

doi:10.3969/j.issn.1001-4616.2017.03.013

狭窄的二维拓扑绝缘体超导结中新奇的 $0-\pi$ 态转变

俞清云,陶永春

(南京师范大学物理科学与技术学院,江苏 南京 210023)

[摘要] 边间耦合引起的边间背散射是赋予狭窄的二维拓扑绝缘体的重要特性,能够大大地丰富拓扑超导电子学. 本文在考虑边间耦合的情况下,使用基于 Bogoliubov-de Gennes(BdG)方程的理论方法,研究了由狭窄的二维拓扑绝缘体构成的 Josephson 结,其中两个相距长度为 d 的超导电极置于同一边上. 结果发现,通过改变 d 总可以导致 $0-\pi$ 态转变,同时这 $0-\pi$ 态转变能反过来证明边缘态螺旋性的自旋结构. 引起这个新奇的结果的机制源于边间背散射引诱了一个额外的 π 相移,不同于由两个超导电极间铁磁体夹层厚度变化所引起的传统的 $0-\pi$ 态转变. 此外,在 $0-\pi$ 态转变点处存在相当大的 Josephson 临界电流残余值. 因此,这些结果在超导电子学器件的设计中具有潜在的应用价值,譬如,高性能的超流开关.

[关键词] 狭窄的二维拓扑绝缘体,边间耦合,Josephson 结, $0-\pi$ 态转变

[中图分类号] O469;O511+.9 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2017)03-0087-07

Novel $0-\pi$ State Transitions in a Superconducting Narrow Two-Dimensional Topological Insulator Junction

Yu Qingyun, Tao Yongchun

(School of Physics and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

Abstract: The narrow two-dimensional topological insulator is characterized by the interedge backscattering originating from interedge coupling, which could greatly enrich topological superconducting electronics. Here, considering the interedge coupling, we apply Bogoliubov-de Gennes(BdG) equation to study the Josephson junction composed of a narrow two-dimensional topological insulator strip, where two superconducting electrodes at a distance of d are placed on the same edge of the strip. It is found that varying d could give rise to a $0-\pi$ state transition, which in turn can manifest the helical spin texture of the edge states. The mechanism stems from an additional π phase shift caused by the interedge backscattering, being different from the conventional one induced by the length of the ferromagnet sandwiched between two superconducting electrodes. Moreover, an unusually large residual value of the Josephson critical current at the $0-\pi$ state transition point is always exhibited. As a result, the results have potential applications in the designs of superconducting electronic devices, for instance, a supercurrent switch with a very efficient performance.

Key words: narrow two-dimensional topological insulator, interedge coupling, Josephson junction, $0-\pi$ state transition

近年来,拓扑绝缘体(TI)由于其新奇的物理性质以及在超导自旋电子学和量子计算中的重要应用引起了人们的广泛关注^[1-2],其中的二维(2D)TI已经在 HgTe/CdTe 量子阱中实现^[3-4]. 2D TI 是一种拓扑不平庸的物质相,其输运过程是在它的无能隙螺旋性边缘态上进行的,这种边缘态受到时间反演对称性的拓扑保护,即边缘态中电子的自旋与动量绑定,自旋相反的电子只能朝着相反的方向运动. 由于电子的螺旋性,在同一边中的边内背散射被完全禁止^[1-5]. 此外,虽然人们在实验上已经证实了边缘态电导^[3-4]和自旋极化的边缘态电流^[6],但是仍然缺乏直接的实验证据去证明边缘态螺旋性的自旋结构^[7]. 根据已有的实验,人们发现 2D TI 的边缘态在体内的穿透深度能比得上 2D TI 带的宽度^[8-9]. 因此,对于一个狭窄的 2D TI,电子波函数发生重叠,从而导致不同边的边缘态之间产生边间耦合即可以发生不同边之间的边间

收稿日期:2017-02-27.

基金项目:江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(KYLX16_1266).

通讯联系人:陶永春,教授,研究方向:拓扑超导自旋电子学. E-mail:taoyongchun@njnu.edu.cn

背散射,并打开能隙,尽管此时边内背散射仍然被禁止^[7,10-11],这意味着狭窄的 2D TI 的特点有大的改变.

