

# 夸克蜕定域色屏蔽模型中的四夸克态

赵苏艳, 平加伦

(南京师范大学物理科学与技术学院, 江苏 南京 210097)

[摘要] 在夸克蜕定域色屏蔽模型框架下, 采用绝热近似, 系统计算了由重夸克组成的四夸克系统  $qqqq$  的能量. 结果表明, 少部分态是完全排斥的, 大部分态都存在等效吸引, 但是这些等效吸引还不足以形成束缚态.

[关键词] 夸克蜕定域色屏蔽模型, 双夸克结构, 四夸克态

[中图分类号] O572.33 [文献标识码] A [文章编号] 1001-4616(2008)01-0047-05

## Quark-Deconfinement, Color-Screening Model and Tetraquark States

Zhao Suyan, Ping Jialun

(School of Physical Science and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

**Abstract** In the framework of quark-deconfinement, color-screening model, the  $qqqq$  tetraquark states are calculated under the adiabatic approximation. The results show that a few states are repulsive, and most states are attractive, but are not enough to become resonance.

**Key words** quark-deconfinement, color-screening model, diquark, tetraquark states

量子色动力学 (QCD) 被公认为强相互作用的基本理论. 根据现在人们对 QCD 的理解, 除了介子和重子外, 还应该存在更多的状态: 四、五、六夸克系统、夸克-胶子混杂态等. 但是迄今为止, 没有一个多夸克态得到实验的证实. 2003 年以来, 五夸克系统成为研究焦点之一. Diakonov 等人利用手征孤立子模型预言了五夸克态  $^{++}$  的存在<sup>[1]</sup>. LEPS 实验组在实验上发现了其存在的信号<sup>[2]</sup>, 随后有多个实验组都宣称看到了其存在的信号, 也有一些实验给出了否定的结果. 但是目前, 人们更倾向于认为五夸克态可能不存在. 与此同时近几年 B 工厂相继报道了四夸克态可能存在的信号<sup>[3-6]</sup>, 引发了寻找四夸克态的热潮. 2003 年, BABAR 实验组在实验上发现了能量为  $2.32\text{GeV}$  的共振态存在的信号<sup>[3]</sup>, 随后 Belle 实验组又宣称发现能量为  $3.872\text{MeV}$  的共振态<sup>[4]</sup>, 同年 CLEO 实验组又先给出了在  $2.460\text{MeV}$  处共振存在的信号<sup>[5]</sup>, BABAR 实验组也对此信号给予了肯定<sup>[6]</sup>. 理论上, 各种模型和非微扰方法对实验现象作了大量的研究. 但是到目前为止还没有一种理论可以对实验上的现象给出令人信服的解释. 另外, 理论上还提出了许多其它可能的四夸克态: 如  $(600)$ ,  $a_0(980)$ ,  $f_0(980)$  等夸克模型, QCD 求和规则, 格点 QCD 等都对实验上可能的四夸克态进行了大量研究, 目前仍然没有理论结果得到实验的证实.

传统的夸克模型 (Isgur 模型) 在描述强子谱和强子相互作用上取得了相当的成功<sup>[7]</sup>, 推广到核子-核子相互作用, 只能给出短程排斥, 得不到中程吸引和长程尾巴, 只能通过重新引入介子交换, 特别是  $\pi$  介子, 而得到中程吸引和长程尾巴. 从 QCD 我们知道, 夸克间的相互作用应该是多体相互作用. 对于通常的介子和重子, 可以用两体相互作用代替多体相互作用, 但是多夸克系统具有更丰富的几何结构和颜色结构, 直接将这种代替推广到此是否合适, 还是一个需要研究的问题. 从目前理论结果和实验结果的比较来看, 可以讲到目前为止还没有有效的模型来研究多夸克系统.

夸克蜕定域色屏蔽模型 (QDCSM) 是我们 20 世纪 90 年代提出用于研究重子-重子相互作用的模

收稿日期: 2007-09-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10775072).

