# 逼近空间的拓扑方法

李伯权[1,2], 贺 伟[1]

(1. 南京师范大学数学科学学院, 江苏 南京 210046)
(2. 安徽师范大学数学计算机科学学院, 安徽 芜湖 241003)

[摘要] 逼近空间理论最早由 V. A. Efremovič 教授于 1952年从拓扑角度建立起来, 最近, Dimiter Vakarelov和 Ivo Duntsch等应用该理论于空间推理. 本文从格及拓扑角度来研究逼近空间的若干性质, 研究了弱逼近空间以及其与正则开集簇的联系, 同时研究了逼近空间的和, 给出了从一簇逼近空间来构造和空间的一般方法. 最后给出了构造严格(弱)预逼近空间的一种方法.

[关键词] 弱逼近空间, 逼近空间, 扩展的, 和拓扑
[中图分类号] O159 [文献标识码] A [文章编号] 1001-4616(2011)01-0001-05

## Topological Approach for Proximity Spaces

Li Boquan[1,2], He Wei[1]

(1. School of Mathematical Sciences, Nanjing Normal University, Nanjing 210046, China)
(2. School of Mathematical and Computer Sciences, Anhui Normal University, Wuhu 241003, China)

**Abstract**: The theory of proximity spaces was found early in 1952 by professor V. A. Efremovič from topological point of view. Recently Dimiter Vakarelov and Ivo Duntsch etc. applied this theory to the field of QSR. In this paper, we mainly investigate some properties of proximity spaces from lattice and topological point of view. This paper investigate weak proximity space and its relationship with regular open sets, meanwhile this paper investigated the sum of proximity space, we give a general method of constructing sum space from a family of proximity spaces. At last, we propose a method of constructing of strict(weak) pre-proximity space.

**Key words**: weak proximity space, proximity space, extensional, sum topology

区域连接演算(RCC)是定性空间推理[1-4]的一个研究热点. 连接关系 $C$ 是空间区域的一个基本关系. 在这个基本关系 $C$ 定义了以后, 我们可以定义以下拓扑关系: ($A, B, C$ 为空间区域)

$$DC(A,B) \quad C(A,B).$$

$$P(A,B) \quad C[C(C,A) \quad C(C,B)].$$

$$PP(A,B) \quad P(A,B) \quad P(B,A).$$

$$PPi(A,B) \quad P(B,A) \quad P(A,B).$$

$$EQ(A,B) \quad P(A,B) \quad P(B,A).$$

$$PO(A,B) \quad O(A,B) \quad P(A,B) \quad P(B,A).$$

$$EC(A,B) \quad C(A,B) \quad O(A,B).$$

$$TPP(A,B) \quad PP(A,B) \quad C[EC(C,A) \quad EC(C,B)].$$

$$TPPi(A,B) \quad PP(B,A) \quad C[EC(C,B) \quad EC(C,A)].$$

$$NTPP(A,B) \quad PP(A,B) \quad C[EC(C,A) \quad EC(C,B)].$$

$$NTPPi(A,B) \quad PP(B,A) \quad C[EC(C,B) \quad EC(C,A)].$$

收稿日期: 2010-03-28
基金项目: 国家自然科学基金(10731050).
通讯联系人: 李伯权, 博士研究生, 讲师, 研究方向: 空间推理. E-mail: lbq7880@mail.ahnu.edu.cn

一个重要的空间推理模型是完全正则连通拓扑空间中的非空正则闭子集簇. 每一个非空正则闭子集被看作空间中的一个非空区域(region). 设 $x$, $y$ 为非空正则闭子集, 我们定义连接关系 $C$ 为: $xCy$　$x$　　$y$　. 逼近空间理论[5-7] 中有一个逼近关系　, 这个逼近关系　与区域连接演算理论中的连接关系 $C$ 具有非常相似的性质, 从而有助于我们对逼近空间理论的研究进行定性空间推理.

本文研究了逼近空间以及一种弱逼近空间, 并给出一些拓扑性质, 同时给出了一个构造严格(弱)预逼近空间的方法.

## 1　弱逼近空间及其拓扑

**定义 1**[5]　令 $X$ 为一非空集合.　为定义在 $X$ 的幂集 $\mathscr{P}(X)$ 上的一个二元关系. 当　满足下列条件(c1) ~ (c5)时, 我们称　为弱逼近. 称 $(X,\ )$ 为一个弱逼近空间.

(c1) 若 $A$　$B$　　, 则有 $A$ $B$.