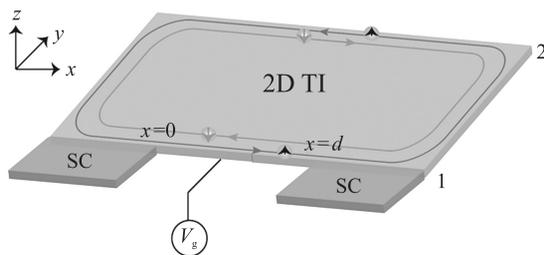
在过去的几十年里,Josephson 结由于其在自旋电子学和量子信息中的潜在应用,已经在理论和实验上被广泛研究^[12-13]. 在一个普通的 Josephson 结中,两侧超导电极的宏观相位差 ϕ 在基态通常为零,但是在一些特殊条件下,超导结的超流方向会发生翻转,即发生了所谓的 $0-\pi$ 态转变,这相当于 ϕ 有一个额外的 π 相移^[14-18]. 通常把具有额外的 π 相移的 Josephson 结称为 π 结. 众所周知,Josephson 结中的 0 态和 π 态能用来储存量子比特,量子比特是量子计算中基本的量子信息元件. 人们已经在理论和实验研究中证实,超导体(SC)/铁磁体/SC 结中通过改变中间铁磁层的交换场大小或者厚度可以实现 $0-\pi$ 态转变^[19-22],然而,准粒子激发态在中间铁磁区域会造成很大的能量耗散,这就大大限制了其在量子比特和量子信息中的应用^[18]. 因此,寻找一种低能量耗散的 Josephson π 结对未来的量子信息技术来说仍然是非常必要的. 在 2D TI 中,由于边缘态受到螺旋性保护,电子在边缘态的输运没有能量耗散^[3-5],所以它是潜在的用来构造无耗散 π 结的好材料.

最近,许多有趣的输运现象在各种 SC/TI 异质结中被报道,例如,Majorana 费米子、奇异的 Josephson 效应和量子化的 Andreev 反射^[23-26]. 但是到目前为止,在考虑边间耦合的情况下,对基于狭窄的 2D TI 的拓扑 Josephson 结的研究仍然是缺乏的^[27]. 因此,在本文中我们提出了一个基于狭窄的 2D TI 的 Josephson 结,其中 2D TI 只有一条边接触两个 s -波超导体,在考虑边间耦合的情况下,计算了此结构的 Josephson 电流. 发现通过调节中间正常区域的长度 d 可以实现新奇的 $0-\pi$ 态转变,是由于边间背散射的作用引入了一个额外的 π 相移,此原因不同于传统的铁磁 Josephson 结,同时这个结果能反过来说明 2D TI 中边缘态螺旋性的自旋结构. 此外,还发现 Josephson 临界电流在 $0-\pi$ 态转变点处有相当大的残余值,这个特性有助于其在实验上的测量. 这些结果为实验上设计低能量耗散的 Josephson π 结提供了新的方法.

1 理论模型

我们考虑如图 1 所示的基于狭窄的 2D TI 的 Josephson 结,狭窄的 2D TI 的边沿着 x 轴方向,两块 s -波超导体紧密接触 2D TI 的上边缘(称为 1 边)^[28],夹在两个超导体中间的正常区域长度为 d 并被施加一个门电压 V_g . 由于邻近效应,在接触区域会诱导出超导配对势^[23,28],它的大小依赖于边缘态和超导体间的耦合强弱. 因为超导能隙只能渗入狭窄的 2D TI 带的几个原子层^[29],所以可以合理地假设只有和超导体接触的 1 边存在超导性,而相对的另一边(2 边)仍然是正常导体. 对于一个狭窄的 2D TI,上下边的电子波函数发生重叠从而导致两边的边缘态之间产生耦合,假设不同区域的边之间的耦合强度为 $\alpha(x)$,中间正常区域($0 < x < d$)的耦合强度为 α_2 ,左边和右边超导区域由于 2D TI 带中的电子波函数渗透到超导体中^[30],其耦合强度较弱,假设为 α_1 .

由于 2D TI 的边缘态受到时间反演对称性的保护,因此自旋翻转效应在我们的系统中被禁止^[31],从而可以用四分量的波函数来描述此系统, $\psi_\sigma(x) = (u_{1\sigma}(x), u_{2\sigma}(x), v_{1\sigma}(x), v_{2\sigma}(x))^T$,其中 $\sigma = \uparrow(\downarrow)$ 是自



图中用大方块表示一个狭窄的二维(2D)拓扑绝缘体(TI)带,它拥有 1,2 两个边缘态. 带左(右)箭头的线表示 2D TI 的螺旋性边缘态,相应的自旋方向用垂直箭头表示. 两个 s -波超导体(SCs)用小方块表示,紧靠在 1 边缘态. 夹在两个 SCs 之间的中间正常区域的长度为 d 并被施加一个门电压 V_g .

