第 32卷第 4期　南京师大学报(自然科学版)　Vol. 32 No. 4
2009年 12月　JOURNAL OF NANJING NORMAL UNIVERSITY (Natural Science Edition)　Dec. 2009

关于 s-量子空间的闭包

王习娟[1,2]，贺　伟[1]

(1. 南京师范大学数学科学学院，江苏 南京 210097)
(2. 连云港师范高等专科学校，江苏 连云港 222000)

[摘要] 引入了 s-量子空间概念，研究了 s-量子空间中闭包与网的收敛之间关系. 并得到：在 s-量子空间 X 中，任意子集 A 的闭包由 A 中网的收敛惟一确定当且仅当 X 是拓扑空间.

[关键词] s-量子空间，闭包，网，收敛

[中图分类号] O189. 11　[文献标识码] A　[文章编号] 1001-4616(2009)04-0012-04

On the Closures of s-Quantum Spaces

Wang Xijuan[1,2], He Wei[1]

(1. School of Mathematical Sciences, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)
(2. Lianyungang Teacher's College, Lianyungang 222000, China)

Abstract: In this paper, a concept of s-quantum spaces is introduced and the relationship between closures and convergence of nets are obtained. In particular, we show that the closures of each subset A of a s-quantum space X is uniquely determined by the convergence of nets in A iff X is topological.

Key words: s-quantum space, closures, nets, convergence

Quantale是研究 c^*-代数时引入的，其背景是给量子力学提供新的数学模型. 在近 20年中，有关 quantale研究的理论和应用得到了较大的发展[1,2]. 而为了提供 quantales的拓扑模型，Borceux和 Bossche在[3]中首次引入了量子空间的概念. 本文引入了 s-量子空间的概念，类似于[4]中的方法，对 s-量子空间上的闭包、聚点和收敛类、网进行了研究.

定义 1　设 L为完备格，$*$ 为 L上的一个双边关系. 我们称 $(L, *)$是一个预环，如果它满足下面两个条件：

(1) (结合律) 对任意的 a, b, c　L，$a* b* c = (a* b)* c$；

(2) (左分配律) 对任意的 b_0　L，$\mathscr{B}$　L，有 $b_0*(\ _{b\ \mathscr{B}} b) = \ _{b\ \mathscr{B}}(b_0* b)$；

(右分配律) 对任意的 b_0　L，$\mathscr{B}$　L，有 $(\ _{b\ \mathscr{B}} b)* b_0 = \ _{b\ \mathscr{B}}(b* b_0)$.

定义 2　X为非空集合，$(2^X, \&)$为一个预环，　2^X. 我们称 $(X, \ , \&)$是一个 s-量子空间，如果　满足以下 3条公理：

(Q1)　, X　.

(Q2) 如果 U_1　, U_2　，则 $U_1\& U_2$　.

(Q3) 如果 $_1$　，则 $_1$　.

我们称 X中的元素为这个 s-量子空间中的点，　的元素称为这个 s-量子空间中的开子集；我们称　为 X上的 s-量子拓扑. 有时为了方便，我们记 s-量子空间 $(X, \ , \&)$为 $(X, \&)$或 X. 如果对于任意的开子集 U，都有 $U\&X = U$，我们则称该 s-量子空间 X 为右边的. 类似地，可以给出左边的和双边的 s-量子空间的定义.

在 s-量子空间中，开子集的补集被称为闭子集. 由公理(Q3)可见，s-量子空间 X的任意子集 A存在内

收稿日期：2009-05-18
基金项目：国家自然科学基金(10331011)资助项目.
通讯联系人：王习娟，博士，副教授，研究方向：格上拓扑学. E-mail: wangxijuan69@163.com

部 A 及闭包 A. 因此 s-量子空间 X 的一个子集 A 是闭子集当且仅当 $A = A$; 一个子集 B 是开子集当且仅当 $B = B$.

在任意拓扑空间中, 对于任意的拓扑开子集 U, V, 我们定义 $U \& V = U \quad V$, 则在该 & 关系下, 拓扑空间显然是一个 s-量子空间.

例 **1** 设 X 为非空集合, 在 2^X 上定义双边关系 & 如下:

$$A \& B = \begin{cases} \quad , B = \quad , \\ A, B \quad . \end{cases} \tag{1}$$

如果 $(X) \quad 2^X$ 关于任意并封闭, 则 $(X, \quad (X), \&, \ )$ 构成一个右边的 s-量子空间.

