

LF 拓扑空间的分离性

冯玉英¹, 宣立新²

(1. 南京师范大学数学与计算机科学学院, 210097, 江苏, 南京)

(2. 南京师范大学强化培养部, 210097, 江苏, 南京)

[摘要] 在 LF 拓扑空间中引入了 $N - T_0$, $N - T_1$ 分离性概念, 这不仅使分明的 T_0 , ST_1 拓扑空间分别成为 $N - T_0$, $N - T_1$ 拓扑空间的特款, 而且揭示了在 LF 拓扑空间中的 T_0 , ST_1 分离性与层次分离性(准 T_0 , ST_{-1}), $N - T_0$, $N - T_1$ 分离性间的分解关系.

[关键词] LF 拓扑空间, $N - T_0$, $N - T_1$ 分离性, 远域

[中图分类号] O189.11, **[文献标识码]** A, **[文章编号]** 1001-4616(2004)02-0023-04

分离性是拓扑学中一类重要的拓扑性质. 蒲保明和刘应明、王国俊分别在 LF—拓扑空间、拓扑分子格中引了次 T_0 , T_0 , T_1 与 T_2 等分离概念^[1-3], 并对这些分离性进行了系统的讨论. 本文引入两个分别比 T_0 , T_1 弱的分离性概念($N - T_0$ 与 $N - T_1$ 分离性), 它们不仅使分明的 T_0 , T_1 拓扑空间能成为相应的 LF 分离性空间的特款, 而且得到了“ $T_0 \Leftrightarrow$ 准 $T_0 + N - T_0$ ”, “ $ST_1 \Leftrightarrow ST_{-1} + N - T_1$ ”两个重要的“分解”定理, 并讨论了 $N - T_0$, $N - T_1$ 拓扑空间的一些好的性质, 从而更好地揭示了 LF 拓扑空间中 T_0 , T_1 , ST_1 的整体分离性、层次分离性与具有分明特征的分离性之间的内在关系.

本文中的概念和记号, 无特殊说明, 其含义与[3]相同.

1 $N - T_0$, $N - T_1$ 分离性的概念

定义 1 设 (L^X, δ) 是 LF 拓扑空间, 若对任二承点不同的分子 x_λ 与 y_μ , 有 $P \in \eta(x_\lambda)$ 使 $y_\mu \leq P$, 或者有 $Q \in \eta(y_\mu)$ 使 $x_\lambda \leq Q$, 则称 (L^X, δ) 是 $N - T_0$ 空间.

显然若将定义中的远域改为闭远域, 可得到与原定义等价的定义. 同时也可看到 $N - T_0$ 空间是以分明的 T_0 拓扑空间为特款.

定义 2 LF 拓扑空间 (L^X, δ) 中, 如果 $\forall x \in X$, 都有 x_1 为闭集, 则称此拓扑空间为 $N - T_1$ 空间.

2 $N - T_0$, $N - T_1$ 分离性的性质

定理 2.1 设 $(L^X, \omega_L(\zeta))$ 是由分明拓扑空间 (X, ζ) 拓扑生成的 LF 拓扑空间, 则 $(L^X, \omega_L(\zeta))$ 是 $N - T_0$ 空间当且仅当 (X, ζ) 是 T_0 空间.

证明 若 (X, ζ) 是 T_0 空间, x_λ 与 y_μ 为 L^X 中二承点不同的分子, 所以有分明闭集 A , 使 $x \in A$, $y \notin A$, 或者有分明闭集 B , 使 $y \in B$, $x \notin B$. 为讨论方便, 不妨设后者成立, 令 $P = \chi_B$, 则 P 是 x_λ 的闭远域, 且 $y_\mu \leq P$, 故 $(L^X, \omega_L(\zeta))$ 是 $N - T_0$ 空间.

反之, 若 $(L^X, \omega_L(\zeta))$ 是 $N - T_0$ 空间, x, y 为 X 中二不同的点, 任取 $\lambda \in M(L)$, 这时有 $P \in \eta^-(x_\lambda)$, 使 $y_\lambda \leq P$, 或者有 $Q \in \eta^-(y_\lambda)$, 使 $x_\lambda \leq Q$. 不妨设前者成立, 令 $B = \{z \in X \mid P(z) \geq \lambda\} = \{z \in X \mid P'(z) \leq \lambda'\}$, 则 $B \in \zeta'$, $x \notin B$, $y \in B$, 从而 (X, ζ) 是 T_0 空间.

