

高强度聚焦超声温度场的有限差分模拟

何向东,冯少彤

(南京师范大学物理科学与技术学院,江苏 南京 210023)

[摘要] 本文在圆柱坐标中对高强度聚焦超声(HIFU)的声压和振速特性进行了理论研究,并结合 Pennes 生物热传导方程进行了高强度聚焦超声治疗温度场的仿真研究. 采用时域有限差分(FDTD)方法,求解 Westervelt 声波非线性传播的波动方程,并以水为传播媒质计算了凹面声源的焦点声压,进一步对 Pennes 生物热传导方程进行数值解析,模拟和绘制了超声波传播过程中焦域附近温度场,获得 65℃ 以上的焦域的形状、大小和位置. 结果表明 HIUF 治疗中所形成的焦域近似圆柱体,其距离比几何焦点稍近. 本研究为 HIFU 实际应用中的精确定位和温度控制提供理论基础.

[关键词] 高强度聚焦超声,时域有限差分,温度场

[中图分类号] O426.2 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1001-4616(2015)04-0106-07

Temperature Field Simulation for High Intensity Focused Ultrasound (HIFU) Using Finite Difference Method in Time Domain (FDTD)

He Xiangdong, Feng Shaotong

(School of Physics and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

Abstract: The properties of acoustic pressure and vibration velocity generated by high intensity focused ultrasound (HIFU) are theoretically studied in the cylindrical coordinate. Based on the Pennes bio-heat conduction equation, the distributions of the temperature field and temperature rising for HIFU are also simulated. By using the finite difference method in time domain (FDTD), the Westervelt nonlinear propagation wave equation is solved and the sound pressure of the focal area is calculated in water. By solving the Pennes equation, the temperature fields at various conditions are simulated, and the shape, size and position of the focal region with the temperature higher than 65 °C are obtained. The numerical results demonstrate that the focal region of the HIUF treatment is approximate to a tiny cylinder with the position slightly closer than the geometrical focusing radius. This study provides a theoretical basis for precise positioning and temperature control in the practical application of HIFU.

Key words: high intensity focused ultrasound (HIFU), finite difference method in time domain (FDTD), temperature field

癌症是一种对人类有着严重危害的疾病,其发现和治疗的难度较大. 近几十年来,针对癌症发展了多种治疗方法,如放射疗法、化学疗法、生物疗法、基因疗法、冷冻和热疗等. 实验证明,高于 42 °C 的温度能有效抑制原发肿瘤和转移肿瘤的血管生长,抑制肿瘤细胞促血管内皮生长因子的分泌,阻碍细胞遗传物质的合成,破坏肿瘤细胞的结构,从而发生细胞凋亡. 大多数器官在长时间高于 45 °C 时,蛋白质就会开始变性. 随着温度的升高,细胞死亡和组织变性的速度加快. 当温度达到 65 °C 时,生物组织就会在极短的时间内发生不可逆的蛋白变性,从而达到瞬时治疗肿瘤的目的. 目前用于热疗的技术有超声、电磁波、微波等,其中超声热疗技术由于不需要探针,可以深入生物体内部实现无创治疗,而得到了广泛的关注和应用.

高强度聚焦超声 (high intensity focused ultrasound, HIUF) 是一种肿瘤治疗的新技术^[1-2], 具有无创性、不易引起癌细胞转移、患者痛苦小、治疗后康复快等优点,在许多方面优越于外科手术,具有极大的潜在

收稿日期: 2015-08-20.

基金项目: 江苏省高校自然科学研究重大项目(14KJA140001).