例 **2** 设 X 是一个非平凡的半群. 我们在 2^X 上定义双边关系 & 如下: 对于任意的 $A, B \quad 2^X$, $A \& B = \{ab \mid a \quad A, b \quad B\}$. 如果 $(X) \quad 2^X$ 关于任意并封闭, 则 $(X, \quad (X), \&, \ )$ 构成一个 s-量子空间.

设 $(X, \quad, \&)$ 为 s-量子空间, 相似于拓扑空间, 我们可以给出邻域的概念. 设 $x \quad X$, $U \quad X$ 为 X 的开子集, 如果 $x \quad U$, 则我们称 U 为 x 的一个邻域. 易证 $V \quad X$ 是 X 的开子集当且仅当对任意的 $x \quad V$, 存在点 x 的邻域 U_x 使得 $U_x \quad V$.

1 闭包与网的收敛

s-量子空间 X 的子集 A 为闭子集当且仅当它的补 $X \setminus A$ 是开子集, 因而当且仅当 $X \setminus A$ 中的每个点存在一个包含于 $X \setminus A$ 的邻域, 也就是说存在一个邻域与 A 不相交. 因此 X 的子集 A 为闭子集当且仅当对任意的 $x \quad X$, 如果 x 的每个邻域与 A 相交, 则 $x \quad A$.

定义 **3** 设 X 为 s-量子空间, A 为 X 的一个子集, $x \quad X$. 如果 x 的任意邻域都含有 A 中异于 x 的点, 则称 x 为 A 的一个聚点. A 的全体聚点构成的集合我们记作 $d(A)$.

很容易我们可以验证: (1) $A \quad B$ 蕴涵 $d(A) \quad d(B)$; (2) 如果 A 是闭子集, 则 $d(A) \quad A$.

引理 **1** 设 X 为 s-量子空间, A 为 X 的任一子集, 则 A 与 $d(A)$ 的并集为 X 中的闭子集, 因此, A 的闭包 A 是 A 与 $d(A)$ 的并集.

证明　设 $x \quad A \quad d(A)$, 则存在 x 的一个邻域 U 满足 $U \quad A = \quad$. 因此 $U \quad X \setminus A$. 又因为 U 是一个开子集, 所以 $U \quad X \setminus d(A)$. 故 $U \quad X \setminus A \quad d(A)$. 因此 $A \quad d(A)$ 是一个闭子集.

对于任意的满足 $A \quad F$ 的闭子集 F, 有 $d(A) \quad d(F)$, 而由于 F 为闭子集, 因而 $d(F) \quad F$, 故 $d(A) \quad A$. 因此 $A \quad d(A) \quad A$. 又因为 $A \quad d(A)$ 为闭子集, 所以 $A \quad d(A) \quad A$.

定义 **4** 设 $(X, \quad, \&)$ 为 s-量子空间, $S = \{S_n: n \quad S\}$ 为 $(X, \quad, \&)$ 中的一个网. 则网 S 收敛于 s 当且仅当 S 中的元最终在 s 的每个邻域里.

很明显, 在 s-量子空间 X 中, 如果网 S 收敛于 s, 则 S 的每个子网也收敛于 s. $A \quad X$, 如果存在 $A \setminus \{s\}$ 中的一个网收敛于 s, 则 s 是 A 的一个聚点. 但一般情况下, 上述陈述的逆不一定成立.

定理 **1** 设 $(X, \quad, \&)$ 为 s-量子空间, 则等价命题 点 s 是 A 的聚点 　存在 $A \setminus \{s\}$ 中的一个网收敛于 s 成立当且仅当 　是 X 上的一个拓扑.