定理 2.2 若 (L^X, δ) 是 $N - T_0$ 空间, 则对 X 中的任一非空子集 Y , 子空间 $(L^Y, \delta \upharpoonright Y)$ 也是 $N - T_0$ 空间.

证明 设 x_λ 与 y_μ 为 L^Y 中二承点不同的分子, 这时 x_λ^* 与 y_μ^* 为 L^X 中的分子, 这里 x_λ^* 与 y_μ^* 分别为 x_λ 与 y_μ 的扩张. 因 (L^X, δ) 是 $N - T_0$ 空间, 故有 $P \in \eta(x_\lambda^*)$, 使 $y_\mu^* \leq P$, 或有 $Q \in \eta(y_\mu^*)$, 使 $x_\lambda^* \leq Q$, 那么子空间 $(L^Y, \delta \upharpoonright Y)$ 中有 $P \upharpoonright Y \in \eta(x_\lambda)$, 使 $y_\mu \leq P \upharpoonright Y$, 或者有 $Q \upharpoonright Y \in \eta(y_\mu)$, 使 $x_\lambda \leq Q \upharpoonright Y$, 从而

收稿日期: 2004-02-25.

作者简介: 冯玉英, 女, 1964—, 南京师范大学数学与计算机科学学院讲师, 主要从事拓扑学的教学和研究, E-mail: fengyuying1@njnu.edu.cn

结论成立.

定理 2.3 (1) (L^X, δ) 是 $N - T_0$ 空间 $\Leftrightarrow L^X$ 中任二承点不同的分子 x_λ 与 y_μ 有 $\eta(x_\lambda) \neq \eta(y_\mu)$;

(2) (L^X, δ) 是 $N - T_0$ 空间 $\Leftrightarrow L^X$ 中任二承点不同的分子 x_λ 与 y_μ 有 $x_\lambda \not\leq y_\mu^-$ 或 $y_\mu \not\leq x_\lambda^-$.

证明 (1) “ \Leftarrow ”若 (L^X, δ) 不是 $N - T_0$ 空间, 则存在二承点不同的分子 x_λ 与 y_μ , 使得一方面对任意的 $P \in \eta(x_\lambda)$, 都有 $y_\mu \leq P$, 从而 $P \in \eta(y_\mu)$, 另一方面对任意的 $Q \in \eta(y_\mu)$, 都有 $x_\lambda \leq Q$, 从而有 $Q \in \eta(x_\lambda)$, 由此有 $\eta(x_\lambda) = \eta(y_\mu)$, 这与 $\eta(x_\lambda) \neq \eta(y_\mu)$ 矛盾, 所以 (L^X, δ) 是 $N - T_0$ 空间.

“ \Rightarrow ”设 (L^X, δ) 是 $N - T_0$ 空间, 则 L^X 中任二承点不同的分子 x_λ, y_μ , 有 $P \in \eta(x_\lambda)$ 使 $y_\mu \leq P$, 从而 $P \notin \eta(y_\mu)$, 或者有 $Q \in \eta(y_\mu)$ 使 $x_\lambda \leq Q$, 从而 $Q \notin \eta(x_\lambda)$, 故有 $\eta(x_\lambda) \neq \eta(y_\mu)$.

(2) “ \Leftarrow ”对于 L^X 中任二承点不同的分子 x_λ, y_μ , 由题设有 $x_\lambda \not\leq y_\mu^-$, 从而有 $y_\mu^- \in \eta(x_\lambda)$ 使 $y_\mu \leq y_\mu^-$, 或者有 $y_\mu \not\leq x_\lambda^-$, 从而有 $x_\lambda^- \in \eta(y_\mu)$ 使 $x_\lambda \leq x_\lambda^-$, 所以 (L^X, δ) 是 $N - T_0$ 空间.

“ \Rightarrow ”由定义不妨设有 $P \in \eta^-(x_\lambda)$, 使 $y_\mu \leq P$, 这时得到 $x_\lambda \not\leq y_\mu^-$.

定理 2.4 设 (L^X, δ) 是 $\{(L^{X_i}, \delta_i)\}_{i \in T}$ 的乘积空间, 如果对任意的 $t \in T$, (L^{X_t}, δ_t) 是 $N - T_0$ 空间, 则 (L^X, δ) 也是 $N - T_0$ 空间.

