

温度和掺杂浓度对 delta 掺杂 GaAs 量子阱 电子态结构和子带间光学吸收的影响

赵恒飞, 杨双波

(南京师范大学物理科学与技术学院, 南京 210023)

[摘要] 在有效质量近似下, 通过自洽计算求解薛定谔方程和泊松方程, 得到了温度不为零时 Si δ 掺杂的 GaAs 量子阱系统的电子态结构. 研究了温度和掺杂浓度对系统子带能量、费米能级、电子密度分布和子带间光学吸收系数的影响. 发现在一定的掺杂浓度下, 费米能级会随着温度的升高而降低, 子带间入射光总的吸收系数随温度升高而降低; 在温度一定时, 费米能级和子带能级随掺杂浓度的增大而增大, 子带间入射光总吸收系数随掺杂浓度增大而增大.

[关键词] GaAs 量子阱, 入射光吸收系数, 温度, 掺杂浓度, 电子态结构

[中图分类号] O413.1 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2014)04-0051-08

Effect of Temperature and Doping Concentration on Structure of Electronic State and Intersubband Optical Absorption of Si Delta-Doped GaAs Quantum Well

Zhao Hengfei, Yang Shuangbo

(School of Physics and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

Abstract: By solving Schrödinger equation and Poisson equation self-consistently under the effective mass approximation, we calculated the structure of the electronic state of Si δ -doped GaAs quantum well system at $T \neq 0$. We studied the effect of temperature, doping concentration, and energy of incident light on the intersubband energy, Fermi energy, electron concentration distribution and intersubband optical absorption coefficient. It is found that at the given doping concentration, the Fermi energy decrease with the increase of temperature, the total intersubband optical absorption coefficient decrease with the increase of temperature. And at the given temperature, the total intersubband optical absorption coefficient increase with the increase of doping concentration.

Key words: GaAs quantum well, intersubband optical absorption, temperature, doping concentration, the structure of electronic state

随着半导体制造技术和实验技术手段的不断提高, 以及上世纪 60 年代半导体有效质量理论的提出, 人们对半导体能带结构有了很深入的了解. 在研究过程中, 人们发现, 杂质会对半导体的电子态结构产生很大影响, 掺杂成分、掺杂方式^[1-4]等都会影响半导体的电子态结构和半导体材料的结构, 进而影响其光学特性和电特性. 正是由于半导体掺杂有着掺杂成分、掺杂方式的多样性, 以及半导体电子态极易受到掺杂因素影响的特性, 才使得科研工作者对半导体材料的研究产生浓厚的兴趣.

到目前为止, 人们已经对半导体材料掺杂结构有了较为广泛的研究, 比如, 不同的掺杂成分如 Si^[5]、Ni、Fe、Sb、B 等对半导体材料的影响; 不同的掺杂方式如均匀掺杂、调制掺杂、 δ 掺杂等掺杂方式对半导体材料的影响; 掺杂材料所处的外加电场^[6-9]或者磁场^[10,11]对材料特性的影响.

半导体掺杂对半导体材料的电子态结构^[12,13]和光学特性^[14-17]的影响会直接影响到人们对半导体材

料的研发和使用. 本文在有效质量近似下, 通过自洽计算的方式求解薛定谔方程和泊松方程, 研究了温度和掺杂浓度对子带能量、费米能级、自洽势、电子密度分布的影响, 还研究了温度掺杂浓度对子带间光学吸收系数的影响.

1 理论

在 GaAs 材料的一维无限深势阱中, 掺杂部分位于势阱中心部分, 设势阱宽度为 L_0 , 势阱中掺杂层的厚度为 L_d . 在有效质量近似下, 我们用自洽的方式求解薛定谔方程和泊松方程. 量子阱中电子的各级本征能量 E_i 及其本征波函数 ψ_i 满足以下形式的薛定谔方程

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_H(z) \right) \psi_i(z) = E_i \psi_i(z), \quad (1)$$

这里 m^* 是电子的有效质量, V_H 是自洽势, z 是垂直于掺杂层的方向, i, f 为子带的指数, 其中 V_H 的值可以通过求解以下形式的泊松方程得到:

$$\frac{d^2}{dz^2} V_H(z) = -\frac{4\pi e^2}{\varepsilon} [N(z) - N_d(z)], \quad (2)$$

ε 是 GaAs 的介电常数, $N_d(z)$ 是电离掺杂物总浓度.

$$N_d(z) = \begin{cases} N_{2d}/L_d, & -L_d/2 \leq z \leq L_d/2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (3)$$

量子阱中第 i 个能带的电子布居为

$$n_i = \frac{m^* k_B T}{\pi \hbar^2} \ln \{ 1 + \exp [(E_F - E_i) / k_B T] \}, \quad (4)$$

其中, k_B 是玻尔兹曼常数, T 是温度, E_F 是费米能级. 那么量子阱中的电子密度为:

$$N(z) = \sum_{i=1}^{n_d} n_i |\psi_i(z)|^2, \quad (5)$$

其中 n_d 是填充态的数目.