The big bar denotes the narrow two-dimensional(2D) topological insulator(TI) strip with two edges(edges 1 and 2). The helical edge states are illustrated by the left arrow or right arrow lines with the vertical arrows representing the spin orientation. The two s -wave superconductors(SCs) deposited on edge 1 are sketched as the two small bars. The middle normal segment of width d sandwiched between the two SCs is applied by a gate-voltage V_g .

图 1 Josephson 结示意图

Fig. 1 Schematic illustration of the proposed Josephson junction

旋指标, $\bar{\sigma}$ 表示与 σ 自旋相反, 波函数 u_1, u_2, v_1, v_2 分别代表 1 边、2 边的电子概率幅和 1 边、2 边的空穴概率幅, 则 BdG 方程^[32] 可以写成如下形式

$$\mathbf{H}\boldsymbol{\psi}_\sigma(x) = E\boldsymbol{\psi}_\sigma(x). \quad (1)$$

方程(1)中, E 是准粒子相对于费米面 E_F 的能量, 其中^[25],

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{1\sigma} & \alpha(x) & \Delta(x) & 0 \\ \alpha(x) & h_{2\sigma} & 0 & 0 \\ \Delta^*(x) & 0 & -h_{1\sigma} & -\alpha(x) \\ 0 & 0 & -\alpha(x) & -h_{2\sigma} \end{pmatrix},$$

这里, $h_{1(2)\sigma} = \mp i\hbar v_F \partial_x - \mu(x)$ 是 Dirac 型哈密顿量, 用来描述螺旋性边缘态. 其中, v_F 是费米速度, $\mu(x)$ 代表不同区域的化学势, 正(负)号对应 1 边中自旋向下(向上)和 2 边中自旋向上(向下)的电子. 假设左右两边的化学势为 $\mu(x) = 0$, 中间区域的化学势为 V_g 用门电压调节. 左(右)侧超导区域的超导配对势为 $\Delta(x) = \Delta e^{i\phi_{L(R)}}$ 仅仅在 1 边存在, $\phi_{L(R)}$ 表示超导相位, 中间区域的 $\Delta(x) = 0$. 超导配对势 Δ 对温度的依赖关系定义为 $\Delta \equiv \Delta(T) = \Delta_0 \tanh(1.74\sqrt{T_c/T-1})$. $\phi = \phi_R - \phi_L$ 表示左右两侧超导体的宏观相位差.

当电子型准粒子(ELQ)以能量 $E > \Delta$ 从左侧超导区域入射时, 通过解 BdG 方程(1), 得到左右和中间区域的波函数分别为

$$\boldsymbol{\psi}_L(x) = \boldsymbol{\psi}_{L+}^e + b_1 \boldsymbol{\psi}_{L-}^e + a_1 \boldsymbol{\psi}_{L-}^h \quad (x < 0), \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\psi}_M(x) = f_1 \boldsymbol{\psi}_1 + f_2 \boldsymbol{\psi}_2 + f_3 \boldsymbol{\psi}_3 + f_4 \boldsymbol{\psi}_4 \quad (0 < x < d), \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\psi}_R(x) = c_1 \boldsymbol{\psi}_{R+}^e + d_1 \boldsymbol{\psi}_{R+}^h \quad (x > d). \quad (4)$$