通讯联系人: 何向东, 讲师, 研究方向: 材料物理. E-mail: 06087@njnu.edu.cn

临床应用价值和前景。HIFU是利用人体外的换能器发出的超声波,经水传入人体内,通过聚焦方法将大面积辐射元件换能器所发出的声能会聚于某个小区域,使局部声能达到几十MPa以上。由于生物组织对声波的吸收,通过不可逆热力学过程使声能转化为热能,使该区域及其邻近区域的温度升高。当温度达到某个临界值并维持一段时间后,组织中的癌细胞产生不可逆变性,从而使癌细胞坏死,达到外科手术的效果。HIFU工作的理论基础为超声波的生物效应、热效应、机械效应和空化效应。近年来,HIUF技术已成为国际超声治疗学领域的一个研究热点^[3-6],在医学领域和超声研究领域得到重视,取得了一定的临床效果及治疗经验,使得中国在HIFU临床应用方面走在世界前列,但在其基础研究领域仍然处于相对落后水平。

HIUF治疗设备在焦点区域可形成很高的聚焦超声能量,以达到治疗疾病的目的。但是如果焦点区域与病灶偏移或焦点区域不在病灶处,将会对正常组织造成损伤。超声波声源及其聚焦方式的选择、超声波在人体内非线性传播形成的焦点区域的大小、位置等的控制是HIUF技术的关键,同时HIFU肿瘤治疗中焦域的最高温度和温度分布是影响治疗效果的直接因素。因此,焦域大小和温度分布是HIFU应用的理论基础。目前HIUF技术常用的聚焦方式^[7-11]有球面自聚焦、超声透镜聚焦和相控阵列聚焦3种。球面自聚焦技术将压电陶瓷片研磨成球冠状,利用球面聚焦换能器直接聚焦,是HIFU应用的基础。超声透镜聚焦技术是在平面换能器后面紧贴一个声透镜,超声波通过透镜材料形成聚焦。相控阵列聚焦技术中超声源是由单元阵列换能器拼成,通过控制振源激励信号的相位,使声波阵面曲率和中心位置发生变化,实现一点或多点聚焦,同时可实现焦距调节和扫描,是目前HIFU的发展方向。

HIUF治疗技术主要是利用聚焦超声波在焦点区域的热效应,以高温来破坏病变组织。对于HIUF治疗过程中焦域温度的实时监测和控制是取得良好疗效的关键。目前,常用的组织温度测量方法主要有损和无损测温这两种方法。现在应用于临床最广泛的是热电偶探针测量法^[12],其测量精度可达到0.1℃,但是热电偶探针测温系统存在难以准确定位、温度监测点少、无法精确得到整个焦域内的温度场分布等问题,同时还存在引起癌细胞转移的问题,影响了其在HIUF治疗中的应用和推广。近年来有不少无损测温方法被提出,主要包括电阻抗断层测温^[13]、微波测温^[14]、超声测温、X-CT测温、核磁共振测温、温度场的计算机模拟测温等方法。

本研究利用高强度聚焦超声(HIFU)的声压和振速特性,建立了三维圆柱坐标数值仿真模型,结合Pennes生物热传导方程进行了高强度聚焦超声治疗温度场的仿真研究。采用时域有限差分(FDTD)方法,求解Westervelt声波非线性传播的波动方程,并以水为传播媒质,计算了凹面声源的焦点声压,并进一步对Pennes生物热传导方程进行数值解析,研究分析了焦点区域的温度场。绘制了超声波传播过程中焦域附近温度场,形成65℃以上的焦点区域的形状、大小及位置。结果表明HIUF治疗中在三维空间上所形成的焦点区域近似圆柱体,并且实际所形成的焦点位置(最高温度位置)与设备几何焦距并不一致,而是在比几何焦点稍微近的地方。本研究为HIFU实际应用中的温度控制提供理论基础。

1 原理和方法

时域有限差分法(FDTD)是用来求解波动微分方程的直接时域方法。在计算时将空间某一网格点的场分量与周围格点的相异场分量直接相关联,且媒质参数已赋值给空间每一个计算元胞,因此这一方法可以处理复杂形状目标和非均匀媒质物体的反射和散射、源的辐射等问题。同时,FDTD的随时间逐步推进可以方便地给出波场的时间演化过程,在计算机上以伪彩色方式显示,这种波场可视化结果还能清楚地显示物理过程,十分便于分析和设计^[15]。