作者简介: 赵苏艳 (1982), 女, 硕士研究生, 研究方向: 强子物理. E-mail: zysusu@163.com

通讯联系人: 平加伦 (1963), 教授, 博士生导师, 研究方向: 强子物理. E-mail: jiping@njnu.edu.cn

型<sup>[8]</sup>. 它考虑了夸克间的相互作用与夸克所处的状态有关, 试图考虑夸克间的多体效应, 采用夸克蜕定域效应扩大了模型空间. 应用于普通的重子, 它完全等价于 Isgur 模型. 应用于核子-核子相互作用, 得到了中程吸引. 考虑到 QDCSM 中缺乏长程相互作用, 我们通过引入 Goldstone 玻色子交换, 扩展了 QDCSM. 扩展的 QDCSM 能用很少的参数较好的描述重子性质, 氦核和重子-重子相互作用<sup>[9]</sup>, 应用于双重子系统, 得到了一些有意义的结果<sup>[10-11]</sup>. 本工作就是在扩展的夸克蜕定域模型 (QDCSM) 的框架下, 采用绝热近似的方法来系统研究含有重夸克的四夸克态  $qq\bar{q}\bar{q}$ .

本文第二部分简单介绍了基于 QDCSM 的四夸克态的计算方法 (以  $cscs$  为例), 第三部分给出了此模型的计算结果和讨论.

1 计算方法

有关 QDCSM 的详细介绍可参考文献<sup>[10-12]</sup>, 此处仅给出哈密顿量、波函数以及计算中必需的方程. 四夸克体系的哈密顿量为:

$$H_4 = \sum_{i=1}^4 \left( m_i + \frac{p_i^2}{2m_i} \right) - T_{CM} + \sum_{i < j}^4 (V_{ij}^C + V_{ij}^G + V_{ij}), \tag{1}$$

其中

$$T_{CM} = \frac{1}{2M} \left( \sum_{i=1}^4 \mathbf{p}_i \right)^2, \quad M = \sum_{i=1}^4 m_i, \tag{2}$$

$$V_{ij}^C = \begin{cases} -a \frac{1}{r_{ij}^2}, & \text{当 } i, j \text{ 在同一团时,} \\ -a \frac{1 - e^{-r_{ij}^2}}{r_{ij}^2}, & \text{当 } i, j \text{ 不在同一团时,} \end{cases} \tag{4}$$

$$V_{ij}^G = -\frac{g_{ch}}{4} \frac{1}{r_{ij}} \left[ \frac{1}{r_{ij}} - \frac{(\mathbf{r}_{ij})}{2} \left( \frac{1}{m_i^2} + \frac{1}{m_j^2} + \frac{4}{3m_i m_j} \right) \right], \tag{4}$$

$$V_{ij} = \frac{g_{ch}^2}{4} \frac{m^2}{12m_i m_j} \frac{1}{2 - m^2} m \left( \frac{\mathbf{F}_i}{m_i} \cdot \frac{\mathbf{F}_j}{m_j} \right) \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{1}{m^2} \right) [Y(m, r_{ij}) - \frac{3}{m} Y'(r_{ij})], \tag{5}$$
$$Y(x) = e^{-x} / x = K, \quad ,$$

其中

$$s = \frac{0}{\ln \left( \frac{\frac{2}{m} + \frac{0}{2}}{\frac{2}{m} + \frac{0}{2}} \right)}, \tag{6}$$

式中  $m_i, \mathbf{p}_i, r_{ij}$  分别代表夸克质量、动量和两夸克之间的间距;  $T_{CM}$  为四夸克系统的质心动能;  $V^C$  是禁闭势;  $V^G$  是单胶子交换势;  $V$  是 Goldstone 玻色子交换势, 包括  $\pi, K$  介子;  $\mathbf{F}_i$  是盖尔曼矩阵;  $\mathbf{F}_i$  是 泡利矩阵;  $g_{ch}$  是强相互作用耦合常数;  $a$  是囚禁势的强度;  $\mu$  是色屏蔽参数.