证明　假设点 s 是 X 的子集的聚点当且仅当存在 $A \setminus \{s\}$ 中的一个网收敛于 s. 我们可以断言 $\overline{A \quad B} = A \quad B$. 事实上, 根据闭包的定义, $A \quad B$ 蕴涵 $A \quad B$, 故 $A \quad B \quad \overline{A \quad B}$. 另一方面, 对于任意的 $x \quad \overline{A \quad B}$, 我们有 $x \quad A \quad B$ 或者 $x \quad d(A \quad B)$, 由假设, 存在 $A \quad B$ 中的网 $\{S_n: n \quad D\}$ 收敛于 x. 记 $D_A = \{n: n \quad D$ 且 $S_n \quad A\}$, $D_B = \{n: n \quad D$ 且 $S_n \quad B\}$. 则 $D_A \quad D_B = D$, 且 D_A 与 D_B 必有其一是 $\{S_n: n \quad D\}$ 的共尾子集. 因此 $\{S_n: n \quad D_A\}$ 或 $\{S_n: n \quad D_B\}$ 是 $\{S_n: n \quad D\}$ 的一个子网. 从而, 或者 $\{S_n: n \quad D_A\}$ 或者 $\{S_n: n \quad D_B\}$ 收敛于 x. 故 $x \quad A \quad B$. 则对任意的 $U, V \quad$, $\overline{(X \setminus U) \quad (X \setminus B)} = \overline{X \setminus U} \quad \overline{X \setminus V} = (X \setminus U) \quad (X \setminus V) = X \setminus (U \quad V)$. 从而 $U \quad V$ 是 $(X, \quad, \&)$ 中的开子集, 即 $U \quad V \quad$. 以上说明了 　是 X 上的一个拓扑.

相反地, 设 　是 X 上的一个拓扑. 则对任意的 $U, V \quad$, 有 $U \quad V \quad$. 从而 s 的所有邻域构成的集族 $\mathscr{U}$ 关于 　序定向. 如果 s 是 A 的一个聚点, 则对 s 的任意邻域 U, 存在 A 的一个点 S_U 属于 $U \setminus \{s\}$. 因为 s 的所有邻域构成的集族 $\mathscr{U}$ 关于 　序定向, 故如果 U 和 V 是 s 的邻域并满足 $V \quad U$, 则 $S_V \quad V \quad U$. 其中网 $\{S_U, U \quad \mathscr{U}\}$ 收敛于 s

在 s-量子空间 $(X, , \&)$ 中, A 为 X 的子集, 如果 s A 存在一个网 S A 收敛于 s, 我们将称 A 的闭包 A 由 A 中网的收敛惟一确定. 从而我们有:

推论 1 设 $(X, , \&)$ 为 s-量子空间, A X, 则 A 的闭包 A 由 A 中网的收敛惟一确定当且仅当 是 X 上的一个拓扑.

证明 假设点 s 属于 A 的闭包当且仅当 A 中存在一个网收敛于 s. 类似于定理 1的证明, 我们可以得到 $\overline{A \quad B} = A \quad B$. 因此如果 U 和 V 为 中元素, 则 U V 是 $(X, , \&)$ 中开集, 即 U V , 从而 是 X 上的一个拓扑.

相反地, 设 是 X 上的一个拓扑, 由定理 1可知, 如果点 s 是 X 子集 A 的一个聚点, 则 $A \setminus \{s\}$ 中存在一个网收敛于 s. 如果点 s 是 A 中点, 则值为 s 的常值网收敛于 s. 因此对于 A 的闭包中的每个点, A 中都存在一个网收敛于它.

引理 2 设 $(X, , \&)$ 为 s-量子空间, A, B 为 X 的任意两个子集, 则以下陈述成立:

(1) $\bar{\ } = $.

(2) A A.

(3) $X \setminus \overline{X \setminus (A\&B)}$ $(X \setminus \overline{X \setminus A})\&(X \setminus \overline{X \setminus B})$.

(4) $\bar{\bar{A}} = A$.

(5) A B 蕴涵 A B.

证明 由闭包的定义 (1), (2), (4), (5) 直接得.

我们只要证明 $(A\&B)$ $A\&B$, 则 (3) 立即可得. $A\&B = (_{K \quad A, K} \quad K)\&(_{G \quad B, G} \quad G) = _{K \quad A, G \quad B, K, G}$ $(K\&G)$ $_{U \quad A\&B, U}$ $U = (A\&B)$.

设 X 是一个非空集合, $(2^X, \&)$ 是一个预环. 函数 ^{c}: 2^X 2^X, $A \mapsto A^c$ 如果满足引理 2中的陈述, 即下面的 5条公理, 则我们称该算子为 X 上的闭包算子:

(a) $^c = $.