为将FDTD用于声场的计算,需要建立声波的FDTD计算元胞。在三维直角坐标系下,声波元胞网格可以设定为一个个相邻接的立方体,其中多个空间网格结构相互关联,压力分量位于每个立方体的中心,质点速度分量位于立方体的6个外表面的中心(半空间点);计算元胞上每个速度分量处在两个压力分量的中心,而每个压力分量又被6个速度分量所环绕。这种速度分量和压力分量的空间交叉配置适合于声学流体媒质控制方程的差分计算,可以恰当地描述声波速度—压力场的传播特性。声场的FDTD算法由前向后的逐层计算方法,由前面已知场值直接计算后面的场值,最后可以得到整个声场分布。为了提高

计算的稳定性,三维声波FDTD差分方程中的时间、空间步长必须满足 Courant 稳定条件^[16],计算时间间隔必须小于波速 c_{\max} 通过声波元胞对角线长度的 $\frac{1}{3}$ 所需的时间. 另外高强度聚焦超声波非线性传播时,稳定条件随声压振幅变化而变化,因此对时间间隔的要求必须比线性传播时间间隔小.

当超声的马赫数 $|V|/C$ 远小于1时,高强度超声波的非线性传播的基本方程式为^[17]:

$$\nabla P + \rho \frac{\partial V}{\partial t} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + K \nabla \cdot V + 2\alpha CP = 0, \tag{2}$$

其中, P 为声压; t 为时间; ρ 为媒质密度; V 为质点速度; α 为衰减系数; C 为小声压时的声速; K 为体积弹性系数, $K = \rho C^2 / (1 \pm \frac{2\varepsilon|V|}{C})$, 其中的 \pm 分别表示媒质的压缩和膨胀; 非线性系数 $\varepsilon = 1 + B/(2A)$, B/A 是反映超声波通过媒质时产生非线性大小的声参量.

为简化计算,如图1所示,将换能器放置在圆柱坐标系的 (r, ϕ) 平面中,声波沿 z 方向传播,其中坐标变量为 $0 \leq r \leq \infty$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$, $-\infty < z < +\infty$, 则声波方程沿3个方向可以分别表示为: $-\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{\partial V_r}{\partial t}$,

$-\frac{\partial P}{r \partial \phi} = \rho \frac{\partial V_\phi}{\partial t}$ 和 $-\frac{\partial P}{\partial z} = \rho \frac{\partial V_z}{\partial t}$, 因此公式(2)可改写为

$$-\frac{\partial P}{\partial t} = K \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right\} + 2\alpha CP. \tag{3}$$

考虑到生物组织中血流的影响,以水为传播介质的生物热传导 Pennes 方程为^[18,19]:

$$\rho C_\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \gamma \nabla^2 T + q - W_B C_B T, \tag{4}$$

其中: ρ 为介质密度; C_γ 为媒质比热; T 为温度; γ 为媒质热传导率; W_B 为血流流量; C_B 为血流比热; 单位体积的发热量 q 和声强 I 分别为 $q = 2\alpha I$ 和 $I = PV$, 因此公式(4)可以变形为:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\gamma}{\rho C_\gamma} \nabla^2 T + \frac{1}{\rho C_\gamma} q - \frac{W_B C_B}{\rho C_\gamma} T. \tag{5}$$

为了简化温度分布的计算,不考虑血流影响,令 $W_B C_B = 0$, 上式可简化为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\gamma}{\rho C_\gamma} \nabla^2 T + \frac{1}{\rho C_\gamma} q. \tag{6}$$