这里, $\boldsymbol{\psi}_{L(R)\pm}^e = \{\beta^\pm(E \pm \hbar v_F k^e)/\alpha_1, \beta^\pm, \beta^\pm \lambda e^{-i\phi_{L(R)}}/(\alpha_1 \Delta), -\beta^\pm \lambda e^{-i\phi_{L(R)}}/[(E \mp \hbar v_F k^e)\Delta]\}^T e^{\pm i k^e x}$, $\boldsymbol{\psi}_{L(R)\pm}^h = \{\gamma^\pm(E \pm \hbar v_F k^h)/\alpha_1, \gamma^\pm, \gamma^\pm \nu e^{-i\phi_{L(R)}}/(\alpha_1 \Delta), -\gamma^\pm \nu e^{-i\phi_{L(R)}}/[(E \mp \hbar v_F k^h)\Delta]\}^T e^{\pm i k^h x}$, $\boldsymbol{\psi}_1 = [\cos(\theta/2), \sin(\theta/2), 0, 0]^T e^{i q^e x}$, $\boldsymbol{\psi}_2 = [\sin(\theta/2), \cos(\theta/2), 0, 0]^T e^{-i q^e x}$, $\boldsymbol{\psi}_3 = [0, 0, -\sin(\varphi/2), \cos(\varphi/2)]^T e^{i q^h x}$, $\boldsymbol{\psi}_4 = [0, 0, -\cos(\varphi/2), \sin(\varphi/2)]^T e^{-i q^h x}$, 其中, $\lambda = E^2 - (\hbar v_F k^e)^2 - \alpha_1^2$, $\nu = E^2 - (\hbar v_F k^h)^2 - \alpha_1^2$, $\sin\theta = \alpha_2/(E - V_g)$, $\sin\varphi = \alpha_2/(E + V_g)$, $\beta^\pm = \sqrt{|(E \pm \hbar v_F k^e)/\alpha_1|^2 + 1 + |\lambda/(\alpha_1 \Delta)|^2 + |\lambda/[(E \mp \hbar v_F k^e)\Delta]|^2}$, $\gamma^\pm = \sqrt{|(E \pm \hbar v_F k^h)/\alpha_1|^2 + 1 + |\nu/(\alpha_1 \Delta)|^2 + |\nu/[(E \mp \hbar v_F k^h)\Delta]|^2}$, 超导和中间正常区域的波矢分别为 $k^{e(h)} = \sqrt{E^2 - \alpha_1^2 - \frac{1}{2}\Delta(\Delta + (-)\sqrt{\Delta^2 + 4\alpha_1^2})/(\hbar v_F)}$, $q^{e(h)} = \sqrt{(E - (+)V_g)^2 - \alpha_2^2}/(\hbar v_F)$. 系数 a_1, b_1, c_1, d_1 分别表示 Andreev 反射、正常反射、ELQ 透射和空穴型准粒子(HLQ)透射部分的概率幅. 系数 $f_i (i=1-4)$ 分别表示中间区域电子和空穴沿前后方向传播的概率幅. 所有的输运系数 a_1, b_1, c_1, d_1 和 f_i 可通过下面的边界条件获得,

$$\boldsymbol{\psi}_L(x=0) = \boldsymbol{\psi}_M(x=0), \boldsymbol{\psi}_M(x=d) = \boldsymbol{\psi}_R(x=d). \quad (5)$$

类似地, 我们也能得到当 HLQ 以能量 $E > \Delta$ 从左侧超导区域入射时的 Andreev 反射概率幅 a_2 . Andreev 反射概率幅 a_1 和 a_2 的解析表达式分别为

$$a_1 = A_1 + (A_2 e^{i\phi} + A_3 e^{i\zeta^+} + A_4 e^{-i\zeta^+} + A_5 e^{i\zeta^-} + A_6 e^{-i\zeta^-})/G, \quad (6)$$

$$a_2 = B_1 - (B_2 e^{i\phi} + B_3 e^{i\zeta^+} + B_4 e^{-i\zeta^+} + B_5 e^{i\zeta^-} + B_6 e^{-i\zeta^-})/G, \quad (7)$$

式中, $G = C_1 e^{i\phi} + C_2 e^{-i\phi} + C_3 e^{i\zeta^+} + C_4 e^{-i\zeta^+} + C_5 e^{i\zeta^-} + C_6 e^{-i\zeta^-}$. 这里, $\zeta^\pm = d(q^e \pm q^h)$ 用来表征 Andreev 反射概率幅 $a_{1(2)}$ 在原子尺度上的迅速的和缓慢的物理振荡, $A_i (i=1-6)$, $B_i (i=1-6)$ 和 $C_i (i=1-6)$ 都是关于 E, Δ, V_g, α_1 和 α_2 的复杂函数. 然后, 由 FT 电流公式^[33], 我们得到本结构的直流 Josephson 电流为

$$I(\phi) = \frac{e\Delta}{4\hbar} k_B T \sum_{\omega_n, \sigma} \frac{1}{\Omega_n} (k_n^e + k_n^h) \left(\frac{a_{1n}}{k_n^e} - \frac{a_{2n}}{k_n^h} \right), \quad (8)$$

式中, $\Omega_n = \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}$, $\omega_n = \pi k_B T (2n+1)$, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, ω_n 为松原函数. 通过解析延拓能量 $E \rightarrow i\omega_n$, 可以由 k^e, k^h, a_1, a_2 得到 $k_n^e, k_n^h, a_{1n}, a_{2n}$.

2 数值计算结果与讨论

在计算中,我们设定 $\hbar v_F = 1, \Delta_0 = 1, V_g = 12\Delta_0, T = 0.1T_c$, 其中根据 BCS 理论可得到临界温度 $T_c \approx 0.57\Delta_0/k_B$. 定义 $\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\Delta_0}$ 为零温时的超导相干长度.