(b) A A^c.

(c) $X \setminus (X \setminus (A\&B))^c$ $(X \setminus (X \setminus A)^c)\&(X \setminus (X \setminus B)^c)$.

(d) $(A^c)^c = A^c$.

(e) A B 蕴涵 A^c B^c.

下面的定理说明了这 5条陈述实际上是 s-量子空间上闭包的刻画.

定理 2 设 X 为一个非空集合, $(2^X, \&)$ 为预环. 如果 c: 2^X 2^X 是 X 上的闭包算子, $\mathscr{F}$ 2^X 是满足 $A^c = A$ 的 X 子集全体构成的集族, 是 $\mathscr{F}$ 中元的补集构成的集族, 则 是 $(X, \&)$ 上惟一的 s-量子空间拓扑, 使得对于 X 的任意子集 A, A^c 是 A 的闭包.

证明 公理 (a) 说明了 X , 公理 (b) 显示 . 对于任意的 U_1, U_2 , 则存在 A_1, A_2 满足 $A_1^c = A_1$, $A_2^c = A_2$ 使得 $U_1 = X \setminus A_1$, $U_2 = X \setminus A_2$. 由公理 (c), 我们知道 $X \setminus (X \setminus (U_1\&U_2))^c$ $(X \setminus (X \setminus U_1)^c)\&(X \setminus (X \setminus U_2)^c) = (X \setminus A_1^c)\&(X \setminus A_2^c) = (X \setminus A_1)\&(X \setminus A_2) = U_1\&U_2$. 因此 $(X \setminus U_1\&U_2)^c$ $X \setminus U_1\&U_2$. 从而由公理 (b), 有 $X \setminus U_1\&U_2 = (X \setminus U_1\&U_2)^c$. 所以 $U_1\&U_2$. 最后我们将证明 的任意非空子集族的并仍然是 中的元. 假设 $_1$, 则对任意的 U $_1$, $(X \setminus U)^c = X \setminus U$. 因为对任意的 U $_1$, $X \setminus (_U \quad U) = _U \quad (X \setminus U)$ $X \setminus U$, 故根据公理 (e) 有 $(X \setminus (_U \quad U))^c$ $(X \setminus U)^c = X \setminus U$. 从而 $(X \setminus (_U \quad U))^c$ $_{U \quad 1} (X \setminus U) = X \setminus (_{U \quad 1} U) = X \setminus _{U \quad 1} U$. 根据公理 (b), $X \setminus _{U \quad 1} U$ $(X \setminus _{U \quad 1} U)^c$. 因此 $_{U \quad 1} U$. 以上说明了 是 X 上的一个 s-量子空间拓扑.

剩下的就是要证 $A^c = A$, A 为 A 的 $-$ 闭包. 由闭包的定义, A 是所有包含 A 的闭集的交, 由公理 (d), 知 A^c $\mathscr{F}$, 从而由公理 (b) 可得 A A^c; 因为 A $\mathscr{F}$ 蕴涵 $(A)^c = A$, 并且 A A 蕴涵 $(A)^c$ A^c, 所以 A A^c. 故 $A = A^c$.

的惟一性直接可证.

2 收敛类

定义 5 设 X 为非空集合, $(2^X, \&)$ 为一个预环, $\mathscr{C}$ 是由序对 (S, s) 构成的类, 其中 S 是 X 中的一个网

并且 s 是一个点. 如果 (S, s) $\mathscr{C}$, 我们称 S 是 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s 或者 $\lim S_n$ $s(\mathscr{C})$.

定理 3 设 $(X, \ , \&)$ 为一个 s-量子空间. 则以下 (1) ~ (4) 命题成立.

(1) 如果 S 是 X 中一个常值网, 即对每个 n, $S_n = s$, 则 S 收敛于 s.

(2) 如果 S 不收敛于 s, 则存在 S 的一个子网, 它的任意子网不收敛于 s.

(3) 设 D 为一个定向集, 对 D 中的每个 m, E_m 为定向集, F 为乘积 D $\{E_m: m$ $D\}$, 对 F 中每个 (m, f), 假设 $R(m, f) = (m, f(m))$. 如果 $\lim_m \lim_n S(m, n)$ s, 则网 S R 收敛于 s.