证明 设对任意的 $t \in T$, (L^{X_t}, δ_t) 是 $N - T_0$ 空间, 对任意的 x_λ, y_μ , 其中 $x = \{x_t\}_{t \in T} \in X, y = \{y_t\}_{t \in T} \in X, x \neq y, \lambda, \mu \in M(L)$, 则必有 $r \in T, x_r \neq y_r$. 因为 (L^{X_r}, δ_r) 是 $N - T_0$ 空间, 故有 $B_r \in \eta((y_r)_\mu)$, 使 $(x_r)_\lambda \leq B_r$, 或者有 $B_r \in \eta((x_r)_\lambda)$ 使 $(y_r)_\mu \leq B_r$. 不妨设前者成立, 这时显然有 $P_r^{-1}(B_r) \in \eta(y_\mu)$ 且 $x_\lambda \leq P_r^{-1}(B_r)$, 所以 (L^X, δ) 是 $N - T_0$ 空间.

注意定理 2.4 的逆命题不一定成立.

例 1 设 $X_1 = \{x^1\}, X_2 = \{x^2, y^2\}$. 在 X_1 上定义 F 拓扑 $\delta'_1 = \{c \mid c \in [0, 1]\}$, 在 X_2 上定义 F 拓扑 $\delta'_2 = \{1, 0, x^2_2 \vee y^2_1, y^2_2\}$. 对 F 拓扑空间 (X_2, δ_2) 中的点 y^2_1 与 x^2_2 , 不存在 y^2_1 的闭远域与 x^2_2 的闭远域满足 $N - T_0$ 的要求, 因此 (X_2, δ_2) 不是 $N - T_0$ 的; 但 (X_1, δ_1) 与 (X_2, δ_2) 的积空间 (X, δ) 是 $N - T_0$ 的. 事实上, 设 x_λ 与 y_μ 为 X 中二承点不同的点, 其中 $\lambda, \mu \in (0, 1]$, 则必有 $x = (x^1, x^2), y = (x^1, y^2)$. 下面分四种情况讨论:

(1) 若 $\lambda < \mu$, 因 $x^1_\lambda \in \eta(x^1_\mu)$, 使 $x^1_\lambda \leq x^1_\mu$, 所以 $p_1^{-1}(x^1_\lambda) \in \eta(y_\mu)$, 使 $x_\lambda \leq p_1^{-1}(x^1_\mu)$;

(2) 若 $\lambda > \mu$, 因 $x^1_\mu \in \eta(x^1_\lambda)$, 使 $x^1_\mu \leq x^1_\lambda$, 所以 $p_1^{-1}(x^1_\mu) \in \eta(x_\lambda)$, 使 $y_\mu \leq p_1^{-1}(x^1_\mu)$;

(3) 若 $\lambda = \mu > \frac{1}{2}$, 存在 $P = p_2^{-1}(x^2_2 \vee y^2_1) \in \eta(x_\lambda)$, 使 $y_\mu \leq P$;

(4) 若 $\lambda = \mu \leq \frac{1}{2}$, 存在 $Q = p_2^{-1}(y^2_2) = x^1_1 \times y^2_2 \in \eta(x_\lambda)$, 使 $y_\mu \leq Q$.

综上所述知 (X, δ) 是 $N - T_0$ 空间.

定理 2.5 $N - T_0$ 分离性是同胚不变的.

证明 设两 LF 拓扑空间 (L^{X_1}, δ_1) 与 (L^{X_2}, δ_2) 同胚, f 为其同胚序同态, 又设 (L^{X_1}, δ_1) 是 $N - T_0$ 的. 现对 $\forall x^2, y^2 \in X_2, x^2 \neq y^2$ 及 $\forall \lambda_2, \mu_2 \in M(L_2)$, 由于 f 是同胚序同态, 所以存在惟一的 $x^1, y^1 \in X_1$, $f(x^1_{\lambda_1}) = x^2_{\lambda_2}, f(y^1_{\mu_1}) = y^2_{\mu_2}, \lambda_1, \mu_1 \in M(L_1)$. 又 (L^{X_1}, δ_1) 是 $N - T_0$ 的, 不妨设存在 $Q_1 \in \eta^-(y^1_{\mu_1})$, 使 $x^1_{\lambda_1} \leq Q_1$. 记 $Q_2 = f(Q_1)$, 则 $Q_2 \in \eta^-(y^2_{\mu_2}), x^2_{\lambda_2} \leq Q_2$, 因此 (L^{X_2}, δ_2) 是 $N - T_0$ 的.