(c2) 若 $A$ $B$, 则有 $A, B$　　.

(c3) $A$ $B$ 蕴含 $B$ $A$.

(c4) 若 $A$　$B$, $C$ $A$, 则有 $C$ $B$.

(c5) 若 $A(-\ )B$, 则存在 $C$, 使得 $A(-\ )C$, $B(-\ )(X\setminus C)$.

以上的 $-$　表示二元关系　的否定. 如果我们把(c4)替换成以下条件:

(c4) $A$　$(B$　$C)$　$A$ $B$ 或 $A$ $C$,

则我们称 $(X,\ )$ 为逼近空间. 若　满足条件(c1) ~ (c4), 则称 $(X,\ )$ 为弱预逼近空间. 若　满足(c1), (c2), (c3)和(c4), 则称 $(X,\ )$ 为预逼近空间. 我们知道若 $(X,\ )$ 为一个逼近空间, 则 $Cl(A) = \{x$　$A \mid x$ $A\}$ 为一个闭包算子, 从而　$= \{X\setminus A \mid A = Cl(A)\}$ 构成了 $X$ 上一个拓扑. 令 $Cl$　为由　生成的闭包算子, 则有 $Cl$　$= Cl$.

对于弱闭包空间 $(X,\ )$, 我们有以下事实:

**事实 1**　　$(-\ )A$.

**事实 2**　对于非空集 $A$, $A$ $A$.

**定义 2**[5]　令 $X$ 为非空集合. 若算子 $C^*: \mathscr{P}(X)$　　$\mathscr{P}(X)$ 满足以下条件:

(1) $C^*(\ ) =$　.

(2) $A$　$B$　$C^*(A)$　$C^*(B)$.

(3) $A$　$C^*(A)$.

(4) $C^*(C^*(A)) = C^*(A)$.

我们称 $C^*$ 为一个弱闭包算子.

若把条件(2)替换成(2 ): $C^*(A$　$B) = C^*(A)$　$C^*(B)$, 我们就得到一个闭包算子. 显然, 给定 $X$ 上一个闭包算子 $C^*$ 就有一个惟一的拓扑　, 使得　$A$　$X$, $C^*(A)$ 是拓扑空间 $(X,\ )$ 中 $A$ 的闭包.

令 $\mathscr{B}$ 为拓扑空间 $(X,\ )$ 的一簇闭集, 若空间中每一个闭集都能表示成 $\mathscr{B}$ 中若干成员的交集, 我们称 $\mathscr{B}$ 是一个拓扑闭基. 令 $\mathscr{S}$ 为拓扑空间 $(X,\ )$ 的一簇闭集, 若 $\mathscr{S}$ 中成员作有限交构成新的集簇是一个拓扑闭基, 我们则称 $\mathscr{S}$ 为一个拓扑闭子基.

**定理 1**　设 $C^*$ 为非空集 $X$ 上弱闭包算子, 则存在 $X$ 上一个拓扑　, 而且 $S = \{S \mid S = C^*(S)\}$ 为拓扑闭子基. 进而若令 $C_S(A) =$　　$\{S \mid S$　　$S, A$　　$S\}$, 则有 $C_S = C^*$.

证明　因　　　$\mathscr{S}$, 从而存在 $X$ 上拓扑　, 而且 $\mathscr{S}$ 为拓扑闭子基. 对于任意 $A$　　$X$, 下面证明 $C_S(A) = C^*(A)$. 对于任意 $A$　　$S$, $S$　　$\mathscr{S}$, 我们有 $C^*(A)$　　$C^*(S) = S$, 即 $C^*(A)$　　$C_S(A)$. 若 $C^*(A) = X$, 显然有 $C_S(A)$　　$C^*(A)$. 若 $C^*(A)$　　$X$, 则由 $C^*(C^*(A)) = C^*(A)$, 得 $C^*(A)$　　$\mathscr{S}$ 同时由 $A$　$C^*(A)$, 得 $C_S(A)$　　$C^*(A)$. 从而 $C^*(A) = C_{\mathscr{S}}(A)$. 证毕.

**定理 2**　设 $(X,\ )$ 为弱逼近空间, 则算子 $Cl$: $Cl(A) = \{x$　$X \mid \{x\}$ $A\}$ 为弱闭包算子.

证明　令 $(X,\ )$ 为弱逼近空间.