(4) 如果网 S 收敛于 s, 则 S 的每个子网也收敛于 s.

如果 是 X 上一个拓扑, 则命题 (5) 成立.

(5) 对任意的 a, b X, 如果 $X \backslash A$ 中的每个网都不收敛于 a, $X \backslash B$ 中的每个网都不收敛于 b, 则 $X \backslash (A\&B)$ 中的每个网都不收敛于 $\{a\}\&\{b\}$.

证明 (1)、(2)、(3) 和 (4) 的证明相似于 [5] 中相应结果的证明. 由推论 1, 我们可得 $X \backslash \overline{X \backslash (A\&B)}$ $(X \backslash \overline{X \backslash A})\&(X \backslash \overline{X \backslash B})$, 这正说明了 (5) 的成立.

定义 6 设 X 为一个非空集合, $(2^X, \&)$ 是一个预环, 我们称 $\mathscr{C}$ 为 $(X, \&)$ 上的一个收敛类, 如果它满足以下条件:

(a) 如果 S 是一个值为 s 的常值网, 则 S 为 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s.

(b) 对任意的 a, b X, 如果 $X \backslash A$ 中的每个网都不 $(\mathscr{C})$ 收敛于 a, $X \backslash B$ 的每个网都不 $(\mathscr{C})$ 收敛于 b, 则 $X \backslash (A\&B)$ 的每个网都不 $(\mathscr{C})$ 收敛于 $\{a\}\&\{b\}$.

(c) 如果网 S 不 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s, 则存在 S 的一个子网, 它的任何子网都不 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s.

(d) 设 D 为一个定向集, 对 D 中的每个 m, E_m 为定向集, F 为乘积 D $\{E_m: m$ $D\}$, 对 F 中每个 (m, f), 假设 $R(m, f) = (m, f(m))$. 如果 $\lim_m \lim_n S(m, n)$ $s(\mathscr{C})$, 则网 S R 满足 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s.

(e) 如果网 S 为 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s, 则 S 的每个子网都收敛于 s.

我们将说明每个收敛类其实可以由一个 s-量子拓扑所决定. 对任意子集 A X, 用 A^c 记所有满足下面条件的点 s 构成的集合: 存在 A 中的网 S, S 是 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s 的.

定理 4 设 X 为一个非空集合, $(2^X, \&)$ 是一个预环, $\mathscr{C}$ 是 $(X, \&)$ 中的一个收敛类. 则 ^{c} 是 $(X, \&)$ 的闭包算子并且 (S, s) $\mathscr{C}$ 当且仅当 S 相对于由 ^{c} 决定的 s-量子拓扑收敛于 s.

证明 首先我们说明 ^{c} 是一个闭包算子. 因为网是定义在一个定向集上的函数, 因为定向集非空, 所以 $^c =$. 设 A 为 X 的任意子集, s A, 由关于常值网的条件 (a) 知道存在 A 中一个网 S 是 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s 的, 因此 A A^c. A B 蕴涵 A^c B^c 是显然的. 由条件 (b) 有 $X \backslash (X \backslash (A\&B))^c$ $(X \backslash (X \backslash A)^c)\&(X \backslash (X \backslash B)^c)$. 最后我们证明 $A^{cc} = A^c$, 条件 (d) 正说明了这个结论. 如果 $\{T_m: m$ $D\}$ 是 A^c 中的一个网并且 $(\mathscr{C})$ 收敛于 t, 则对任意的 m D, 存在一个定向集 E_m 和一个 $(\mathscr{C})$ 收敛于 T_m 的网 $\{S(m, n): n$ $E_m\}$. 条件 (d) 说明一个网 $(\mathscr{C})$ 收敛于 t, 则 t A^c. 故 $A^{cc} = A^c$.

剩下的是证明 $(\mathscr{C})$ 收敛与在由算子 ^{c} 确定的 s-量子拓扑下收敛是一致的. 首先, 假设 $\{S_n: n$ $D\}$ 是 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s 并且 $\{S_n: n$ $D\}$ 关于 s-量子拓扑 不收敛于 s, 则存在 s 的开邻域 U 使得 $\{S_n: n$ $D\}$ 不能最终在 U 中. 因此存在 D 的共尾子集 E 使得对任意的 n E, S_n $X \backslash U$. 因为 $\{S_n: n$ $E\}$ 是 $\{S_n: n$ $D\}$ 的一个子网, 由条件 (e), 这个子网在 $X \backslash U$ 中 $(\mathscr{C})$ 收敛于 s. 因此 $X \backslash U$ $(X \backslash U)^c$, 并且 U 关于 不是开集. 这是一个矛盾.