由于未掺杂的载流子浓度远小于掺杂杂质的电子浓度, 因此可以忽略本征载流子的贡献, 假设掺杂物全部电离, 使得量子阱中的电子数目等于带正电的电离掺杂物的数目^[18], 即

$$\sum_{i=1}^{n_d} n_i = N_{2d}, \quad (6)$$

N_{2d} 是掺杂面密度.

在得到子带能量、本征波函数、费米能级、自洽势以后, 我们可以计算掺杂后的 GaAs 材料的光学线性吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$:

$$\alpha(\hbar\omega) = \sum_i \sum_f \frac{\mu c m^* k_B T e^2}{\pi \hbar^2 L_0 n_r \omega} \cos^2(\theta) |M_{fi}|^2 \ln \{ [1 + \exp(\frac{E_F - E_i}{k_B T})] / [1 + \exp(\frac{E_F - E_f}{k_B T})] \} \frac{\Gamma/2}{(\hbar\omega - E_{fi})^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (7)$$

其中, M_{fi} 是矩阵元,

$$M_{fi} = \frac{E_i - E_f}{i\hbar} \int_{-L_0/2}^{L_0/2} \psi_f^*(z) z \psi_i(z) dz, \quad (8)$$

$E_{fi} = E_f - E_i$, E_i 和 E_f 分别代表初态能级和末态能级, μ 是磁导率, c 是光速, L_0 是势阱宽度, θ 是极化矢量方向与量子阱中 z 轴方向的夹角, n_r 是 GaAs 材料的折射率, Γ 是线宽度.

2 自洽计算说明

求得解薛定谔方程和泊松方程的 Numerov^[19] 表达式后, 在计算机上用 Fortran 语言编写求解薛定谔方程的程序, 即可算出相应的本征值和波函数. 程序步骤如下:

(1) 令自洽势 $V_H = 0$, 得到一维无限深势阱中本征能量及本征波函数. 这里我们只需要 4 或 5 个本征值和相应的本征波函数.

(2)将找到的本征值和本征波函数代入相应公式求得费米能,然后利用泊松方程的解求出自洽势 V_H .

(3)将自洽势 V_H 代入原薛定谔方程求解,得到多个本征值和本征波函数,再代入泊松方程求得另一个自洽势 V_H .

(4)对比两次求得的自洽势 V_H ,如果两者之差不在误差范围内,回到第3步,当两者之差在误差范围内时停止程序,这样就得到了最终的本征值和波函数.

3 结果与讨论

我们在计算中取势阱宽度为 $L_0 = 600 \text{ \AA}$,掺杂部分宽度 $L_d = 60 \text{ \AA}$.有效质量 $m^* = 0.067m$, m 为电子的静止质量; $\epsilon = 12.5$ 是 GaAs 材料的介电常数, $n_d = 4$ 为本征态数目,线宽度 $\Gamma = 10 \text{ meV}$.

3.1 温度对一维无限深势阱结构的影响

3.1.1 温度对自洽势的影响

在掺杂浓度 $N_{2d} = 4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ 时,我们得到自洽势 V_H 在不同的温度时的图形,如图1所示.

从图中可以看到自洽势在势阱中以势阱中心为轴对称分布,当温度升高时自洽势在势阱中央的部分没有明显变化,势阱的两侧部分随温度的升高出现势阱宽度变窄,阱深变深的现象.

3.1.2 温度对电子密度分布的影响

当温度 $T = 10 \text{ K}$ 时,量子阱中的电子密度分布 $N(z)$ 的图形如图2所示.

势阱中的电子密度分布呈现出中间多、两边少的现象,这主要是由于掺杂区域位于势阱中心部分,使得势阱中心部分电子浓度升高.