(1) 由定义 1(c2)得 $Cl(\ ) =$　.

(2) 由定义 1(c3) 得 $A \quad B \quad Cl(A) \quad Cl(B)$.

(3) 由定义 1(c4) 得 $A \quad C^{*} \ (A)$.

(4) 只需要证明 $Cl(Cl(A)) \quad Cl(A)$. 对于任意 $x \quad Cl(A)$, 即 $x(- \ )A$, 则由定义 1(c5), 存在 $C \quad X$ 使得 $x(- \ )C$, $(X \setminus C)(- \ )A$. 从而有 $y \quad X \setminus C$, $y(- \ )A$, $(X \setminus C) \quad Cl(A) = \ $ . 由定义 1(c4) 有 $Cl(A) \quad C$ 及 $x(- \ )C$. 从而 $x(- \ )Cl(A)$, $x \quad Cl(Cl(A))$. 证毕.

设 $(X, \ )$ 为一个弱逼近空间, 则由定理 1, 定理 2 知道: 存在 $X$ 上一个拓扑 , 而且 $\mathscr{S} = \{S \mid S = Cl(S)\}$ 为它的拓扑闭子基.

令 $C_S(A) = \quad \{S \mid S \quad S$ 以及 $A \quad S\}$, 则有 $C_S(A) = Cl(A)$.

令 $C(A)$ 为拓扑空间 $(X, \ )$ 中子集 $A$ 的 Kuratowski 闭包, 我们知道 Kuratowski 闭包算子 $C$ 未必就是 $Cl$. 我们有如下事实: $C(A) \quad C_S(A)$.

令 $(D, 0, 1, +, \ )$ 为有界分配格. 我们定义 $D$ 上两个关系: 一个为重叠关系 $\mathscr{O}$: $x\mathscr{O}y \quad x \quad y \quad$ . 另一个是反重叠关系 $\mathscr{U}$: $x\mathscr{U}y \quad x + y \quad 1$. 令 $\mathscr{O}(x) = \{y \mid x\mathscr{O}y\}$, $\mathscr{U}(x) = \{y \mid x\mathscr{U}y\}$. 若 $( \quad x, y)[\mathscr{O}(x) = \mathscr{O}(y) \quad x = y]$, 我们称 $\mathscr{O}$ 是扩展的. 类似地, 若 $( \quad x, y)[\mathscr{U}(x) = \mathscr{U}(y) \quad x = y]$, 我们称 $\mathscr{U}$ 为扩展的.

文 [6, 8] 给出以下事实.

**事实 3** $\mathscr{O}$ 是扩展的当且仅当 $( \quad a, b)[\mathscr{O}(a) \quad \mathscr{O}(b) \quad a \quad b]$.

**事实 4** $\mathscr{U}$ 是扩展的当且仅当 $( \quad a, b)[\mathscr{U}(b) \quad \mathscr{U}(a) \quad a \quad b]$.

**定理 3** 设 $(X, \ )$ 为弱逼近空间, 则存在 $X$ 上一个拓扑 , 有拓扑子基 $\mathscr{S} = \{A \mid A = Cl(A)\}$. 令 $\mathscr{B}$ 为由 $\mathscr{S}$ 生成的拓扑基, 假设 为定义在 $\mathscr{B}$ 上的二元运算, 使得 $(\mathscr{B}, \ , X, +, .)$ 是一个格. 令 $RO(X)$ 为拓扑空间 $(X, \ )$ 中正则开集簇. 则以下条件等价:

(1) $B$ 是 $\mathscr{O}$ 扩展的.

(2) $\mathscr{B} \quad RO(X)$.

(3) 对于 $A, B \quad \mathscr{B}(X)$, 有 $A + B = \mathrm{int}(Cl(A \quad B))$.