最后, 假设网 P 关于 s-量子拓扑 收敛于点 r, 但却不 $(\mathscr{C})$ 收敛于点 r. 则由条件 (c), 存在一个子网 $\{T_m: m$ $D\}$, 它的任何子网都不 $(\mathscr{C})$ 收敛于 r, 如果我们构造它的一个 $(\mathscr{C})$ 收敛于 r 的子网, 则矛盾, 从而假设不成立. 对于任意的 m D, 设 $B_m = \{n: n$ D, 其中 n $m\}$. 而且设 A_m 是由 n B_m 的所有 T_n 构成的集. 因为 $\{T_m: m$ $D\}$ 关于 收敛于 r, 所以 r 必定在每个 A_m 的闭包中. 由此可得, 对每个 m D, 存在一个定向集 E_m 及 B_m 中的网 $\{U(m, n): n$ $E_m\}$ 使得网 $\{T$ $U(m, n): n$ $E_m\}$ 是 $(\mathscr{C})$ 收敛于 r. 下面用关于收敛类的条件 (d). 如果对任意的 (m, f) D $\{E_m: m$ $D\}$, $R(m, f) = (m, f(m))$, 则 T U

(下转第 20页)

[参考文献]

[1] Kruscal J B. Linear transformation of multivariate data to reveal clustering[M] // Multidimensional scaling Theory and application in the behavioral sciences (I) theory. New York and London: Seminar Press, 1972.

[2] Firedman J H, Turkey J W. A projection pursuit algorithm for exploratory data analysis[J]. IEEE Trans on Computer, 1974, 23(9): 881-890.

[3] Huber P J. Projection pursuit (invited paper)[J]. The Annals of Statistics, 1985, 13(2): 435-475.

[4] 金菊良,张欣莉,丁晶.评估洪水灾情的投影寻踪模型[J].系统工程理论与实践, 2002, 22(2): 140-144.

[5] 金菊良.投影寻踪模型在水资源工程方案优选中的应用[J].系统工程理论方法应用, 2004, 13(1): 81-84.

[6] 张欣莉,任仕泉,罗利.企业竞争力评价的投影寻踪模型[J].数理统计与管理, 2005, 25(4): 53-55.

[7] Liu Bao, Shen Zhenkang, Sun Zhougkang. A pattern recognition method using projection pursuit[C] // IEEE Aerospace and Electronics Conf, 1990: 300-302.

[8] 付强,赵小勇.投影寻踪模型原理及其应用[M].北京:科学出版社, 2006.

[9] 倪长健,崔朋.投影寻踪动态聚类模型[J].系统工程学报, 2007, 22(6): 634-638.

[10] 杨晓华,陆桂华,郦建强.混合加速遗传算法在流域模型参数优化中的应用[J].水科学进展, 2002, 13(3): 340-344.

[责任编辑:丁 蓉]

(上接第15页)

R是$(\mathscr{C})$收敛于r的. 进而, 如果p m, 则U $R(p, f) = U(p, f(p))$ B_m; 即U $R(p, f)$ m. 这可以直接推出T U R是T的一个子网, 从而定理成立.

推论 2 设$\mathscr{C}$是$(X, \&)$中的一个收敛类. 由$\mathscr{C}$确定的X的s-量子拓扑是X上的拓扑.

[参考文献]

[1] Susan B Niefield, Kimmo I Rosenthal. Constructing locales from quantales[J]. Math Proc Camo Phil Soc, 1988, 104(2): 215-233.

[2] Borceux F, Bossche G Van Den. Quantales and their sheaves[J]. Order, 1986, 3(1): 61-87.

[3] Borceux F, Bossche G Van Den. An essay on non-commutative topology[J]. Topology and its Applications, 1989, 31(2): 203-223.

[4] Johnstone P T. Stone Spaces[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

[5] John L Kelly. General Topology[M]. New York: Springer-Verlag, 1955.

[责任编辑:丁 蓉]