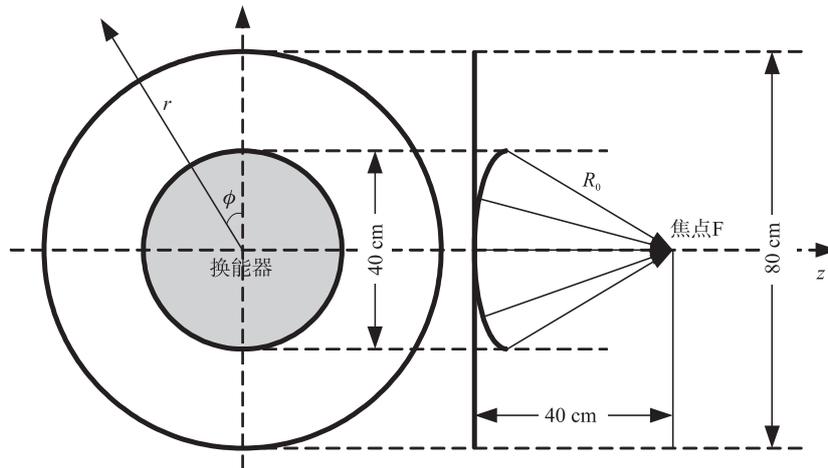


图1 柱坐标系中HIFU系统的模型示意图(左侧: $r-\phi$ 图,右侧: $r-z$ 图)

Fig.1 Sketch map of the HIFU system model in the cylindrical coordinate. (Left: $r-\phi$, right: $r-z$)

在圆柱坐标系中,

$$\nabla^2 T = \left(i_r \frac{\partial T}{\partial t} + i_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial t} + i_z \frac{\partial T}{\partial t} \right) \left(i_r \frac{\partial T}{\partial t} + i_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial t} + i_z \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\gamma}{\rho C_\gamma} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho C_\gamma} q. \quad (8)$$

因此对公式(3)进行差分得到

$$-\frac{P^n(i+1,j,k) - P^n(i,j,k)}{\Delta r} = \rho \frac{V_r^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k) - V_r^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k)}{\Delta t} \quad (9)$$

$$-\frac{1}{r_i} \frac{P^n(i,j+1,k) - P^n(i,j,k)}{\Delta \phi} = \rho \frac{V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k) - V_\phi^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k)}{\Delta t} \quad (10)$$

$$-\frac{P^n(i,j,k+1) - P^n(i,j,k)}{\Delta z} = \rho \frac{V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k+\frac{1}{2}) - V_z^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k+\frac{1}{2})}{\Delta t} \quad (11)$$

经过有限差分后的公式(3)表示为

$$-\frac{P^{n+1}(i,j,k) - P^n(i,j,k)}{\Delta t} = K^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) \times \left\{ \frac{1}{r_i} \frac{r_{i+\frac{1}{2}} V_r^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k) - r_{i-\frac{1}{2}} V_r^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j,k)}{\Delta r} + \frac{1}{r_i} \frac{V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k) - V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j-\frac{1}{2},k)}{\Delta \phi} + \frac{V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k+\frac{1}{2}) - V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k-\frac{1}{2})}{\Delta z} \right\} + 2\alpha C P^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k). \quad (12)$$

对公式(8)中各微分量进行差分 $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T^{n+1}(i,j,k) - T^n(i,j,k)}{\Delta t}$, $\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{T^n(i+1,j,k) - 2T^n(i,j,k) + T^n(i-1,j,k)}{(\Delta r)^2}$,

$\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = \frac{T^n(i,j+1,k) - 2T^n(i,j,k) + T^n(i,j-1,k)}{(\Delta \phi)^2}$, 因此得到

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{T^n(i,j,k+1) - 2T^n(i,j,k) + T^n(i,j,k-1)}{(\Delta z)^2}, \quad (13)$$

$$\frac{T^{n+1}(i,j,k) - T^n(i,j,k)}{\Delta t} = \frac{1}{\rho C_\gamma} q^{n+1}(i,j,k) + \frac{\gamma}{\rho C_\gamma} \left\{ \frac{T^n(i+1,j,k) - 2T^n(i,j,k) + T^n(i-1,j,k)}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{(r_i)^2} \frac{T^n(i,j+1,k) - 2T^n(i,j,k) + T^n(i,j-1,k)}{(\Delta \phi)^2} + \frac{T^n(i,j,k+1) - 2T^n(i,j,k) + T^n(i,j,k-1)}{(\Delta z)^2} \right\}, \quad (14)$$