定理 2.6 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 的 $\Leftrightarrow \forall x, y \in X, x \neq y$ 及 $\forall \lambda \in M(L)$, 有 $P \in \eta(x_\lambda)$ 使 $y_1 \leq P$;

推论 1 若 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 的, 则 $\forall x, y \in X, x \neq y$ 及 $\forall \lambda, \mu \in M(L)$, 存在 $P \in \eta(x_\lambda)$, 使 $y_\mu \leq P$; 反之未必成立. 见后面的例 7.

引理 设 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 空间, $A = y_\mu \in L^X$, 则 A 的任一附着点必为 y_λ 型, 即 $y_\mu^- \leq y_1$.

证明 设 x_λ 为 A 的附着点, 则 $x_\lambda \leq y_\mu^- \leq y_1^-$. 又因为 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 空间, 故 $y_1^- = y_1$, 从而 $x = y$, 命题得证.

推论 2 设 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 空间, $A = y_\mu \in M^*(L^X)$, 则 A 的任一聚点必为 y_λ 型, 且 $\lambda \not\leq \mu$.

必须指出在推论 2 中当 $\mu \notin M(L)$ 时结论未必成立.

例2 L 分子格如图1所示, $X = \{x\}$, $\delta' = \{0, 1, x_{\lambda_2}\}$, 则 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 的. 由聚点定义可得 x_{λ_1}, x_{μ_1} 都是 x_1 的聚点, 且

$$x_1^d = x_{\lambda_1} \vee x_{\mu_1} = x_w \neq 0.$$

推论3 设拓扑空间 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 的, 当 $1 \in M(L)$ 时, 则有 $\forall x \in X, x_1^d = 0$. 由此可得 $N - T_1$ 的 LF 拓扑空间的有限分明集的导集没有聚点.

推论4 设 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 空间, 则 X 上任一 LF 集的明导集 A^d 都是闭集.

证明 由引理及明导集的定义知 $x_1^d = 0$, 即每个分明点的明导集为闭集, 再由[6]定理2.7即得结论.

定理2.7 若 LF 拓扑空间 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 的, L 是一个全序格, 则 X 上的任一 LF 集 A 的导集 A^d 都是闭集.

证明 由[3]中定理2.2.11, 只要证明每个 LF 点 x_λ 的导集 x_λ^d 为闭集, 即证明 $(x_\lambda^d)^d \leq x_\lambda^d$. 设 x_λ 为 L^X 的任意一个 LF 点, 因为 $x_\lambda^d \leq x_\lambda^-$, 由引理, $x_\lambda^d \leq x_1$. 由推论2及 L 为全序格, 得 x_λ^d 的聚点只能是 x_ρ 型的, 且 $\rho > x_\lambda^d(x)$. 设 $(x_\lambda^d)^d(x) = a$. 若 $a = 0$, 则 $(x_\lambda^d)^d = 0$, $(x_\lambda^d)^- = x_\lambda^d$; 若 $a > 0$, 则 $x_\lambda^d(x) < (x_\lambda^d)^d(x) = a$. 由[6]定理2.7得 x_a 是 x_λ^d 的聚点, 即对 $\forall P \in \eta(x_a)$, 有 $x_\lambda^d \not\leq P$, 从而 $x_\lambda^d(x) > P(x)$, 因此 x_λ 有聚点 $x_\beta, \beta > P(x)$, 这样 $P \in \eta(x_\beta)$, 且 $x_\lambda \not\leq P$, 于是得到 x_a 是 x_λ 的聚点, $(x_\lambda^d)^d \leq x_\lambda^d$. 从而命题得证.

必须指出, 定理2.7中如果不具备“ L 是一个全序格”的条件, 则结论未必成立.

例3 分子格 L 为如图2所示的菱形格, $M(L) = \{\lambda, \mu\}$, $X = \{x\}$, $\delta = \{0, 1\}$, 则 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 的, 但 $x_\lambda^d = x_\mu$ 不是闭的.

定理2.8 设 $(L^X, \omega_L(\zeta))$ 是由分明拓扑空间 (X, ζ) 拓扑生成的 LF 拓扑空间, 则 $(L^X, \omega_L(\zeta))$ 是 $N - T_1$ 的当且仅当 (X, ζ) 是 T_1 的.

