F, Page P, et al. Higher quarkonia[J]. Phys Rev D, 1997, 55: 4 157–4 188.
- [12] Barnes T, Godfrey S, Swanson E. Higher charmonia[J]. Phys Rev D, 2005, 72: 054026(1–20).
- [13] Lu J, Deng W, Chen X, et al. Pionic decays of  $D_s(2317)$ ,  $D_s(2460)$  and  $B_s(5718)$ ,  $B_s(5765)$  [J]. Phys Rev D, 2006, 73: 054012(1–6).
- [14] Close F, Swanson E. Dynamics and decay of heavy-light hadrons[J]. Phys Rev D, 2005, 72: 094004(1–8).
- [15] Hayne C, Isgur N. Beyond the wave function at the origin: some momentum-dependent effects in the nonrelativistic quark model[J]. Phys Rev D, 1982, 25: 1 944–1 950.
- [16] Jacob M, Wick G. On the general theory of collisions for particles with spin[J]. Ann Phys, 1959, 7: 404–428.
- [17] Chen C, Chen X, Liu X, et al. Strong decays of charmed baryons[J]. Phys Rev D, 2007, 75: 094017(1–13).
- [18] Capstick S, Roberts W. Quasi-two-body decays of nonstrange baryons[J]. Phys Rev D, 1994, 49: 4 570–4 586.
- [19] Beringer J, Arguin J, Barnett R, et al. The review of particle physics[J]. Phys Rev D, 2012, 86: 010001(1–1526).

[ 责任编辑:顾晓天]