将质点的振动速度按照柱坐标的3个方向分解为 $V_r^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k) = V_r^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},l,k) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta r} \times [P^n(i+1,j,k) - P^n(i,j,k)]$, $V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k) = V_\phi^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k) - \frac{\Delta t}{r_i \rho \Delta \phi} \times [P^n(i,j+1,k) - P^n(i,j,k)]$ 和 $V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k+\frac{1}{2}) = V_z^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k+\frac{1}{2}) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta z} \times [P^n(i,j,k+1) - P^n(i,j,k)]$, 因此可以得到

$$P^{n+1}(i,j,k) = \frac{1 - \alpha C \Delta t}{1 + \alpha C \Delta t} P^n(i,j,k) - \frac{K^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)}{1 + \alpha C \Delta t} \times \left\{ \frac{\Delta t}{r_i \Delta r} \left[r_{i+\frac{1}{2}} V_r^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k) - r_{i-\frac{1}{2}} V_r^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j,k) \right] + \frac{\Delta t}{r_i \Delta \phi} \left[V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k) - V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j-\frac{1}{2},k) \right] + \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k+\frac{1}{2}) - V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k-\frac{1}{2}) \right] \right\}. \quad (15)$$

因此媒质的温度可以表示为

$$T^{n+1}(i,j,k) = \left(1 - \frac{2\gamma \Delta t}{\rho C_\gamma (\Delta r)^2} - \frac{2\gamma \Delta t}{\rho C_\gamma (r_i \Delta \phi)^2} - \frac{2\gamma \Delta t}{\rho C_\gamma (\Delta z)^2} \right) T^n(i,j,k) + \frac{\gamma \Delta t}{\rho C_\gamma (\Delta r)^2} [T^{n+1}(i+1,j,k) + T^n(i-1,j,k)] + \frac{\gamma \Delta t}{\rho C_\gamma (r_i \Delta \phi)^2} [T^{n+1}(i,j+1,k) + T^n(i,j-1,k)] + \frac{\gamma \Delta t}{\rho C_\gamma (\Delta z)^2} [T^{n+1}(i,j,k+1) + T^n(i,j,k-1)] + \frac{\Delta t}{\rho C_\gamma} q^{n+1}(i,j,k), \quad (16)$$

其中, $K^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)=\rho C^2/\left[1\pm\frac{2\varepsilon|V^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)|}{C}\right]$ 和 $V^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)=\sqrt{\left[V_r^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)\right]^2+\left[V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)\right]^2+\left[V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)\right]^2}$.

另外质子振动速度沿3个方向可以表示为 $V_r^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)=\frac{V_r^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k)+V_r^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j,k)}{2}$, $V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)=\frac{V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k)+V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j-\frac{1}{2},k)}{2}$ 和 $V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)=\frac{V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k+\frac{1}{2})+V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k-\frac{1}{2})}{2}$, 因此可以得到媒质所吸收热量的差分方程为

$$q^{n+1}(i,j,k)=2\alpha P^{n+1}(i,j,k)\sqrt{\left(V_r^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)\right)^2+\left(V_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)\right)^2+\left(V_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)\right)^2}. \tag{17}$$