我们依据式(8)获得了 Josephson 临界电流 I_c , 正如文献[17]一样取其绝对值, 即实验上可被测量的相关量. 在图 2 中, 给出了在不同边间耦合强度 α_2 的情形下, I_c 随中间区域的长度 d 的变化情况. 我们发现, 随着 d 的增加, I_c 出现振幅逐渐减小的振荡行为, 形成了多个峰和多个谷, 其中谷对应着 $0-\pi$ 或者 $\pi-0$ 态转变. 这是因为, 在解析表达式 $a_{1(2)}$ 中含有 $e^{\pm i\zeta}$ 的振荡因子, 且其中的两个额外相因子 ζ^\pm 受到 d 的调制作用. 此外, 奇数谷的位置随 α_2 的增加都朝 d 减小的方向略微移动, 然而, 偶数谷的位置却都朝 d 增大的方向略微移动. 特别地, 随着 α_2 的增大, 每个谷的值都减小, 意味着 α_2 能够压制 Josephson 电流. 最有趣的是, 我们发现正如文献[17]中一样, 这里的 I_c 在每个谷处都有相当大的残余值, 这个结果便于实验上去精确测量 I_c , 而且 d 越小, I_c 的残余值越大. 为了进行比较, 我们给出了没有边间耦合时, 即 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, I_c 随 d 的变化情况, 如图 2 中的插图所示. 结果发现, 随着 d 增加, I_c 单调衰减, 这表明没有 $0-\pi$ 态转变, 这与文献[34]中证明的结果一样. 从物理本质上看, 此种情况跟 s -波 SC/正常金属/ s -波 SC 结类似.

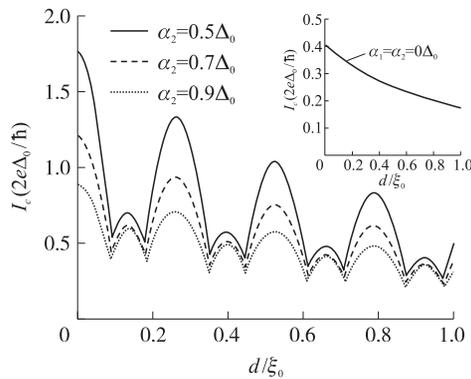


图 2 在取不同边间耦合强度 α_2 的情况下, Josephson 临界电流 I_c 随中间区域的长度 d 的变化情况, 其中的插图表示不考虑边间耦合时的情形. 这里, $\alpha_1 = 0.5\alpha_2, V_g = 12\Delta_0, \alpha_2$ 的取值情况已在图中标注

Fig. 2 The Josephson critical current I_c as a function of the middle region length d for different interedge coupling strengths α_2 . The inset shows I_c as a function of d without interedge coupling. Here, $\alpha_1 = 0.5\alpha_2, V_g = 12\Delta_0$, and the various α_2 are indicated

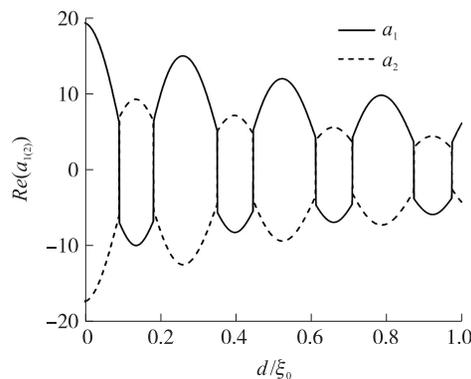


图 3 入射电子型准粒子和空穴型准粒子的来自所有通道的 Andreev 反射概率幅 a_1 和 a_2 随中间区域的长度 d 的变化情况, 对应于图 2 中的虚线. 这里, $\alpha_2 = 0.7\Delta_0$, 其他参数与图 2 的一致

Fig. 3 Andreev reflection amplitudes a_1 and a_2 as a function of the middle region length d , corresponding to the dashed line in Fig. 2, coming from the contribution of all channels. Here, the parameters are the same as those as in Fig. 2 except that $\alpha_2 = 0.7\Delta_0$

为了明白 Andreev 反射概率幅 $a_{1(2)}$ 在存在边间耦合的情况下如何决定 $0-\pi$ 态转变, 在图 3 中, 我们给出了当 $\alpha_2 = 0.7\Delta_0$ 时, 即对应于图 2 中的虚线, 入射电子型准粒子(空穴型准粒子)的来自所有通道的

Andreev 反射概率幅 $a_{1(2)}$ 随中间区域的长度 d 的变化情况. 结果发现,随着 d 的增加, a_1 先从正值逐渐减小,然后在 $d = d_c = 0.091\xi_0$, 也就是第一个谷处突然跳跃到负值,然而, a_2 的情况恰好是相反的,只是值的大小略有不同,但是,Andreev 反射概率幅 $a_{1(2)}$ 所携带电流的方向是相同的,即电流的符号相同. 在 d_c 处, Josephson 临界电流 I_c 在正反方向的值相等,正如图 4 中所示,分别对应于两个不同的相位差. 因此,可以发生 I_c 从正方向到反方向的转变,即所谓的 $0-\pi$ 态转变. 随着 d 的进一步增加, $a_{1(2)}$ 在偶数谷又变成正值(负值),然后在奇数谷又转变成负值(正值),在前后两个谷分别对应于 $\pi-0$ 和 $0-\pi$ 态转变.