证明 若 $(L^X, \omega_L(\zeta))$ 是 $N - T_1$ 的, 则 $\forall x \in X, x_1$ 是闭集, 故 $\{y \in X \mid x'_1(y) \leq 1'\} = \{x\} \in \zeta'$, 可见 (X, ζ) 是 T_1 的. 反之, 若 (X, ζ) 是 T_1 的, 则 $\forall x \in X$, 因 $\{y \in X \mid x'_1(y) \leq a\} = \begin{cases} X & a = 1 \\ \{x\} & 0 \leq a < 1 \end{cases}$, 故 x_1 是 $(L^X, \omega_L(\zeta))$ 中的闭集, 从而 $(L^X, \omega_L(\zeta))$ 是 $N - T_1$ 的.

对于 $N - T_1$ 分离性的同胚不变性、遗传性、可积性与 T_1 分离性有类似的结果, 证明也是类似的, 因此下面只给出相应的结果.

定理2.9 $N - T_1$ 分离性具有同胚不变性.

定理2.10 若 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 的 L -fts, 则对 X 的任一非空子集 Y , 子空间 $(Y, \delta|_Y)$ 也是 $N - T_1$ 的.

定理2.11 设 (L^X, δ) 是 $\{(L^X, \delta_t)\}_{t \in T}$ 的乘积空间, 若 $\forall t \in T, (L^X, \delta_t)$ 是 $N - T_1$ 的, 则 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 的. 反过来, 如果 (L^X, δ) 是 $N - T_1$ 的, 则 $\forall t \in T$, 当 (L^X, δ_t) 是满层空间时, (L^X, δ_t) 是 $N - T_1$ 的.

3 $N - T_0, N - T_1$ 分离性与其它分离性间的关系

3.1 $N - T_0$ 分离性与其它分离性的关系

(1) T_0 空间一定是 $N - T_0$ 空间, 但 $N - T_0$ 未必是准 T_0 空间, 从而未必是 T_0 空间.

例4 $X = [0, 1]$, 在 X 上定义 F 拓扑 $\delta = \{\chi_E \mid E \subset [0, 1]\}$, 则 (X, δ) 是 $N - T_0$ 空间, 不是准 T_0 空间, 因为对任意的 $x \in X, x_{\frac{1}{2}}$ 与 $x_{\frac{2}{3}}$ 之间没有任何闭集穿过, 从而 (X, δ) 不是 T_0 空间.

(2) $N - T_0$ 空间一定是次 T_0 的, 但次 T_0 未必是 $N - T_0$ 的, 甚至“ ST_{-1} + 次 T_0 ”也未必是 $N - T_0$ 的.

例5 取 $X = \{x, y\}$, $\delta' = \{c \mid c \in [0, 1]\} \cup \{x_\lambda \vee y_\mu \mid 0 \leq \mu \leq \lambda \leq \frac{1}{2}\}$. 由于 (X, δ) 是满层的, 因此 (X, δ) 是 ST_{-1} 的; 对 X 中不同的二点 x, y 有 $\lambda = \frac{1}{2}$, $\exists x_{\frac{1}{2}} \in \eta(y_{\frac{1}{2}})$, 使 $x_{\frac{1}{2}} \leq x_{\frac{1}{2}}$, 故 (X, δ) 是次 T_0 的. 但对点 x_1 与 y_1 , 无 x_1 的远域 P 使 $y_1 \leq P$ 或 y_1 的远域 Q 使 $x_1 \leq Q$, 故 (X, δ) 不是 $N - T_0$ 的, 从而 (X, δ) 是 ST_{-1} 的和次 T_0 的, 但不是 $N - T_0$ 的.

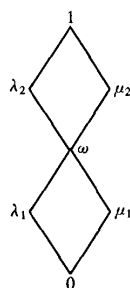


图1 双菱形格

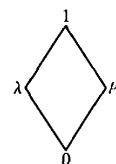


图2 菱形格

(3) $N - T_0 + \text{准 } T_0 = T_0$;

(4) T_2 空间一定是 $N - T_0$ 空间.

3.2 $N - T_1$ 分离性与 T_1 、 ST_1 分离性关系

由定义 2, $N - T_1$ 空间是以分明拓扑的 T_1 空间为特款, 并且 ST_1 空间一定是 $N - T_1$ 空间, 但是 $N - T_1$ 与 T_1 之间没有必然的联系, 只有当 1 是 L 中的分子时, T_1 空间才一定是 $N - T_1$ 空间.