2 数值仿真及结果

为了方便计算,以水体的声学参数来近似人体组织的声学特性. HIFU系统的数值仿真模型如图1所示,该模型的计算区域为直径为80 mm、长度为60 mm的三维圆柱体,声源的直径为40 mm,焦距为40 mm,不考虑声波的散射和反射. 超声波在均匀水体内传播时,在圆柱坐标系中方向上具有对称性,数值仿真时只对圆柱坐标 r 和 z 方向的变量进行数值仿真计算,因此三维差分方程可以降到二维. 仿真中需要用到的参数值如下:组织的初始温度 $T_0=22\text{ }^\circ\text{C}$,组织中的声速 $C=1486\text{ m/s}$,媒质的密度 $\rho=998\text{ kg/m}^3$,媒质的非线性系数 $\varepsilon=3.5$,媒质的衰减系数 $\alpha=0.02\text{ Np/(m}\cdot\text{MHz)}$,媒质的热传导率 $\gamma=0.582$,媒质的比热 $C_\gamma=4200\text{ J/(kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C)}$.

HIUF治疗中一般采样占空比可控的连续正弦波,其占空比 $F=\tau/T_r$,其中 τ 是脉冲持续时间, T_r 是脉冲重复周期,占空比可以在0~1中调节. 计算中设定 $f=1\text{ MHz}$,声强 5 W/cm^2 ,超声辐照时间4 s,得到的轴线的温升曲线如图2所示,其中黑细实线、黑粗实线和灰实线分别为占空比 $F=1.00$ 、 0.75 、 0.50 时的温升曲线,可见在3种占空比波形的激励下,沿 Z 向的温升分布基本相同,所形成的温度峰值比实际焦距略小;占空比越大,最高温升越大.

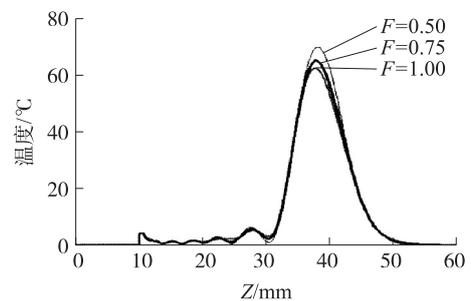


图2 不同占空比激励下的轴向温升曲线

Fig.2 Axial temperature rising for the excitations with different duty cycles

图3给出了HIFU温度场的轴向剖面分布,其中图(A), (B)和(C)所对应的占空比分别是 $F=1.00$ 、 0.75 、 0.50 . 3种情况下所形成的焦域是一个长椭球形,可治疗区域在 z 方向约为13 mm,而径向半径约为2 mm左右,在实际使用中可以把治疗焦域($>65\text{ }^\circ\text{C}$)简化为1个圆柱形区域. 另外可见 F 越大,最高温度越高,温度场的可治疗焦域越大.

当以连续正弦波作为激励源,频率分别为1、1.5和2 MHz时,所形成的温度场如图4所示,可见随着激励源频率的增加,换能器的聚焦效果增强,焦域体积变小,形成焦距略有减小.

3 结语

本研究基于根据高强度超声非线性传播特性,从 Westervelt 方程和 Pennes 热传导方程出发,采用 FDTD 方法对 HIUF 形成的温度场分布进行了数值计算,仿真了不同占空比和不同频率激励条件下的 HIUF 温度场分布特性,讨论了参数对焦域大小、形状、焦点位置的影响. 结果证明在频率、平均超声强度和照射时间相同的条件下,不同占空比的正弦波激励所形成的焦域大小和形状基本相同,占空比越大,焦域的最高温度也越大,同时发现最高温度位置略小于焦距;在激励源波形、平均超声强度和照射时间相同的条件下,高频正弦波激励所形成的焦域越小,有效治疗区域越小,且最高温度的焦距越短. 本研究为