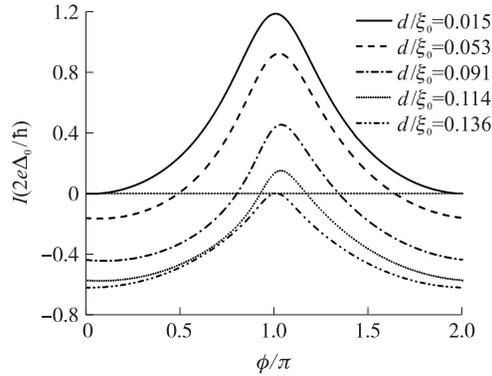


图 4 Josephson 电流 $I(\phi)$ 在不同的长度 d 下,随相位差 ϕ 的变化情况. 这里, $\alpha_2 = 0.7\Delta_0$, 其他参数与图 2 的一致, d 的取值情况已在图中标注

Fig. 4 Current-phase relations $I(\phi)$ with various length d . Here, the parameters are the same as those as in Fig. 2 except that $\alpha_2 = 0.7\Delta_0$ and the various d are indicated

从物理上来看,在 s -波 SC/铁磁体/ s -波 SC Josephson 结中, $0-\pi$ 态转变的发生归因于在铁磁区域中由于交换劈裂能使库伯对 (Cooper pair) 获得了一个非零动量. 然而,目前的结构中,因为没有铁磁性存在,即自旋朝上和朝下的电子没有什么不同,所以我们跟没有边间耦合的情况相比较,可以推断正是边间耦合引起了中间区域的长度 d 控制的 $0-\pi$ 态转变,原因在于边间耦合能在 $I(\phi)$ 中引入一个额外的 π 相移. 更具体地讲,在考虑边间耦合的情况下,在 $x=0$ 和 $x=d$ 界面处能发生上下两个边之间的边间背散射,然而,由于边缘态满足螺旋性,上述界面处的边内背散射仍然被禁戒^[7,10-11]. 因此,来自 1 边的 Andreev 反射波和来自 2 边的边间背散射波可以发生干涉相消,引起一个额外的 π 相移,使得中间区域的长度 d 控制的 $0-\pi$ 态转变可以发生. 从图 3 中 Andreev 反射概率幅 $a_{1(2)}$ 随 d 的变化,我们也能看出这个额外的相移. 特别地,长度 d 控制的 $0-\pi$ 态转变能反过来作为一个确凿的证据,证明边缘态螺旋性的自旋结构.

接下来我们研究了 Josephson 电流 $I(\phi)$ 随相位差 ϕ 的变化情况,如图 4 所示. 图 4 给出了在不同的长度 d 下 $I(\phi)$ 随 ϕ 在 $0-\pi$ 态转变点附近的特征变化,转变点对应于图 2 中虚线的第一个谷,其中 $\alpha_2 = 0.7\Delta_0$. 结果发现随着 d 的增大, Josephson 结将从正常的 0 态 ($d = 0.015\xi_0$) 转变成反常的 π 态 ($d = 0.136\xi_0$), 转变点所对应的长度 $d_c = 0.091\xi_0$, 表明 Josephson 临界电流 I_c 的方向在合适的条件下能发生反转,从而形成 $0-\pi$ 态转变. 在 0 态时, I_c 所对应的相位差 ϕ 约为 π , 然而在 π 态时 $\phi = 0$, 这个情况不同于传统的 $0-\pi$ 态转变. 在转变点, I_c 对应于 0 态和 π 态的取值相等,正如前面图 3 中所提及的. 此外,在图 4 中,通过观察 Josephson 电流 $I(\phi)$ 的绝对值随 d 的变化,发现 I_c 始终不为零且在 $0-\pi$ 态转变点处有一个相当大的残余值,正如图 2 中所示.