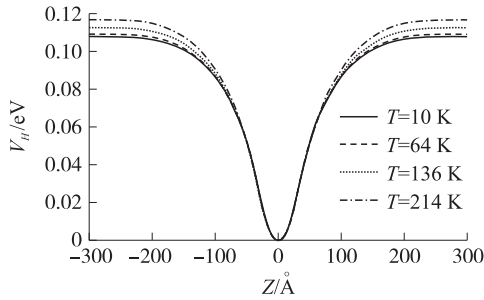


图1 当温度 T 分别等于 10 K, 64 K, 136 K, 214 K 时自洽势在量子阱中的分布

Fig.1 The self-consistent potential distribution in the quantum well when the temperature T equal to 10 K, 64 K, 136 K, 214 K

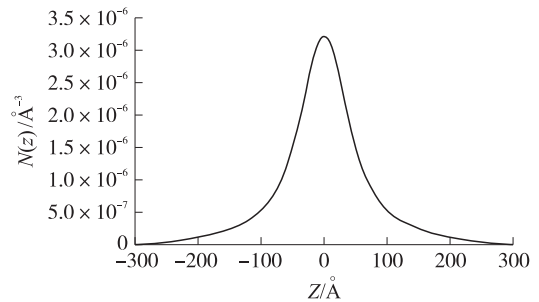


图2 温度 $T = 10 \text{ K}$, 掺杂浓度 $N_{2d} = 4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ 时电子密度分布 $N(z)$

Fig.2 The distribution $N(z)$ of the electron density when doping concentration $N_{2d} = 4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ and $T = 10 \text{ K}$

3.1.3 温度对电子各本征能级和费米能级的影响

在掺杂浓度 $N_{2d} = 2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ 时,各本征态 E_i 和费米能级 E_F 随温度的变化如图3、图4所示.

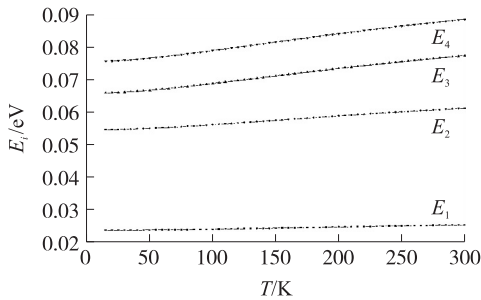


图3 本征能量 $E_i (i=1, 2, 3, 4)$ 随温度 T 的变化

Fig.3 The eigenenergy $E_i (i=1, 2, 3, 4)$ with the change of temperature T

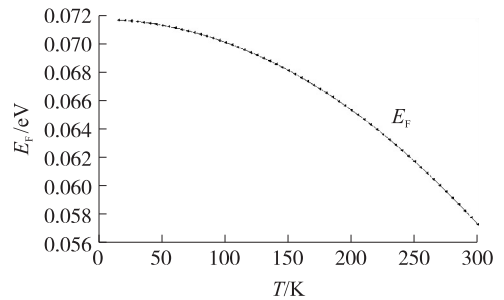


图4 费米能级 E_F 随温度 T 的变化

Fig.4 and The Fermi energy E_F with the change of temperature T

从图3可以看出本征能量会随着温度的升高而增大,并且子带能级越高,其本征能量随温度升高的幅

度也越大,然而费米能级却出现了随温度升高而降低的现象.这是由于温度升高时,费米面附近的电子从格波获得的能量就越大,跃迁到费米面以外的电子数目就越多,则费米能级上的电子数目就会减少,导致费米能级随温度的升高而降低.

3.1.4 温度对子带间光学吸收系数的影响

假设入射光能量 $\hbar\omega = 10 \text{ meV}$, 掺杂浓度 $N_{2d} = 2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$, 子带间光学吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$ 随温度 T 的变化如图5~10所示.

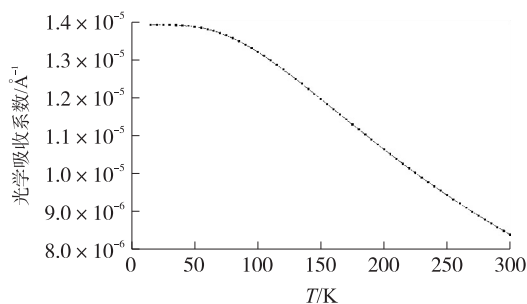


图5 (1-2)跃迁过程中的光学吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$ 随温度的变化

Fig.5 The optical absorption coefficient of energy (1-2) changes with temperature T

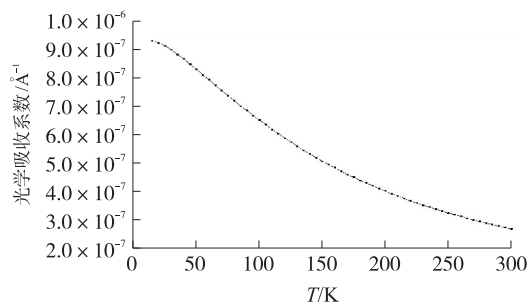


图6 (1-4)跃迁过程中的光学吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$ 随温度的变化

Fig.6 The optical absorption coefficient of energy (1-4) changes with temperature T