在使用介子交换势时, 我们遵循以下规则 ( $Q$  为  $c$  夸克或  $b$  夸克):

$$V_{q\bar{q}} = \begin{cases} V^C + V^G, & q_i q_j = QQ, \bar{Q}\bar{Q} \\ V^C + V^G + V, & q_i q_j = s\bar{s} \end{cases} \tag{7}$$

其基函数可表示为:

$$\psi_{4q} = \mathcal{A} [ \psi_{2q}^i (12) \psi_{2q}^j (34) ]^{[c_4] I_4^S S_4}_{W_{c_4 M} I_4^M S_4}, \tag{8}$$

$$\psi_{2q}^i = [ \psi_{1q}^i (1) \psi_{1q}^j (2) ]^{[c_2] I_2^S S_2}_{c_2^M I_2^M S_2} (12), \tag{9}$$

$$\psi_{2q}^j = [ \psi_{1q}^i (3) \psi_{1q}^j (4) ]^{[c_2] I_2^S S_2}_{c_2^M I_2^M S_2} (34), \tag{10}$$

其中  $\mathcal{A}$  为反对称化算符:  $\mathcal{A} = \frac{1}{\sqrt{4}} [ 1 - P_{13} - P_{24} + P_{13} P_{24} ]$ , 括号  $[ ]$  表示 Clebsh-Gordan (CG) 系数耦合,  $i, j$  为双夸克团的标记 (见表 1, 2). 根据四夸克系统的量子数:  $[c_4] = [222], I_4 = 0, S_4 = 0$  或者 1 或者 2 进一步可推出 2 个双夸克团的可能组合 (见表 1). 组合共有 12 种, 其中第 1, 2, 3, 4 道为  $J^P = 0^-,$  第 5, 6, 7, 8, 9, 10 道为  $J^P = 1^+,$  第 11, 12 道为  $J^P = 2^+.$

为单粒子轨道波函数, 在 QDCSM 中是蜕定域的:

$$l = \frac{(L + 1/2 - R)}{N_l(l_1, l_2)}, \quad N_l(l_1, l_2) = \sqrt{\langle l | l \rangle} \quad (11)$$

$$r = \frac{(R + 1/2 - L)}{N_r(r_1, r_2)}, \quad N_r(r_1, r_2) = \sqrt{\langle r | r \rangle} \quad (12)$$

其中的  $l_1, l_2$  为蜕定域参数, 它们的大小由系统的动力学性质通过变分方法确定. 为高斯波函数 (定域单粒子波函数):

$$L(r) = \frac{1}{N} \left( \frac{2}{\pi} \right)^{3/4} e^{-2(r + \frac{r_1}{2})^2}, \quad (13)$$

$$R(r) = \frac{1}{N} \left( \frac{2}{\pi} \right)^{3/4} e^{-2(r - \frac{r_2}{2})^2}, \quad (14)$$

$s$  为 2 个双夸克团之间的距离.

我们采用绝热近似来计算四夸克系统的能量. 在单道情况下, 对每一个  $s$  四夸克系统的能量可以定义为:

$$E_4 = \frac{\langle \frac{k}{4q} | H | \frac{k}{4q} \rangle}{\langle \frac{k}{4q} | \frac{k}{4q} \rangle}, \quad (15)$$

其中蜕定域参数通过变分条件

$$\frac{\partial E_4}{\partial s} = 0 \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

确定. 在多道耦合情况下, 需要解哈密顿量在  $\{ \frac{k}{4q} | k = 1, \dots, 12 \}$  上的本征方程, 可以得到四夸克体系的能量和相应的波函数.

2 计算结果

利用介子的性质 (见表 2), 可以确定模型参数 (见表 3).