最后,我们来简单地分析一下理论结果在实验上的可行性,其中 2D TI 使用实验上已经报道的 HgTe/CdTe 量子阱^[8]. 据报道,实验上可实现的 2D TI 两个边缘态通道间的间隔为 400 nm ^[8], 通过能带结构计算,可以估计出此时的边间耦合强度 $\alpha_2 \approx 10 \mu\text{eV}$ ^[10]. 同时,相对于这个边间耦合强度,在使用 Ti/Al 超导材料的情况下,在边缘态诱导的超导配对势的最大值估计为 $\Delta_0 \approx 20 \mu\text{eV}$ ^[8], 这意味着本文计算中所采用的边间耦合强度在实验上是可以实现的. 此外, HgTe/CdTe 量子阱的体能隙为 E_g 约 $1 \sim 30 \text{ meV}$ ^[3-4], 同时门电压 V_g 在我们的计算中的取值为 $V_g = 12\Delta_0$, 也就是, $V_g = 0.24 \text{ meV}$ 远小于 E_g , 因此, 2D TI 的费米能必须在体能隙内的要求也能被满足. 在固定的温度 $T = 0.1T_c$ 下, 热激发能 $k_B T \approx 0.057\Delta_0$, 其最大值为 $1.14 \mu\text{eV}$ 远小于 2D TI 的体能隙. 另外,对于 s -波 SC/铁磁体/ s -波 SC Josephson 结,在实验上已经实现了通过

改变中间铁磁层厚度来获得 $0-\pi$ 态转变^[21-22],因此,本文中由中间区域的长度 d 控制的 $0-\pi$ 态转变也可以在实验上实现.综上所述,依靠目前的技术,本文所提议的装置在实验上是可以实现的.

3 结论

本文在考虑边间耦合的情况下,利用 BdG 方程和 FT 电流公式研究了基于狭窄的 2D TI 的 Josephson 结装置.结果表明,边间背散射可以导致由中间区域长度 d 控制的新奇的 $0-\pi$ 态转变.此外,还证明这个 Josephson 结装置具有两个优点,一则由于边缘态满足螺旋性,电子在 2D TI 的边缘态中输运没有能量耗散,一则 Josephson 临界电流 I_c 在 $0-\pi$ 态转变点处有相当大的残余值.因此,这个 Josephson 结装置能用来设计成一个低能耗的高性能超流开关.依靠目前的技术,这个装置在实验上能够在 HgTe/CdTe 量子阱中实现,从而可以在实验上用来证实 2D TI 中边缘态螺旋性的自旋结构.

[参考文献]

- [1] HASAN M Z, KANE C L. Colloquium: topological insulator[J]. *Reviews of modern physics*, 2010, 82(4): 3 045-3 067.
- [2] QI X L, ZHANG S C. Topological insulators and superconductors[J]. *Reviews of modern physics*, 2011, 83(4): 1 057-1 110.
- [3] KÖNIG M, WIEDMANN S, BRUNE C, et al. Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells[J]. *Science*, 2007, 318: 766-770.
- [4] ROTH A, BRUNE C, BUHMANN H, et al. Nonlocal transport in the quantum spin Hall state[J]. *Science*, 2009, 325(5938): 294-297.
- [5] WU C, BERNEVIG B A, ZHANG S C. Helical liquid and the edge of quantum spin Hall systems[J]. *Physical review letters*, 2006, 96(10): 106401-1-106401-4.
- [6] BRÜNE C, ROTH A, BUHMANN H, et al. Spin polarization of the quantum spin Hall edge states[J]. *Nature physics*, 2012, 8: 485-490.
- [7] CHEN W, DENG W Y, HOU J M, et al. π spin Berry phase in a quantum spin Hall insulator based interferometer: evidence for the helical spin texture of the edge states[J]. *Physical review letters*, 2016, 117(7): 076802-1-076802-6.
- [8] HART S, REN H, WAGNER T, et al. Induced superconductivity in the quantum spin Hall edge[J]. *Nature physics*, 2014, 10: 638-643.
- [9] PRIBIAG V S, BEUKMAN A J A, QU F, et al. Edge-mode superconductivity in a two-dimensional topological insulator[J]. *Nature nanotechnology*, 2015, 10: 593-597.
- [10] ZHOU B, LU H Z, CHU R L, et al. Finite size effects on helical edge states in a quantum spin Hall system[J]. *Physical review letters*, 2008, 101(24): 246807-1-246807-4.
- [11] LI W, ZANG J D, JIANG Y J. Size effects on transport properties in topological Anderson insulators[J]. *Physical review b*, 2011, 84(3): 033409-1-033409-4.
- [12] MOOIJ J E, ORLANDO T P, LEVITOV L, et al. Josephson persistent-current qubit[J]. *Science*, 1999, 285: 1 036-1 039.
- [13] MAKHLIN Y, SCHÖN G, SHNIRMAN A. Quantum-state engineering with Josephson-junction devices[J]. *Reviews of modern physics*, 2001, 73(2): 357-400.
- [14] GOLUBOV A A, KUPRIYANOV M Y, LL'ICHEV E. The current-phase relation in Josephson junctions[J]. *Reviews of modern physics*, 2004, 76(2): 411-469.
- [15] BUZDIN A I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures[J]. *Reviews of modern physics*, 2005, 77(3): 935-976.
- [16] BERGERET F S, VOLKOV A F, EFETOV K B. Odd triplet superconductivity and related phenomena in superconductor-ferromagnet structures[J]. *Reviews of modern physics*, 2005, 77(4): 1 321-1 373.
- [17] LINDER J, YOKOYAMA T, HERNANDO D H, et al. Supercurrent switch in graphene π junctions[J]. *Physical review letters*, 2008, 100(18): 187004-1-187004-4.
- [18] WANG J, YANG Y H, CHAN K S. Josephson π state induced by valley polarization[J]. *Physical review b*, 2014, 89(6): 064501-1-064501-5.
- [19] RYAZANOV V V, OBOZNOV V A, RUSANOV A YU, et al. Coupling of two superconductors through a ferromagnet: evidence for a π junction[J]. *Physical review letters*, 2001, 86(11): 2 427-2 430.