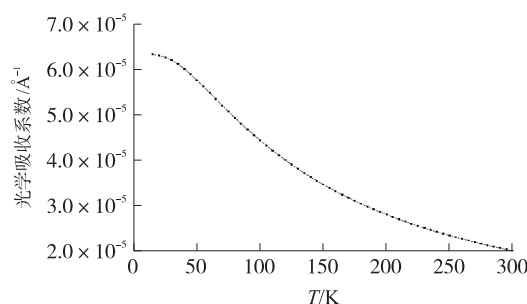


图7 (2-3)跃迁过程中的光学吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$ 随温度的变化

Fig.7 The optical absorption coefficient of energy (2-3) changes with temperature T

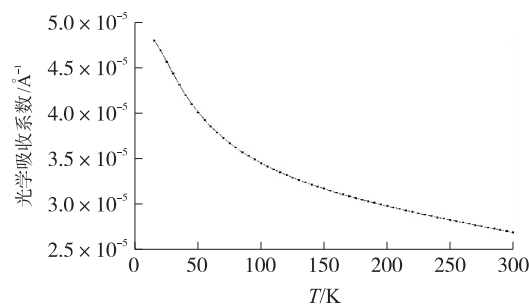


图8 (3-4)跃迁过程中的光学吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$ 随温度的变化

Fig.8 The optical absorption coefficient of energy (3-4) changes with temperature T

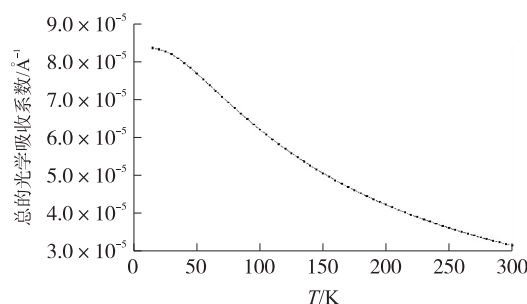


图9 总的光学吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$ 随温度的变化

Fig.9 The total optical absorption coefficient of energy changes with temperature T

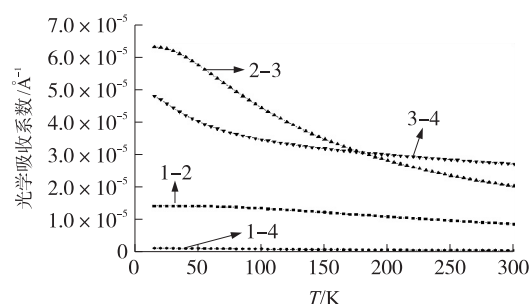


图10 各个能级跃迁过程中光学吸收系数随温度变化时的对比图

Fig.10 The optical absorption coefficients change with temperature T

从上面几个图中可以看到所有的能级跃迁均随温度的升高而减小,这是由于当温度升高时各个能级的本征值变大,而费米能级则随着温度的升高而减小的缘故.图10是各个能级跃迁过程中光学吸收系数随温度变化时的对比图,可以看到当温度相同时,能级跃迁过程中子带间吸收系数从大到小的排列顺序依次为:(2-3)、(1-2)、(3-4)、(1-4).能级(1-3)、(2-4)跃迁过程中光学吸收系数非常小,大约是前面4个跃迁过程吸收系数的 $10^{-10} \sim 10^{-6}$ 倍,因此忽略.

3.2 入射光能量对子带间光学吸收系数的影响

在计算子带间的光学吸收系数时, $\hbar\omega$ 是入射光能量,设入射光能量 $\hbar\omega$ 的范围是 $50 \text{ meV} \sim 250 \text{ meV}$,

温度 $T=4.2$ K, 掺杂浓度 $N_{2d}=3\times 10^{12}$ cm $^{-2}$, 子带间的线性吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$ 随入射光能量 $\hbar\omega$ 的变化如图 11、12 所示。

从图 11 可以看到图中总的吸收系数曲线共有 2 个光吸收峰, 峰值分别为 2.76×10^{-4} Å $^{-1}$ 和 4.59×10^{-5} Å $^{-1}$, 对应的入射光能量是 43.8 meV 和 69.2 meV. 将图 11、12 中曲线进行比较可以知道这两个峰值的最大贡献者分别是能级(1-2)和(1-4). 在图 11 中, 当入射光能量非常小时, 吸收系数的数值非常大, 这是由于公式中入射光的频率位于分母上, 当入射光能量太小, 其频率也较小, 会对吸收系数的计算产生影响, 而从图 12 中可以看到, 这对能级(1-2)(1-4)两个跃迁过程影响并不大, 但是对于能级(2-3)(3-4)的影响非常大, 导致其数值在入射光能量增大的开始阶段出现大幅下降, 这里不再探究。

