

# 超冷玻色气体中的电磁感应透明

张 益<sup>1</sup>, 张军涛<sup>2</sup>

(1. 南京师范大学物理科学与技术学院, 江苏南京 210097)  
(2. 江苏广播电视台学报编辑部, 江苏南京 210036)

[摘要] 研究了超冷玻色气体中的电磁感应透明现象。利用平均场理论, 考虑处于所有能级的原子被光势阱所囚禁, 本文导出了系统的色散关系并计算了在超冷原子气体中传播的慢光的群速。

[关键词] 电磁感应透明, 超冷原子, 色散, 光与原子相互作用

[中图分类号] O431.2 [文献标识码] A [文章编号] 1001-4616(2007)04-0046-04

## Electromagnetically Induced Transparency in Ultracold Bose Gas

Zhang Yi<sup>1</sup>, Zhang Juntao<sup>2</sup>

(1. School of Physical Science and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)  
(2. Editorial Department of Journal of Jiangsu Radio & TV University, Nanjing 210036, China)

**Abstract:** Electromagnetically induced transparency and slow light in ultracold Bose gas were investigated. All the atomic states are considered to be trapped by a trap which can be light potential. With mean field theory the dispersion relation was given and speed of light propagating in condensed Bose gas was calculated.

**Key words:** electromagnetically induced transparency, ultracold atom, dispersion, light-atom interaction

电磁感应透明<sup>[1-3]</sup>不仅在热原子气体中<sup>[4-5]</sup>,而且在超冷原子系统中都进行了广泛的研究<sup>[6-7]</sup>。伴随着电磁感应透明现象,光的群速被减慢到极低的速度<sup>[4-7]</sup>,甚至可以被存储在原子介质中<sup>[4,5,8]</sup>。一方面,由于巨大的非线性和极少的吸收,电磁感应透明现象可以在极低光强非线性光学中有着潜在的应用<sup>[9,10]</sup>。另一方面,电磁感应透明介质可以用来存储光场的量子信息。利用光场的快速传播及原子有较长时间存储光的信息的性质,使得量子信息处理非常有前途。目前的实验已证实光场可以在超冷原子介质中存储长达 $1 \text{ m s}^{[4]}$ 。一些研究小组已对热原子及冷原子中的电磁感应现象作了一些理论分析<sup>[11-16]</sup>。本文,我们研究玻色凝聚气体中的电磁感应透明现象和慢光性质,在整个光与原子相互作用的过程中,原子始终处于凝聚的状态。

## 1 原理及计算方法

我们考虑三能级玻色原子系统,这些原子被囚禁在很深的势阱中,并构成多分量玻色-爱因斯坦凝聚,如图 1 所示。能级 $|2\rangle$ 是一个亚稳态, $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 是基态。一个单模探测光共振作用于 $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ 的跃迁,探测光是弱光,作量子化处理。一个较强的单模控制光场作用于 $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的跃迁。假定初始时刻原子都处于基态 $|1\rangle$ 上,由于探测光较弱,整个过程大部分原子都处于 $|1\rangle$ 上。进一步假定原子以零动量凝聚在基态,且光子的反

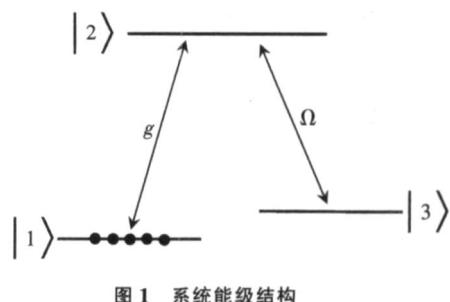


图 1 系统能级结构

Fig.1 Energy-level diagram for the system

收稿日期: 2007-05-20. 修回日期: 2007-09-08.