- [20] KONTOS T, APRILI M, LESUEUR J, et al. Josephson junction through a thin ferromagnetic layer; negative coupling[J]. Physical review letters, 2002, 89(13):137007-1-137007-4.
- [21] BLUM Y, TSUKERNIK A, KARPOVSKI M, et al. Oscillations of the superconducting critical current in Nb-Cu-Ni-Cu-Nb junctions[J]. Physical review letters, 2002, 89(18):187004-1-187004-4.
- [22] WEIDES M, KEMMLER M, GOLDOBIN E, et al. High quality ferromagnetic 0 and π Josephson tunnel junctions[J]. Applied physics letters, 2006, 89(12):122511-1-122511-3.
- [23] FU L, KANE C L. Superconducting proximity effect and Majorana fermions at the surface of a topological insulator[J]. Physical review letters, 2008, 100(9):096407-1-096407-4.
- [24] AKHMEROV A R, NILSSON J, BEENAKKER C W J. Electrically detected interferometry of Majorana fermions in a topological insulator[J]. Physical review letters, 2009, 102(21):216404-1-216404-4.
- [25] TANAKA Y, YOKOYAMA T, NAGAOSA N. Manipulation of the Majorana fermion, Andreev reflection, and Josephson current on topological insulators[J]. Physical review letters, 2009, 103(10):107002-1-107002-4.
- [26] SUN Q F, LI Y X, LONG W, et al. Quantum Andreev effect in two-dimensional HgTe/CdTe quantum well/superconductor systems[J]. Physical review b, 2011, 83(11):115315-1-115315-5.
- [27] ZYUZIN A, ALIDOUST M, KLINOVAJA J, et al. Supercurrent reversal in two-dimensional topological insulators[J]. Physical review b, 2015, 92(17):174515-1-174515-6.
- [28] ADROGUER P, GRENIER C, CARPENTIER D, et al. Probing the helical edge states of a topological insulator by Cooper-pair injection[J]. Physical review b, 2010, 82(8):081303-1-081303-4.
- [29] BLACK-SCHAFFER A M. Self-consistent superconducting proximity effect at the quantum spin Hall edge[J]. Physical review b, 2011, 83(6):060504-1-060504-4.
- [30] STANESCU T D, SAU J D, LUTCHYN R M, et al. Proximity effect at the superconductor-topological insulator interface[J]. Physical review b, 2010, 81(24):241310-1-241310-4.
- [31] CHEN W, SHEN R, SHENG L, et al. Resonant nonlocal Andreev reflection in a narrow quantum spin Hall system[J]. Physical review b, 2011, 84(11):115420-1-115420-6.
- [32] de GENNES P G. Superconductivity of Metals and Alloys[M]. New York: Benjamin Press, 1966:137-159.
- [33] FURUSAKI A, TSUKADA M. DC Josephson effect and andreev reflection[J]. Solid state communications, 1991, 78(4):299-302.
- [34] OLUND C T, ZHAO E. Current-phase relation for Josephson effect through helical metal[J]. Physical review b, 2012, 86(21):214515-1-214515-7.

[责任编辑:顾晓天]