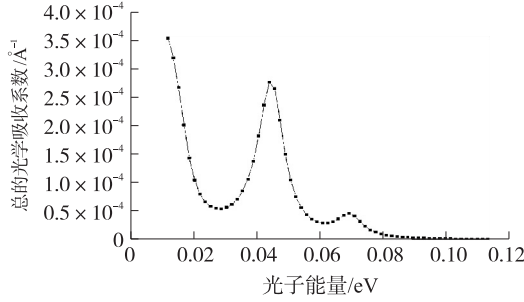


图 11 所有能级的跃迁过程中的总的光学吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$ 随入射光能量 $\hbar\omega$ 的变化

Fig. 11 The total the absorption coefficient as a function of the photon energy for different intersubband transitions

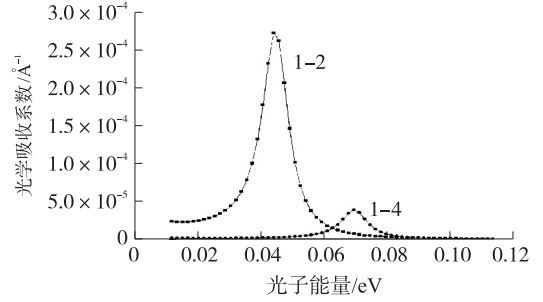


图 12 所有能级的跃迁过程中的光学吸收系数 $\alpha(\hbar\omega)$ 随入射光能量 $\hbar\omega$ 的变化

Fig. 12 The variation of the absorption coefficients as a function of the photon energy for different intersubband transitions

能级(1-3)、(2-4)跃迁过程中光学吸收系数非常小, 大约是前面 4 个跃迁过程吸收系数的 10^{-10} – 10^{-6} 倍, 因此忽略。

3.3 掺杂浓度对一维无限深势阱结构的影响

在势阱中掺杂会将更多的电子引入到势阱结构中, 因此势必对势阱的各个本征能级和费米能级产生影响, 因此也会对各能级上的电子布居和子带间跃迁过程中的光学吸收系数产生影响. 我们在势阱中央部分掺杂, 其中掺杂层宽度为 $L_d=60$ Å, 这里我们取入射光能量为 $\hbar\omega=10$ meV, 当温度 $T=100$ K 时, 我们来计算掺杂浓度对以下几个方面的影响。

3.3.1 掺杂浓度对电子各能级和费米能级的影响

在入射光能量和温度都确定的情况下, 掺杂浓度从 1×10^{-4} Å $^{-2}$ 逐渐增大到 4.3×10^{-4} Å $^{-2}$, 可以看到各本征能级和费米能级均随掺杂浓度的增大而增大, 其中费米能级的增幅明显高于各能级的增幅, 在掺杂浓度为 1×10^{-4} Å $^{-2}$ 时, 有两个能级处于费米能级之下, 随着浓度的升高, 费米能级增大较快, 到掺杂浓度为 3.7×10^{-4} Å $^{-2}$ 时 4 个能级都处于费米能级之下。

3.3.2 掺杂浓度对电子布居的影响

从上节可以看到, 随着掺杂浓度的升高, 4 个能级都随着浓度的增大而增大, 当浓度增大到 3.7×10^{-4} Å $^{-2}$ 时费米能级大于此 4 个能级, 那么我们来看一下此过程中各能级上的电子布居随掺杂浓度的变化:

可以从图中看到当掺杂浓度增大时电子布居数也在增大, 并且在掺杂浓度一定时低能级上的电子布居数大于高能级的电子布居数, 例如此 4 个能级按能级从低到高为 $E_1 < E_2 < E_3 < E_4$, 但电子布居数却是 $n_1 > n_2 > n_3 > n_4$ 。

3.3.3 掺杂浓度对子带间光学吸收系数的影响

计算中我们取入射光能量为 $\hbar\omega=10$ meV, 当温度 $T=100$ K, 为了更好地看到吸收系数随掺杂浓度的变化, 我们把各子带间跃迁过程中吸收系数按量级分组:

通过之前的计算可以看到随着掺杂浓度的增大, 各本征能级和费米能级均在增大, 但费米能级下的能级数目在增加, 在本征能级和费米能级相等的时候会对跃迁过程中的光吸收系数产生影响. 比如, 图 16 和 17 中光吸收系数先增大后减小. 能级所处的位置会影响到吸收系数随掺杂浓度的变化, 能级(1-2)在整个浓度增大的过程中始终处于费米能级之下, 因此其吸收系数始终随掺杂浓度的增大而减小. 图 19 是总

的光吸收系数随掺杂浓度的变化,随着掺杂浓度的增加,子带间总的光吸收系数在增大.