基金项目: 江苏省教育厅自然科学基金 (05KLB150055) 资助项目。

作者简介: 张 益 (1962—), 工程师, 主要从事光电技术与计算机应用的研究。E-mail: zhangyi@njnu.edu.cn

冲被忽略. 在这些条件下, 我们可以写出系统的哈密顿量如下:

$$H = H_{\text{atom}} + H_{\text{light}} + H_{\text{light-atom}} + H_{\text{atom-atom}}. \quad (1)$$

这里  $H_{\text{atom}}$  是原子自由演化的哈密顿量,  $H_{\text{light}}$  是光场的哈密顿量,  $H_{\text{light-atom}}$  是光场与原子相互作用哈密顿量,  $H_{\text{atom-atom}}$  是原子之间相互作用哈密顿量. 原子的哈密顿量可以写成

$$H_{\text{atom}} = \int_j E_j^+ \hat{j}_j d^3 r \quad (2)$$

这里  $E_j$  是电子能量,  $\hat{j}_j$  是原子场湮没算符, 并满足对易关系  $[E_i, \hat{j}_j^+] = (r_i - r_j) \hat{j}_{ij}$ . 探测光场的哈密顿量可以写成:

$$H_{\text{light}} = \hbar c k a^+ a \quad (3)$$

这里  $k$  是波矢,  $c$  是光在真空中的速度,  $a$  是探测场湮没算符. 超冷原子之间相互作用哈密顿量是

$$H_{\text{atom-atom}} = \frac{2 \hbar^2 a_{sc}}{m} \int_i \int_j \hat{j}_i^+ \hat{j}_j^+ \hat{j}_j^- \hat{j}_i^- d^3 r \quad (4)$$

$a_{sc}$  是原子散射长度,  $m$  是原子质量. 由于原子在激发态停留的时间较短, 我们忽略原子在激发态上的相互作用. 原子和光场相互作用的哈密顿量是:

$$H_{\text{atom-light}} = (\hbar g a_1^+ + \hbar a_3^+ + h_c) d^3 r \quad (5)$$

这里  $g$  和  $a$  是光场和原子的作用强度.  $h_c$  代表前面两项的厄米共轭项.

上面的哈密顿量中没有考虑耗散过程, 例如自发辐射, 原子运动等. 原子的运动效应已被证明是较小的<sup>[17]</sup>. 由于暗态的存在, 原子的自发辐射效应是不存在的. 这里我们考虑托马斯-费米近似, 忽略原子的动能.

## 2 结果与讨论

我们假定原子的碰撞是弹性碰撞, 碰撞过程中没有形成分子和诱发电子能级跃迁. 因此, 系统的哈密顿量可以写成:

$$H = \hbar c k a^+ a + \int_j E_j^+ \hat{j}_j^- d^3 r + (\hbar g a_1^+ + \hbar a_3^+ + h_c) d^3 r + \frac{2 \hbar^2 a_{sc}}{m} \int_i \int_j \hat{j}_i^+ \hat{j}_j^+ \hat{j}_j^- \hat{j}_i^- d^3 r \quad (6)$$

总的原子数是守恒的,

$$N = \int_j \hat{j}_j^- d^3 r \quad (7)$$

在单模近似下<sup>[18]</sup>,  $\hat{j}_j(r) = b_j(r)$ , 这里  $b_j = \int d^3 r \hat{j}_j^*(r)$ ,  $\hat{j}_j(r)$  是模湮没算符.  $\hat{j}_j(r)$  是分布函数. 算符  $b_j, b_j^+$  满足对易关系  $[b_j, b_j^+] = 1$ . 作下列替换  $E_j = E_j d^3 r \hat{j}_j^* \hat{j}_j$ ,  $g = g d^3 r \hat{j}_1^* \hat{j}_2$ ,  $h_c = h_c d^3 r \hat{j}_3^* \hat{j}_2$ , 我们可以重写系统哈密顿量为:

$$H = \hbar c k a^+ a + E_2 b_2^+ b_2 + E_3 b_3^+ b_3 + (\hbar g a b_1 b_2^+ + \hbar b_3 b_2^+ + h_c). \quad (8)$$

我们得到算符运动方程为:

$$i \frac{d}{dt} a = c k a + g b_1^+ b_2, \quad (9a)$$

$$i \frac{d}{dt} b_1 = g a^+ b_2, \quad (9b)$$

$$i \frac{d}{dt} b_2 = \frac{E_2}{\hbar} b_2 + g a b_1 + b_3, \quad (9c)$$

$$i \frac{d}{dt} b_3 = \frac{E_3}{\hbar} b_3 + b_2. \quad (9d)$$

下面我们考虑绝热过程, 当绝热过程条件满足时, 原子布居不会访问激发态. 从上面的方程可以得到这个条件是  $b_2 = 0$ . 我们得到

$$\frac{a}{b_3} = -\frac{g^2 N}{g \sqrt{N}}. \quad (10)$$

这里  $N / b_1^2$ , 这个关系类似于通常的原子系统 [12]. 混合角给出为

$$\tan^2(\theta) = -\frac{g^2 N}{g^2 b_1^2}. \quad (11)$$

暗态极化子写为

$$= a \cos(\theta) - g \sqrt{N} b_3 \sin(\theta). \quad (12)$$

从暗态极化子表达式可以看出, 它是探测光场和双光子激发的叠加态. 当耦合场非常强时  $\theta = 0$ , 极化子态是探测场态. 当耦合场较弱时, 极化子态是双光子激发, 减少的原子被抽运到态  $|3\rangle$ . 类似地我们得到跃迁变量运动方程

$$i \frac{d}{dt} a = cka + g b_1^+ b_2, \quad (13a)$$

$$i \frac{d}{dt} (b_1^+ b_2) = \frac{E_2}{\hbar} b_1^+ b_2 + ga(N_1 - N_2) + b_1^+ b_3, \quad (13b)$$

$$i \frac{d}{dt} (b_1^+ b_3) = \frac{E_3}{\hbar} b_1^+ b_3 - gab_2^+ b_3 + b_1^+ b_2, \quad (13c)$$

$$i \frac{d}{dt} (b_2^+ b_3) = \frac{E_3 - E_2}{\hbar} b_2^+ b_3 - ga^+ b_1^+ b_3 + (N_2 - N_3). \quad (13d)$$

作下面替换  $b_2 = b_2 e^{-\frac{E_2}{\hbar} t}$ ,  $b_3 = b_3 e^{-\frac{E_3}{\hbar} t}$ , 我们得到

$$i \frac{d}{dt} a = cka + g b_1^+ b_2, \quad (14a)$$

$$i \frac{d}{dt} (b_1^+ b_2) = ga(N_1 - N_2) + b_1^+ b_3, \quad (14b)$$

$$i \frac{d}{dt} (b_1^+ b_3) = - gab_2^+ b_3 + b_1^+ b_2, \quad (14c)$$

$$i \frac{d}{dt} (b_2^+ b_3) = - ga^+ b_1^+ b_3 + (N_2 - N_3). \quad (14d)$$

把上面方程写成矩阵形式我们有

$$\begin{pmatrix} -i \frac{d}{dt} - ck & -g & 0 & 0 \\ -g(N_1 - N_2) & i \frac{d}{dt} & - & 0 \\ 0 & - & i \frac{d}{dt} & ga \\ 0 & 0 & ga & i \frac{d}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b_1^+ b_2 \\ b_1^+ b_3 \\ b_2^+ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (N_2 - N_3) \end{pmatrix}. \quad (15)$$

对于弱探测光, 作近似  $b_2^+ b_3 = 0$ , 对于稳态, 我们有

$$\begin{pmatrix} -ck & -g & 0 \\ -gN_1 & - & - \\ 0 & - & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b_1^+ b_2 \\ b_1^+ b_3 \end{pmatrix} = 0 \quad (16)$$

对于弱探测光, 大部分原子处于  $|1\rangle$  态上. 因此  $b_1^2 \ll N$ . 我们得到色散关系

$$^2(-ck) - ^2(-ck) - g^2 N = 0 \quad (17)$$

利用实验上得到的参数  $\frac{g^2 N}{2} = (3/17) \times 10^8$  和方程式 (17), 数值计算得到如图 2 的色散关系. 根据方

程 (17), 我们得到群速表达式为

$$v_g = \frac{c}{1 + \frac{g^2 N}{2}} \quad (18)$$

量子场的群速可以用众所周知的关系给出为

$$v_g = \frac{8}{3} \frac{\omega^2}{k^3} \quad (19)$$

是凝聚原子密度, 为探测光波长. 利用实验参数  
 $\omega = 3.3 \times 10^{19} \text{ (m}^{-3}\text{)}, \quad k = 5.89 \times 10^{-7} \text{ (m)}, \quad \omega_0 = 0.5 \text{ rad}, \quad \omega_1 = 0.5 \text{ rad}, \quad \omega_2 = 20.02 \text{ (MHz)}$ , 我们得到群速大约为 10 m/s  
 这个结果与最近的实验相当.