HIFU 治疗中激励信号的设计、焦点的位置预测和治疗效果的评估提供理论依据,为 HIFU 在实际治疗中的定位和温度控制提供理论参考。

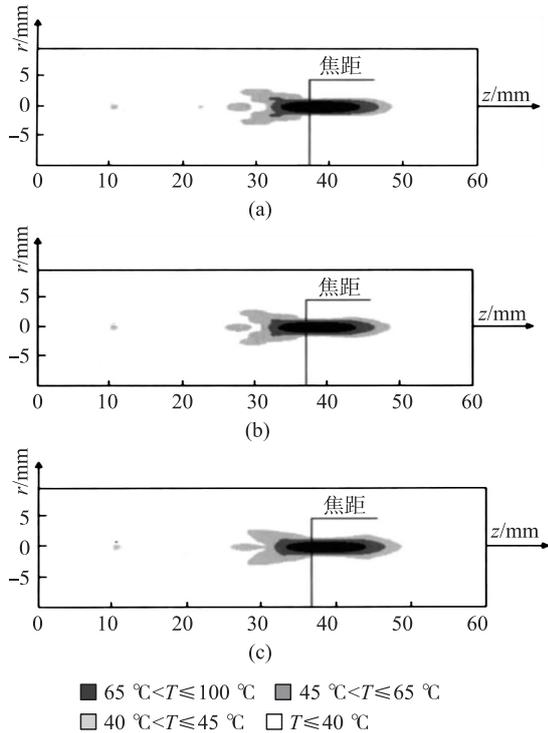


图3 不同占空比激励下的温度场分布,(a) $F=1$;(b) $F=0.75$;
(c) $F=0.5$ 。

Fig.3 Temperature distributions for the excitations with the duty cycles of(a)1,(b)0.75 and(c)0.5.

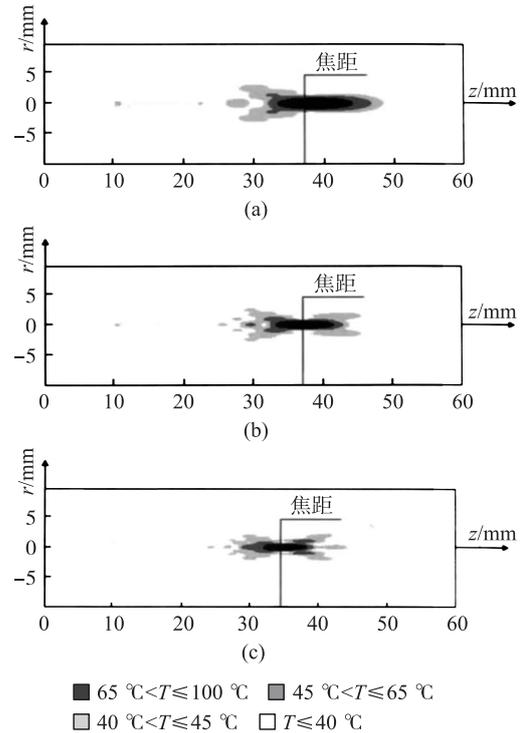


图4 不同频率激励下的温度场分布,(a) $f=1$ MHz;(b) $f=0.75$ MHz;(c) $f=0.5$ MHz。

Fig.4 Temperature distributions for the excitations at the frequencies of(a)1 MHz,(b)0.75 MHz and(c)0.5 MHz.

[参考文献]