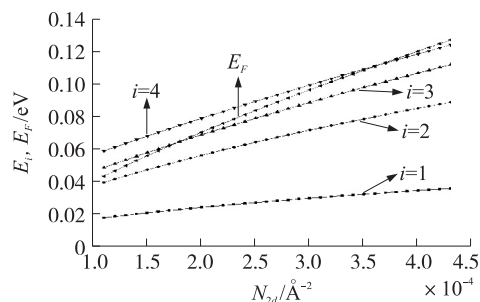


图 13 各本征能级和费米能级随掺杂浓度的变化

Fig. 13 The eigenenergy E_i ($i=1,2,3,4$) and the fermi energy E_F with the change of doping concentration

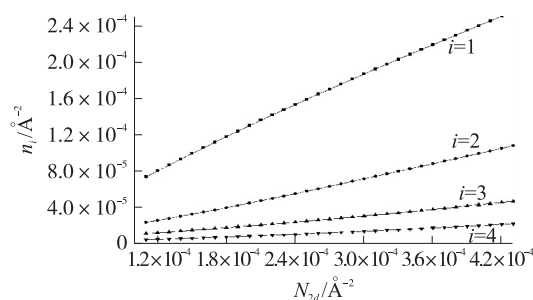


图 14 各能级上的电子布居随掺杂浓度的变化

Fig. 14 The concentration of electrons with the change of doping concentration

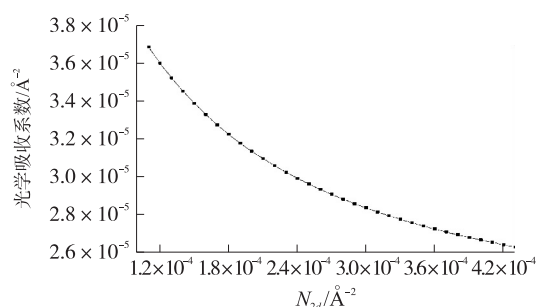


图 15 (1-2) 跃迁过程吸收系数随掺杂浓度的变化

Fig. 15 The optical absorption coefficient of energy (1-2) changes with doping concentration

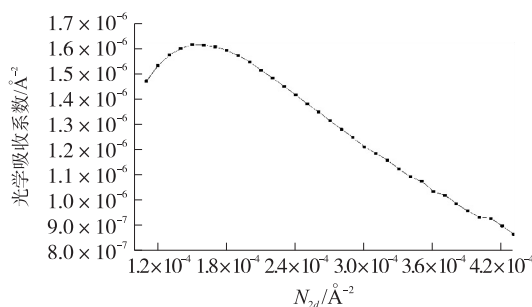


图 16 (1-4) 跃迁过程吸收系数随掺杂浓度的变化

Fig. 16 The optical absorption coefficient of energy (1-4) changes with doping concentration

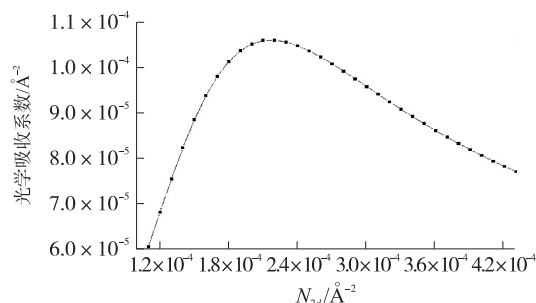


图 17 (2-3) 跃迁过程吸收系数随掺杂浓度的变化

Fig. 17 The optical absorption coefficient of energy (2-3) changes with doping concentration

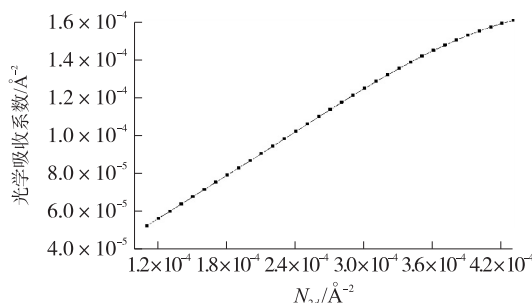


图 18 (3-4) 跃迁过程吸收系数随掺杂浓度的变化

Fig. 18 The optical absorption coefficient of energy (3-4) changes with doping concentration

4 总结与讨论

本文通过自洽计算,研究了 Si δ 掺杂的半导体 GaAs 量子阱系统,得到了量子阱系统的不同温度和掺杂浓度下的自洽势分布图像、电子密度分布图像、本征能量和费米能级随温度变化的图像、子带间跃迁过程中光学吸收系数随入射光能量、温度的变化图像.