证明 注意到:

$$\mathrm{int}(A) = \quad \{B \quad \mathscr{B} \mid B \quad A\}.$$

$$Cl(A) = X \setminus \quad \{B \quad \mathscr{B} \mid A \quad B = \quad \} = \quad \{X \setminus B \mid B \quad \mathscr{B}(X), A \quad B = \quad \}.$$

(1) (2). $A \quad \mathscr{B}$,

$$\mathrm{int}(Cl(A)) = \quad \{B \quad \mathscr{B} \mid B \quad Cl(A)\} = \quad \{B \quad B \mid B \quad A\} = \mathrm{int}(A) = A.$$

需证明对于任意 $A, B \quad \mathscr{B}, B \quad Cl(A) \quad B \quad A$.

$$\begin{aligned} B \quad Cl(A) \quad B \quad X \setminus \quad \{C \quad \mathscr{B} \mid A \quad C = \quad \} \\ B \quad ( \quad \{C \mid C \quad \mathscr{B}, A \quad C = \quad \}) = \\ \{B \quad C \mid C \quad \mathscr{B}, A \quad C = \quad \} = \\ C \quad \mathscr{B}, A \quad C = \qquad B \quad C = \\ C \quad \mathscr{B}(X), B \quad C \qquad A \quad C = \qquad B \quad A. \end{aligned}$$

(2) (1). 令 $A \quad B$, 下面证明 $\mathscr{O}(A) \quad \mathscr{O}(B)$. 由 $A \quad B$, 可证 $A \quad Cl(B)$: 若 $A \quad Cl(B)$, 有 $A = \mathrm{int}(Cl(B)) = B$, 得出矛盾.

从而

$$\begin{aligned} A \quad Cl(B) \quad A \quad (X \setminus Cl(B)) \\ A \quad ( \quad \{C \mid C \quad \mathscr{B}, B \quad C = \quad \}) \\ \{A \quad C \mid C \quad \mathscr{B}, B \quad C = \quad \} \\ C \quad \mathscr{B}, \text{使得 } A \quad C \quad , \text{而 } C \quad B = \\ C \quad \mathscr{O}(A) \text{ 以及 } C \quad \mathscr{O}(B) \\ \mathscr{O}(A) \quad \mathscr{O}(B). \end{aligned}$$

(2) (3). 令 $\mathscr{B} \quad RC(X)$, 则有 $A + B \quad \mathscr{B}$, $A + B = \mathrm{int}(Cl(A + B))$, $A \quad A + B$, $B \quad A + B$, $A \quad B \quad A + B$. 则有 $A + B = \mathrm{int}(Cl(A + B)) \quad \mathrm{int}(Cl(A \quad B))$. 另一方面, 由 $\mathrm{int}(Cl(A \quad B)) \quad \mathrm{int}(Cl(A)) = A$ 和 $\mathrm{int}(Cl(A \quad B)) \quad \mathrm{int}(Cl(B)) = B$, 我们有 $\mathrm{int}(Cl(A \quad B)) \quad A \quad B$.

(3) (2). 令$A + B = \mathrm{int}(Cl(A \quad B))$. 则有$A = A + A = \mathrm{int}(Cl(A \quad A)) = \mathrm{int}(Cl(A))$, 从而有$\mathscr{B} \quad RO(X)$. 证毕.

注　在空间推理领域, 正则开(闭)集簇构成$RCC8$的两个拓扑模型. 从而定理 3给出了弱逼近空间和正则开集簇的联系, 进而为从弱逼近空间角度来研究拓扑空间推理提供了依据[9, 10].

## 2　逼近空间的和与拓扑和

定义 3[11]　令$\{(X_s, \quad _s)\}_{s \quad S}$为一簇互不相交的拓扑空间. 即$X_s \quad X_t = \quad , s \quad t$. 令$X = {}_{s \quad S}X_s$, 为$X$的子集簇, 满足: $U \quad X$以及任意$s \quad S$, 都有$\underset{s \quad S}{U}X_s$为$X_s$中开集. 显然 为$X$上一个拓扑, 称之为$\{X_s\}_{s \quad S}$的拓扑和, 记为$({}_{s \quad S}X_s, \quad {}_{s \quad S} \quad _s)$.

性质 1[11]　集$A \quad {}_{s \quad S}X_s$是闭集当且仅当对于任意$s \quad S$, $A \quad X_s$为$X_s$中闭集.

性质 2[11]　$X_s$在拓扑和${}_{s \quad S}X_s$中 既是开集也是闭集.

性质 3[11]　令$\{X_s\}_{s \quad S}$为一簇互不相交的拓扑空间. 若$S = {}_{t \quad T}S_t$, 其中$S_t \quad S_{t'} = \quad , t \quad t'$, 则有${}_{s \quad S}X_s = {}_{t \quad T}({}_{s \quad S_t}X_s)$.