例 6 设 $L = [0, 1]$, $X = \{x, y\}$, $\delta' = \{0, 1, x_1, y_1\}$, 显见 LF 拓扑空间是 $N - T_1$ 的, 但不是 T_1 的, 更不是 ST_1 的.

例 7^[3] 设 $X = [0, 1]$, $L = [0, 1]^{[0, 1]}$, $A \in L^X$. 规定 A 为闭集当且仅当 $A = 0, 1$ 或 $|\sup pA| < \omega$, 且 $\forall x \in \sup pA$, $|\sup pA(x)| < \omega$. 以 δ' 记这种 A 的全体, 则 δ' 对有限并和任意交关闭, 所以 δ 是 X 上的 LF 拓扑. 在 (L^X, δ) 中, 每个分子 x_λ 都是闭集, 但 x_1 不是闭集, 所以 (L^X, δ) 是 T_1 空间, 但不是 $N - T_1$ 空间.

3.3 ST_1 分离性的分解定理

在 LF 拓扑空间中, ST_1 分离性可分解为 ST_{-1} , $N - T_1$ 分离性, 即 $ST_{-1} + N - T_1 \Leftrightarrow ST_1$.

3.4 $N - T_1$ 与 $N - T_0$ 分离性的关系

$N - T_1$ 的 LF 拓扑空间一定是 $N - T_0$ 的 LF 拓扑空间.

3.5 强 Hausdorff 空间与 $N - T_1$ 空间的关系

强 Hausdorff 的 LF 拓扑空间一定是 $N - T_1$ 的 LF 拓扑空间.

综合以上结果可得:

强 Hausdorff $\Rightarrow N - T_1 \Rightarrow N - T_0$;

$ST_{-1} + \text{强 Hausdorff} \Rightarrow ST_{-1} + N - T_1$ (即 ST_1) $\Rightarrow ST_{-1} + N - T_0 \Rightarrow T_0$.

从上面的讨论可以看出, 在 LF—拓扑空间中 $N - T_0$, $N - T_1$ 分离性像 T_2 分离性一样分别以分明的 T_0 , T_1 为特款, 是分明的 T_0 , T_1 在 L -fts 中好的推广, 并保留了分明情况下相互间的关系.

[参考文献]

- [1] 蒲保明, 刘应明. 不分明拓扑学 I—不分明点的邻域构造与 Moore-Smith 收敛[J]. 四川大学学报(自然科学版), 1977, 22(1): 31—50.
- [2] 王国俊. 拓扑分子格的分离公理[J]. 数学研究与评论, 1983, 3(2): 9—16.
- [3] 王国俊. L-Fuzzy 拓扑空间论[M]. 西安: 陕西师范大学出版社, 1988.
- [4] 刘应明. 不分明拓扑中完全正则性的点式刻画与嵌入定理[J]. 中国科学(A 辑), 1982, 12(8): 675—682.
- [5] 宣立新. 一类 L-Fuzzy 拓扑空间中 L-Fuzzy 集的“明聚点”[J]. 模糊数学, 1985, 5(1): 49—53.
- [6] 冯玉英, 施建兵, 宣立新. L -fts 中的 ST_{-1} 分离性及 LF 集的明聚点[J]. 模糊系统与数学(增刊), 1994, 8: 134—139.
- [7] Liu Yingming, Luo Maokang. Fuzzy Topology[M]. Singapore: World Scientific, 1997.

Separation Properties in Fuzzy Topological Space

Feng Yuying¹, Xuan Lixin²

(1. School of Mathematics and Computer Science, Nanjing Normal University, 210097, Nanjing, China)

(2. Strengthened Department in Training, Nanjing Normal University, 210097, Nanjing, China)

Abstract: Two classes of separation ($N - T_0$, $N - T_1$) are introduced in L-fuzzy topological space. Thus not only can T_0 , T_1 ordinary topological space be special cases of $N - T_0$, $N - T_1$ topological space, but also the decomposition relation among T_0 , ST_1 property, layer property (Quasi- T_0 , ST_{-1}) and $N - T_0$, $N - T_1$ property in L-fuzzy topological space is presented. In addition the two separation properties are discussed.

Key words: L-fuzzy topological space, separation properties of $N - T_0$, $N - T_1$, remote-neighborhood

[责任编辑: 陆炳新]