从研究结果可以看到自洽势在势阱中以势阱中心为轴对称分布,当温度升高时自洽势在势阱中央的部分没有明显变化,势阱的两侧部分随温度的升高出现势阱宽度变窄,阱深变深的现象;子带能级随温度的升高而升高,费米能级随着温度的升高而下降;子带间光吸收系数随温度的升高而减小. 在研究掺杂浓度对

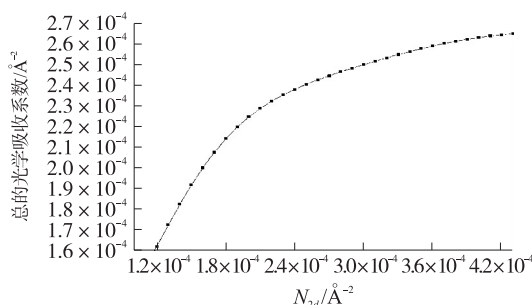


图 19 总的光吸收系数随掺杂浓度的变化

Fig. 19 The total optical absorption coefficient changes with doping concentration

势阱结构的影响时发现,各子带能级和费米能级均随掺杂浓度的升高而升高;各能级上的电子布居也随掺杂浓度的升高而增大;总的光吸收系数随掺杂浓度的升高而增大,但是个别能级之间的跃迁过程中吸收系数随掺杂浓度增大出现峰值.

表 1 单 δ 掺杂 GaAs 一维无限深势阱结构能级之差Table 1 For single δ -doped GaAs well, the energy differences between different subbands

	$F/(\text{kV cm}^{-1})$	n_d	$\Delta E = E_j - E_i (\text{meV})$					
			2-1	3-1	4-1	3-2	4-2	4-3
单层 δ 掺杂	0	4	45.15	59.00	69.38	13.85	24.23	10.37
	40	3	8.33	32.72	—	24.38	—	—
	80	2	54.12	—	—	—	—	—

在我们将上述研究结果与其他文章相比较时发现,费米能级随温度的变化曲线与其他文章的结果相比较时显示两者的结果一致,费米能级都显示随温度升高而降低.各能级之间的差值 $E_j - E_i$ 的结果与参考文献[16]在掺杂浓度、温度、掺杂层厚度相同的条件下结果基本符合.下图为参考文献[16]中电场强度为零即不加外电场时各能级之差:

本文中能级(2-1)差值为 44.63 meV,能级(3-1)差值为 59.20 meV,能级(4-1)差值为 69.46 meV,能级(3-2)差值为 14.57 meV,能级(4-2)差值为 24.84 meV,能级(4-3)差值为 10.26 meV.

本文计算吸收系数的公式与参考文献[16]中略有不同,这里吸收系数公式从夏建白先生所著《现代半导体物理》中推导而来,并与参考文献[8]保持一致,因此图 5 中结果与参考文献[16]有所不同.

由于目前没有见到有关子带间吸收系数随温度变化的文章,因此认为是首次对此问题进行研究,这里不再与其他文章进行比较分析.

[参考文献]