定理 4　令$(X_i, \quad _i)\ (i \quad I)$为一簇逼近空间. $(X_i, \quad _{\quad i})\ (i \quad I)$为由给定的那一簇逼近空间$(X_i, \quad _i)\ (i \quad I)$所诱导的拓扑空间. 定义${}_{i \quad I}X_i$上二元关系 为: $(\quad A, B \quad {}_{i \quad I}X_i)\ A \quad B \qquad i \quad I, (A \quad X_i) \quad _i (B \quad X_i)$. 则 是一个逼近关系. 进而令 为${}_{i \quad I}X_i$上由 所诱导的拓扑, 令${}_{i \quad I} \quad _i$为${}_{i \quad I}X_i$上拓扑和, 则有 $= {}_{i \quad I}$ .

证明　首先我们证明 是${}_{i \quad I}X_i$上一个逼近关系.

(C1) 若$A \quad B$ , 即存在$i \quad I$, 使得$(A \quad X_i) \quad (B \quad X_i)$ , 有$(A \quad X_i) \quad _i (B \quad X_i)$. 从而$A \quad B$.

(C2) 若$A \quad B$, 即存在$i \quad I$, 使得$(A \quad X_i) \quad _i (B \quad X_i)$, 则有$A \quad X_i$ , $B \quad X_i$ . 从而$A, B$ .

(C3) 显然有$ADB$蕴含$BDA$.

(C4c) $AD(B \ G \ C)\ Z\ (v \ iI \quad I)\ (A \ H \ X_i)D_i[(B \ G \ C)\ H \ X_i]\ Z\ (v \ iI \quad I)\ (A \ H \ X_i)D_i[(B \ H \ X_i)\ G\ (C \ H \ X_i)]\ Z\ (v \ iI \quad I)\ (A \ H \ X_i)D_i(B \ H \ X_i)$或$(A \ H \ X_i)D_i(C \ H \ X_i)ZADB$或$ADC$.

(C5) 若$A(-D)B$, 即对于任意$iI \quad I$, $(A \ H \ X_i)(-D_i)(B \ H \ X_i)$. 若$A \ H \ X_{i \ X}$ 以及$B \ H \ X_{i \ X}$ , 则存在$C_i$使得$(A \ H \ X_i)(-D_i)C_i$且$(B \ H \ X_i)(-D_i)(X_i \backslash C_i)$; 若$A \ H \ X_i =$ 以及$B \ H \ X_{i \ X}$ , 则取$C_i = X_i$; 若$A \ H \ X_{i \ X}$ 以及$B \ H \ X_i =$ , 则取$C_i =$ . 令$C = G \ C_i$, 则有$A(-D)C$及$B(-D)(X \backslash C)$.

我们下面证明$S_D = {}_{iI \quad I}S_{D_i}$.

注意到: $S_D = \{{}_{iI \quad I}X_i \backslash A \mid A = Cl_D(A)\}$,

$$Cl_D(A) = \{xI \ {}_{iI \quad I}X_i \mid \{x\}DA\} = \underset{iI \quad I}{G}\{xI \ X_i \mid \{x\}D_iA\} = \underset{iI \quad I}{G}Cl_{D_i}(A \ H \ X_i).$$

$$S_{D_i} = \{X_i \backslash A_i \mid A_i = Cl_{D_i}(A_i)\}.$$

所以有: $S_D = \{{}_{iI \quad I}X_i \backslash A \mid A = Cl_D(A)\} = \{\underset{iI \quad I}{G}(X_i \backslash (A \ H \ X_i)) \mid A \ H \ X_i = Cl_{D_i}(A \ H \ X_i)\} = {}_{iI \quad I}S_{D_i}$. 证毕.

注　在空间推理领域, 对于路径一致的$RCC8$基本关系网络能否一定有一个拓扑实现是一个重要的问题, 我国学者李三江给出了一个直接的构造和空间的方法解决了这个问题, 从而和空间可应用于空间拓扑实现. 定理 4给出了从一簇逼近空间来构造和空间的一般方法.

## 3　严格模型的构造

在一个(弱)预逼近空间$(X, D)$中, 我们定义二元关系$P$和$EQ$如下: $P(A, B)\ Z\ P\ C\ (CDA \ y \ CDB)$; $EQ(A, B)\ Z\ P(A, B)\ C\ P(B, A)$. 在空间推理模型中, 二元关系$EQ$并不一定是相等关系 =, 也就是说对于两个空间区域$A$和$B$来说, 可能出现$EQ(A, B)$但是$A \ X \ B$的情况. 当二元关系$EQ$和 = 相一致时, 我们就称此(弱)逼近空间$(X, D)$是严格的(strict). 下面, 我们给出构造严格(弱)预逼近空间的一种方法.