表 2 介子质量

Table 2 Masses of mesons

介子	$D_s$	$D_s^*$	$D$	$D^*$	$c$	$J/\psi$	$B_c$	(1s)
实验值 (MeV)	1968.2	2112.0	1869.3	2006.7	2980.4	3096.916	6286.0	9460.30
理论值 (MeV)	1968.2	2053.5	1869.3	2009.4	2980.5	3127.09	6280.6	9462.5

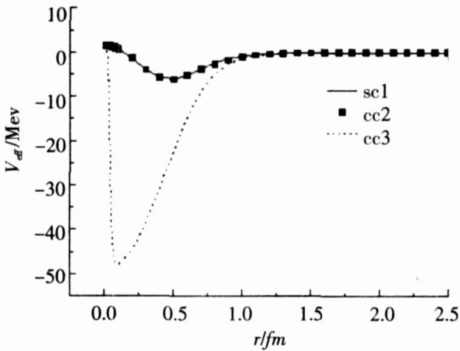
表 3 模型参数

Table 3 Model parameters

$m_{u(d)}$ (MeV)	$m_s$ (MeV)	$m_c$ (MeV)	$m_b$ (MeV)	(fm <sup>-1</sup> )
313	500	1670	4840	1.77
$a$ (MeV/fm <sup>2</sup> )	$a_0$	$a_0$ (MeV)	$a_0$ (fm <sup>-1</sup> )	
48.15	12.69	287.03	0.0012	

基于以上参数, 我们分别计算了  $\chi = 0, \chi = 0.8, \chi = 0.9, \chi = 1.0$  及  $\chi = 0.8, \chi = 0.9, \chi = 1.0$  4 种情况下四夸克体系  $bbbb, cbcb, bbcc, bsbs, bbsc, cccc, cscs, ccsc, ssss$  各个态  $0^+, 1^+, 2^+$  的各单道以及道耦合以后的等效势. 图 1, 2 给出的是  $\chi = 0, \chi = 0$  (对应于 Isgur 模型),  $\chi = 0.8, \chi = 0$  的单道、道耦合的  $bbbb$  态的等效势. 从图上可以看到, 各个色单态道之间的耦合效应比较小, 隐色道的耦合效应比较大. 两个模型比较, Isgur 模型中道耦合的影响大一些, 而 QDCSM 中等效势要深一些. 这说明 QDCSM 通过引入的夸克蜕定域与色屏蔽考虑了一部分道耦合的贡献和夸克间多体相互作用的影响.

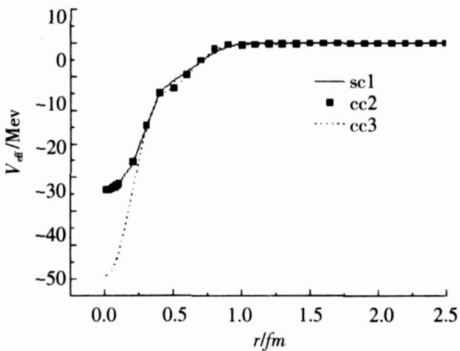
为研究夸克蜕定域与色屏蔽分别的效应, 图 3 给出了  $\chi = 0, \chi = 0.8, \chi = 0.9, \chi = 1.0$  及



sc1 是色单态单道能量, cc2 是色单态耦合后能量, cc3 是加入隐色道耦合后能量

图 1  $bbbb(0^*) \mu=0, \epsilon=0$  的等效势

Fig.1 Effective potential energy of  $bbbb(0^*) \mu=0, \epsilon=0$



sc1 是色单态单道能量, cc2 是色单态耦合后能量, cc3 是加入隐色道耦合后能量

图 2  $bbbb(0^*) \mu=0.8, \epsilon \neq 0$  的等效势

Fig.2 Effective potential energy of  $bbbb(0^*) \mu=0.8, \epsilon \neq 0$

$= 0.8$   $0.4$  种情况下的等效势. 结果表明色屏蔽的引入加深了吸引势, 而夸克蜕定域对结果几乎没有什么影响. 这不同于双重子情况, 那儿夸克蜕定域与色屏蔽是共同起作用.