- [1] 钱祖文. 高强度聚焦超声(HIUF)——一门多学科的研究课题[J]. 物理,2007,36(9):701-702.
- [2] 冯若. 高强度聚焦超声(HIUF)无创外科——21世纪治疗肿瘤的新技术[J]. 应用声学,2001,20(2):38-42.
- [3] 冯若,朱辉,邹建中. 高强度聚焦超声(HIUF)技术迅速发展的五年[J]. 声学技术,2006,25(4):387-391.
- [4] 熊六林. 高强度聚焦超声的临床应用[J]. 物理,2007,36(9):715-719.
- [5] 刘红,龚忠兵,候孝林,等. 高强度聚焦超声及其医学应用[J]. 中国医疗器械信息,2003,9(5):8-10.
- [6] 孙福成,汤建明. 高强度聚焦超声在医学超声领域中的发展与应用[J]. 物理,2007,36(9):708-714.
- [7] GAIL R, TER HAAR G R. High intensity focused ultrasound for the treatment of tumors[J]. Echocardiography,2001,4(18):317-322.
- [8] 熊六林. 高强度聚焦超声(HIUF)治疗肿瘤原理及临床应用现状[J]. 中国医疗器械信息,2009,15(3):17-21.
- [9] 李发琪,王智彪. 高强度聚焦超声治疗关键技术的思考和完善[J]. 中国医学文摘耳鼻咽喉科学,2006,22(2):91-93.
- [10] 孙西钊,张志伟. 体外冲击波疗法在骨科的应用[J]. 中华外科杂志,2004,42(23):1441-1443.
- [11] 孙俊霞,寿文涛. 高强度聚焦超声换能器的新型设计[J]. 声学技术,2003,22(2):80-82.
- [12] DEFORD J A, BABBS C F, PATEL U H. Droop, a rapidly computable descriptor of local minimum tissue temperature during conductive interstitial hyperthermia[J]. Medical biological engineering computation,1992,30(3):333-342.
- [13] PAULSEN K, MOSKOWITZ M, RYAN T, et al. Initial in vivo experience with EIT as a thermal estimator during hyperthermia[J]. International journal of hyperthermia,1996,12(5):573-586.
- [14] JACOBSEN S, STAUFFER P. Non-invasive temperature profile estimation in a lossy medium based on multi-band radiometric signals sensed by a microwave dual-purpose body-contacting antenna[J]. International journal of hyperthermia,2002,18(2):86-103.
- [15] 刘志军. 高强度聚焦超声(HIUF)声场及其温度场的数值模拟[D]. 兰州:兰州交通大学,2009.

- [16] 王长清,祝西里. 电磁场计算中的时域有限差分法[M]. 北京:北京大学出版社,1993.
- [17] NAKAMURA O, MORITA N, OKAZAKI K. Quantitative evaluation of trigger pulse reflected waves in supersonic extracorporeal shock wave lithotripter[J]. Trans IEICE, 1995, 78(10): 1 263-1 275.
- [18] PENNES H H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm[J]. Journal of applied physiology, 1948, 1: 93-122.
- [19] GINTER S. Numerical simulation of ultrasound-thermotherapy combining nonlinear wave propagation with broadband soft-tissue absorption[J]. Ultrasonics, 2000, 37: 693-696.

[责任编辑:顾晓天]

(上接第75页)

当 $q=0$ 时,在引理3中的稳态问题中, $\gamma_0=1$, $a=1$, $b \rightarrow +\infty$, 因此有且只有一个自由边界点 $S=l$, 则 $\ln l \leq h(\tau) \leq \ln l$ 成立, 因此 $h(\tau) = \ln l$.

这种情况相当特殊,说明当股票不分红时,立即实施期权,获得现金 l 是最合理的.

[参考文献]

- [1] BLANK F, SCHOLLES M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Political economy, 1973, 81(3): 637-654.
- [2] WILMOTT P, DEWYNNE J, HOWISON S. Option pricing[M]. London: Oxford Financial Press, 1993.
- [3] GUO X, SHEPP L. Some optimal stopping problems with nontrivial boundaries for pricing exotic options[J]. Appl Prob, 2001, 38: 647-658.
- [4] JIANG L S. Mathematical modeling and methods of option pricing[M]. Singapore: World Scientific, 2005.
- [5] AVNER FRIEDMAN. Variational principle and free boundary problems[M]. New York: John Wiley & Sons, 1982.
- [6] 陈亚浙. 二阶抛物型偏微分方程[M]. 北京:北京大学出版社, 2003.
- [7] CONNOR J R, HENRY D B, KOTLOV D B. Continuous differentiability of the free boundary for weak solutions of the Stefan problem[J]. Bull Am Math Soc, 1974, 80: 45-48.
- [8] FRIEDMAN A. Parabolic variational inequalities in one space dimension and smoothness of the free boundary [J]. J Funct Anal, 1975, 18: 151-176.

[责任编辑:顾晓天]