- [1] Chang C Y, Lin W, Hsu W C, et al. The δ -doped in 0.25Ga0.75As/GaAs pseudomorphic high electron mobility transistor structures prepared by low-pressure metal organic chemical vapor deposition[J]. Jpn J Appl Phys, 30:1 158-1 163.
- [2] Döhler G H, Künzel H, Olego D, et al. Observation of tunable band gap and two-dimensional subbands in a novel GaAs superlattice[J]. Physical Review Letters, 1981, 47(12): 864-867.
- [3] Hai G Q, Studart N, Peeters F M. Electron mobility in two coupled delta layers[J]. Physical Review B, 1995, 52:11 273-11 276.
- [4] Schubert E F, Ullrich B, Harris T D, et al. Quantum-confined interband absorption in GaAs sawtooth-doping superlattices[J]. Physical Review B, 1988, 38(12): 8 305-8 308.
- [5] Gaggero-Sager L M, Naumis G G, Muñoz-Hernandez M A, et al. Self-consistent calculation of transport properties in Si δ -doped GaAs quantum wells as a function of the temperature[J]. Physica B: Condensed Matter, 2010, 405(20): 4 267-4 270.
- [6] Ahn D. Intersubband transitions in a δ -doped semiconductor with an applied electric field: exact solutions[J]. Physical Review B, 1993, 48(11): 7 981-7 985.
- [7] Ozturk E, Sokmen I. The electric field effects on intersubband optical absorption of Si δ -doped GaAs layer[J]. Solid State Communications, 2003, 126(11): 605-609.
- [8] Ahn D, Chuang S L. Intersubband optical absorption in a quantum well with an applied electric field[J]. Physical Review B, 1987, 35(8): 4 149-4 151.
- [9] Ahn D, Chuang S. Calculation of linear and nonlinear intersubband optical absorptions in a quantum well model with an applied electric field[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1987, 23(12): 2 196-2 204.
- [10] Kasapoglu E, Sari H, Sökmen I. Intersubband optical absorption in a quantum well under a tilted magnetic field[J]. Superlattices and Microstructures, 2001, 29(1): 25-32.
- [11] Ozturk E. Optical intersubband transitions in double Si δ -doped GaAs under an applied magnetic field[J]. Superlattices and Microstructures, 2009, 46(5): 752-759.
- [12] Ozturk E, Sari H, Ergun Y, et al. The effect of the donor distribution on the electronic structure of two coupled Si δ -doped layers in GaAs[J]. Physica B: Condensed Matter, 2003, 334(1): 1-8.
- [13] 王恩哥, 黄和鸾. 掺杂超晶格——Si-nipi 结构中的电子态[J]. 半导体学报, 1985, 6(4): 446-450.

- [14] 舒强,舒永春,张冠杰,等. 调制掺杂 GaAs/AlGaAs 2DEG 材料持久光电导及子带电子特性研究[J]. 物理学报,2006,55(3):1 379-1 383.
- [15] Kim K T, Lee S S, Chuang S L. Inter-miniband optical absorption in a modulation-doped $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ superlattice[J]. Journal of Applied Physics, 1991, 69(9):6 617-6 624.
- [16] Ozturk E, Sokmen I. Intersubband transitions for single, double and triple Si δ -doped GaAs layers[J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2003, 36(20):2 457-2 464.
- [17] Ozturk E, Sokmen I. Intersubband optical absorption of double Si δ -doped GaAs layers[J]. Superlattices and Microstructures, 2004, 35(1):95-104.
- [18] 杨双波. 掺杂浓度及掺杂层厚度对 Si 均匀掺杂的 GaAs 量子阱中电子态结构的影响[J]. 物理学报, 2013, 62(15):157 301(1-7).
- [19] 余瑞兰, 蔺玉柱, 崔光磊. 用 Numerov 算法求解一维无限深势阱的本征问题[J]. 巢湖学院学报, 2003, 3:43-47.

[责任编辑:顾晓天]

(上接第50页)

- [6] Scalise L, Yu Yang, Guido Giuliani, et al. Self-mixing laser diode velocimetry: application to vibration and velocity measurement[J]. IEEE Trans Instrum Meas, 2004, 53(1):223-232.
- [7] Guo D, Wang M, Tan S. Self-mixing interferometer based on sinusoidal phase modulating technique[J]. Opt Express, 2005, 13(5):1 537-1 543.
- [8] Daofu H, Ming W, Junping Z. Self-mixing speckle in an erbium-doped fiber ring laser and its application to velocity sensing[J]. IEEE Photonic Tech L, 2007, 9(18):1 398-1 400.
- [9] Dai X, Wang M, Zhao Y, et al. Self-mixing interference in fiber ring laser and its application for vibration measurement[J]. Opt Express, 2009, 17(19):16 543-16 548.
- [10] Liang Lu, Cao Zhigang, Dai Jijun, et al. Self-mixing signal in $\text{Er}^{3+}-\text{Yb}^{3+}$ codoped distributed bragg reflector fiber laser for remote sensing applications up to 20 km[J]. IEEE Photonic Tech L, 2012, 24:392-394.
- [11] Sasaki O, Okazaki H. Sinusoidal phase modulating interferometry for surface profile measurement[J]. Appl Opt, 1986, 25(18):3 137-3 140.
- [12] Guo D, Wang M. Self-mixing interferometry based on sinusoidal phase modulation and integrating-bucket method[J]. Opt Commun, 2010, 283(10):2 186-2 192.
- [13] Ovaryn B, Andrews J H. Phase-shifted laser feedback interferometry[J]. Opt Lett, 1998, 23(14):1 078-1 080.

[责任编辑:顾晓天]