其他有吸引的态大部分情况与此类似, 最低能量接近于零点, 少部分有吸引的态最低能量不在零点 (如图 4), 图 2 所示的  $ssss(2^+) = 0.8$   $0$  也是所有态中吸引最大的态. 还有一些态是完全排斥的, 在引入  $\epsilon$  以后, 部分还是排斥 (如图 5), 部分则表现出吸引 (如图 6).

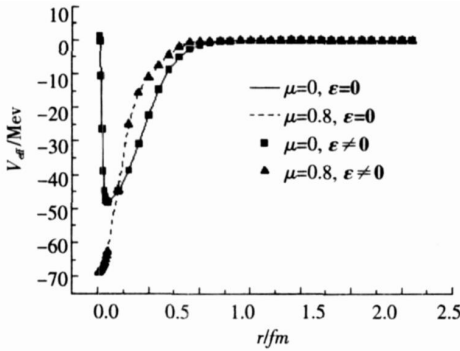


图 3  $bbbb(0^*)$  的等效势

Fig.3 Effective potential energy of  $bbbb(0^*)$

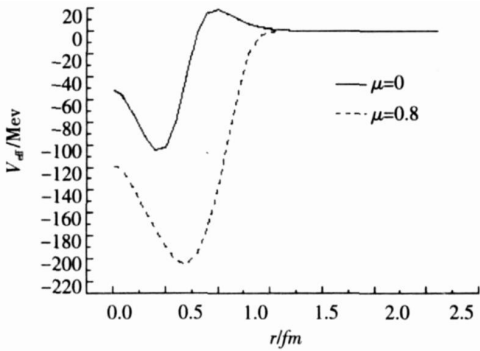


图 4  $ssss(2^*) \epsilon \neq 0$  的等效势

Fig.4 Effective potential energy of  $ssss(0^*) \epsilon \neq 0$

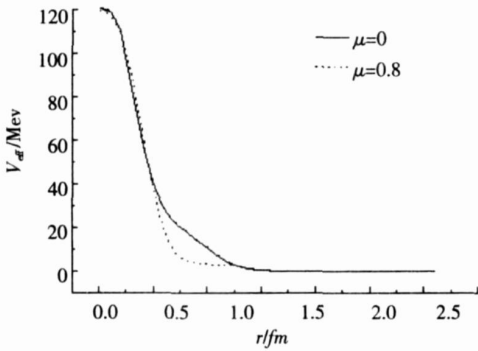


图 5  $ssss(0^*)$  4 道耦合后  $\epsilon=0$  的等效势

Fig.5 Effective potential energy of  $ssss(0^*) \epsilon=0$

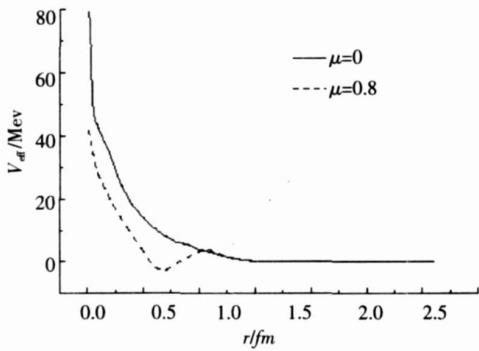


图 6  $cscs(0^*)$  4 道耦合后  $\epsilon=0$  时的等效势

Fig.6 Effective potential energy of  $cscs(0^*) \epsilon=0$

有吸引是形成共振态的必要条件, 但是有吸引并不意味着一定会形成共振态. 为了探究这些态是否能形成共振态, 我们作了以下处理: 根据势能曲线, 以无穷远点为零势能点, 我们来解薛定谔方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} \psi(r) + V(r) \psi(r) = E \psi(r), \tag{17}$$

采用了 Numerov 方法<sup>[13]</sup>, 最终没有解得本征能量和波函数. 当我们把势阱加深或者加宽时, 发现可以得到本征能量, 说明用 Numerov 方法解薛定谔方程来研究是否存在束缚态是可行的. 由此可以说明我们的模型在计算四夸克体系能量时, 虽然可以得到吸引的曲线, 但是还不足以形成束缚态.