定理 5　令$(X, D)$为(弱)预逼近空间. 定义等价类: $[A] = \{Ac P(A, Ac)$及$P(Ac, A)\}$. 显然$\{[A] A \ I \ P(X)\}$形成$P(P(X))$的一个分划. 定义如下关系$[A]Dc[B]\ Z\ v\ AcI\ [A]$及$BcI\ [B]$使得$AcDBc$;

) 4 )

则 $(P(X), Dc)$ 为严格 (弱) 预逼近空间.

证明　易证 $(P(X), Dc)$ 为一个 (弱) 预逼近空间. 下证它是严格的. 先定义 $Pc$ 如下:

$$[A]Pc[B] Z P[C]([C]Dc[A] y [C]Dc[B]) Z [P C A X](CDA y CDB).$$

若 $[A]Pc[B]$ 及 $[B]Pc[A]$, 则有 $[A] = [B]$. 需证明 $[A] = [B] Z PX I [A] \backslash X I [B]$.

现证明 $X I [A] y X I [B] Z XPA$ 及 $APX y XPB$ 及 $BPX$.

$$XPB Z P CDX y CDB.$$

对于任意 $CDX$, 存在 $[Cc]$, 使得 $C I [Cc]$, $[Cc] Dc[A]$, 又由 $[A]Pc[B]$, 得 $[Cc] Dc[B] y v CdI [Cc]$, $BcI [B]$, 从而有 $CdDBcy CdDB y BDCdy BDC y CDB$. 类似可证 $BPX$. 证毕.

注意到 Dc一般来说不满足定义 1的条件 (c5).

最后, 设 $(X, D)$ 为一个逼近空间. 我们知道每个逼近空间 $(X, D)$ 诱导一个拓扑空间 $(X, SD)$, 其中 $SD = \{X \backslash A \mid A = ClD(A)\}$. 如果我们定义逼近关系 D为: $ADB Z A H B X$ , 则逼近空间 $(X, D)$ 诱导一个离散拓扑空间. 如果我们定义逼近关系 D为: 对于任意 $A, B < X$, 都有 $ADB$, 则逼近空间 $(X, D)$ 诱导一个平庸拓扑空间. 当然这是两个极端情形.

## [参考文献]


[1] RandellD, Cohn A, Cui Z Computing transitivity tables A challenge for automated theorem Provers[C] // Proc CADE 11, Saratoga Springs, NY. Berlin Springer, 1992: 786-790.

[2] Randell D, Cui Z, Cohn A. A spatial logic based on regions and connection[C] // Proc 3rd International Conference on Knowledge Representation and Reasoning Los Altos Morgan Kaufmann, 1992: 165-176.

[3] D ntsch I, Wang H, McCloskey S. A relation-algebraic approach to the region connection calculus[J]. Theoretical Computer Science, 2001, 255(1): 63-83.

[4] D ntsch I, Wang H, McCloskey S. Relation algebra in qualitative spatial reasoning[J]. Fundamenta Mathematicae, 1999, 39(3): 229-248

[5] Naimpally S A, Warrack B D. Proximity Spaces[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1970.

[6] Vakarelov D, Dimov G, D ntsch D, et al A proximity approach to some region-based theories of space[J]. Journal of Applied Non-classical Logics, 2002, 12(3/4): 527-529.

[7] Vakarelov D, D ntsch D, Bennett B. A note on connection proximity spaces and connection based mereology[C] // Proc 2nd International Conference on Formal Ontology in Information Systems (FOIS. 01). New York: ACM, 2001: 139-150.

[8] D ntsch I, Winter H. A representation theorem for Boolean contact algebras[J]. Theoretical Computer Science, 2005, 347(3): 498-512.

[9] Roeper P. Region-based topology[J]. Journal of Philosophical Logic, 1997, 26(3): 251-309.

[10] Simons P Parts A Study in Ontology[M]. Oxford Clarendon Press, 1987.

[11] Engelking R. General Topology[M]. Warszawa PWN, 1977.


[责任编辑: 丁　蓉]