我们讨论了玻色凝聚气体中的电磁感应透明. 在绝热条件下, 暗态极化子是探测场和双光子激发态的叠加态. 对于弱相互作用超冷原子气体, 我们用新的方法得到了系统的色散关系和探测光群速. 利用目前的实验参数, 我们数值计算了超冷玻色气体中的色散关系和探测光的群速, 计算的结果与目前的实验结果符合得很好.

### [参考文献]

- [1] Arimondo E. Progress in Optics[M]. Amsterdam: Elsevier, 1996.
- [2] Harris S E. Electromagnetically induced transparency[J]. Physics Today, 1997, 50(7): 36-42.
- [3] Scully M O, Zubairy M S. Quantum Optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [4] Phillips D F, Fleischhauer A, Mair A, Walther R L and Lukin M D. Storage of Light in Atomic Vapor[J]. Phys Rev Lett, 2001, 86(5): 783-786.
- [5] Kochavskaya O, Rostovtsev Y and Scully M O. Stopping light via hot atoms[J]. Phys Rev Lett, 2001, 86(4): 628-631.
- [6] Hau L V, Harris S E, Dutton Z, et al. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas[J]. Nature, 1999, 397(6720): 594-598.
- [7] Inouye S, Low R F, Gupta S, et al. Amplification of light and atoms in a Bose-Einstein condensate[J]. Phys Rev Lett, 2000, 85(20): 4225-4228.
- [8] Liu C, Dutton Z, Behroozi C H, et al. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses[J]. Nature, 2001, 399(6819): 409, 490-493.
- [9] Harris S E, Hau L V. Nonlinear optics at low light levels[J]. Phys Rev Lett, 1999, 82(23): 4611-4614.
- [10] Lukin M D, Imamoglu A. Nonlinear optics and quantum entanglement of ultraslow single photons[J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(7): 1419-1422.
- [11] Fleischhauer M, Lukin M D. Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency[J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(22): 5094-5097.
- [12] Lukin M D, Yelin S F, Fleischhauer M. Entanglement of atomic ensembles by trapping correlated photon states[J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(18): 4232-4235.
- [13] Mustecaplioglu O E, You L. Slow light propagation in trapped atomic quantum gases[J]. Phys Rev A, 2001, 64(1): 013604-1-013604-5.
- [14] Mustecaplioglu O E, You L. Propagation of Raman-matched laser pulses through a Bose-Einstein condensate[J]. Opt Commun, 2001, 193(1-6): 301-312.
- [15] Morigi G, Agarwal G S. Temperature variation of ultraslow light in a cold gas[J]. Phys Rev A, 2000, 62(1): 013801-1-013801-9.
- [16] Juzeliunas G, Carmichael H J. Systematic formulation of slow polaritons in atomic gases[J]. Phys Rev A, 2002, 65(2): 021601-1-021601-4.
- [17] Fleischhauer M, Lukin M D. Quantum memory for photons: Dark-state polaritons[J]. Phys Rev A, 2002, 65(2): 022314-1-022314-12.
- [18] Parkins A S, Walls D F. The physics of trapped dilute-gas Bose-Einstein condensates[J]. Phys Rep, 1998, 303(1): 1-80.
- [19] Bergmann K, Theuer H, Shore B W. Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules[J]. Rev Mod Phys, 1998, 70(3): 1003-1025.
- [20] Vitanov N V, Fleischhauer M, Shore B W, et al. Coherent Manipulation of Atoms and Molecules by Sequential Pulses in: Advances of Atomic, Molecular, and Optical Physics[M]. London: Academic Press, 2001.

[责任编辑:顾晓天]

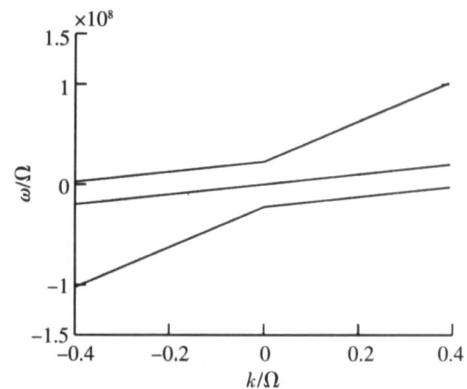


图 2 数值求解方程(17)得到的超冷玻色气体中的  $\omega$  与  $k$  色散关系图, 参数取自实验参考文献[3]

Fig.2 Dispersion relation in ultracold Bose gas (obtained by Eq. 17). The parameters are taken from ref.3.