### 3 总结

对四夸克体系, 我们采用夸克蜕定域色屏蔽模型在绝热近似情况下, 计算了由重夸克组成的四夸克态. 虽然我们计算的大部分态都有吸引, 但是还不足以形成束缚能. 虽然我们的结果 (通过引入夸克蜕定域和色屏蔽) 和传统夸克模型相比, 能量得到了较大的压低, 但同样不能形成束缚态. 目前我们只是用绝热近似的方法普遍搜索四夸克态, 四夸克系统存在与否, 具有什么样的结构, 需要实验与理论的进一步发展. 下一步, 我们希望通过动力学计算得到更好的结果.

### [参考文献]

- [1] Diakonov D, Petrov V, Polyakov M. Exotic anti-decuplet of baryons prediction from chiral solitons[J]. Z Phys A, 1997 359(3): 305-314.
- [2] Nakano T, Ahn D S, Ahn J K, et al. Evidence for a narrow  $S = +1$  Baryon resonance in photoproduction from the Neutron [J]. Phys Rev Lett 2003 91(1): 012002-1-012002-4.
- [3] BABAR Collaboration. Observation of a narrow meson state decaying to  $D_s^+ \pi^0$  at a mass of  $2.32 \text{ GeV}/c^2$  [J]. Phys Rev Lett 2003 90(24): 242001-1-242001-7.
- [4] BELLE Collaboration. Observation of a narrow charmonium like state in exclusive  $B \rightarrow K^+ \pi^- J/\psi$  decays [J]. Phys Rev Lett 2003 91(26): 262001-1-262001-6.
- [5] CLEO Collaboration. Observation of a narrow resonance of mass  $2.46 \text{ GeV}/c^2$  decaying to  $D_s^{*+} \pi^0$  and confirmation of the  $D_{sJ}^{*+}$  (2317) state [J]. Phys Rev D, 2003 68 032002-1-032002-10.
- [6] BABAR Collaboration. Observation of a board structure in exclusive  $\pi^+ \pi^- J/\psi$  mass spectrum around  $4.26 \text{ GeV}/c^2$  [J]. Phys Rev Lett 2005 95 142001-1-142001-7.
- [7] Isgur N, Karl N. Baryon decays in a quark model with chromodynamics [J]. Phys Rev D, 1980 21: 1868.
- [8] Wang F, Wu G H, Teng L J et al. Quark delocalization, color screening and nuclear intermediate range attraction [J]. Phys Rev Lett 1992 69(20): 2901-2904.
- [9] Ping J L, Wang F, Goldman T. Effective baryon-baryon potentials in the quark delocalization and color screening mode [J]. Nucl Phys A, 1999 657(1): 95-109.
- [10] Wu G H, Teng L J, Ping J L, et al. Quark delocalization, color screening and  $N-N$  intermediate range attraction P-waves [J]. Phys Rev C, 1996 53(3): 1161-1166.
- [11] Ping J L, Wang F, Goldman T. d baryon in the quark delocalization, color screening mode [J]. Phys Rev C, 2002 65 044003-1-044003-5.
- [12] Wang F, Ping J L, Wu G H, et al. Quark delocalization, color screening and dibaryons [J]. Phys Rev C, 1995 51(6): 3411-3420.
- [13] Koonin S E, Meredith D C. Computational Physics [M]. New York: Addison-Wesley, 1990.

[责任编辑: 丁 蓉]