二阶多个体系统控制受限下的无碰撞速度一致性问题

史玉石[1],朱建栋[2],陈 腾[2]

(1. 南京理工大学紫金学院,江苏 南京 210046)
(2. 南京师范大学数学科学学院,江苏 南京 210046)

[摘要] 针对具有二阶积分器动态的多个体网络系统,研究了控制输入幅值受限情况下的无碰撞速度一致性问题. 利用所给出的一个新的能量函数,提出了一个非线性控制协议,在一定条件下,实现了如下几点: 1. 每个个体的速度渐近地趋于一致; 2. 个体之间没有碰撞发生; 3. 控制输入的幅值不超过期望的界限. 将已有的关于无碰撞速度一致性问题的研究成果推广到了控制输入幅值受限的情形.

[关键词] 二阶动态系统,无碰撞,控制受限,速度一致性
[中图分类号] O231.1 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2011)04-0033-06

Velocity Consensus of Second-Order Multi-Agent Systems With Collision Avoidance and Control Limitation

Shi Yushi[1], Zhu Jiandong[2], Chen Teng[2]

(1. Zijin College, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210046, China)
(2. School of Mathematical Sciences, Nanjing Normal University, Nanjing 210046, China)

Abstract: In this paper, for multi-agent systems with the second-order integrator dynamics, the velocity consensus problem with collision avoidance and amplitude constraint of control is investigated. Using a new energy function, a nonlinear control protocol is proposed. Under some conditions, the following three points are achieved: (i) all the agents' velocity vectors reach agreement asymptotically; (ii) there is no collision among the agents; (iii) the amplitude of control input is bounded by an expected value. These contributions generalize the results on consensus to the case of constrained control.

Key words: second-order dynamics, collision avoidance, control limitation, velocity consensus

近些年来,关于多个体系统运动的一致性问题引起了相关研究人员的极大关注. 比如多个运动的智能机器人[1]、无人驾驶的飞机[2],每个个体自身都有相同的或相似的动态方程,且不同个体之间可能有信息传递发生. 它们各自要完成的任务,就是借助从其他个体那里得到信息,通过控制协议使自身的状态渐近地与其他个体的状态趋于一致. 人们所要做的就是利用个体自身的动态方程和个体间信息传递的网络拓扑结构,设计控制输入协议,最终实现群体的一致性. 因其广泛的实际应用背景,引起了控制理论界的广泛兴趣,并取得了丰硕的研究成果.

关于具有一阶动态的多个体系统的一致性问题,比较早的文献可见[3-5],文献[3]基于有向图对一致性问题建立了一个理论框架,并考虑了切换拓扑及信息传输时滞问题. 针对固定拓扑情形,提出了一个线性控制协议,给出闭环系统实现一致性的一个充分条件,即有向图的强连通性. 文献[4]则进一步给出了一致性的充要条件,即在有向图中存在有向生成树. 文献[5]也给出了等价的结果.

根据牛顿第二定律建立的数学模型往往是二阶动态方程,因此对二阶动态多个体系统的研究更具有实际意义. 文献[6,7]较早地关注了这类问题,其中文献[6]提出了一种线性一致性协议,文献[7]提出

收稿日期: 2010-12-15.
基金项目: 国家自然科学基金(61074115,10701042).
通讯联系人: 朱建栋,教授,研究方向: 控制理论. E-mail: zhujiandong@njnu.edu.cn

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

了带有调节参数的控制协议，指出了闭环系统的一致性不仅与信息传输网络的拓扑结构有关，并且与参数的选择有关，得到实现一致性的一个充分条件. 文献[8]则把一致性算法应用到了小车的编队控制中. [9]给出了更一般形式的控制协议，得到了一致性的充要条件，通过选择不同的参数，可得到不同形式的一致性状态. 文献[10]在[9]的基础上又提出了加权平均一致性协议，并推广了[9]中的相关结果.

此外，针对不同的二阶多个体系统模型，出现了许多优秀的研究成果，比如文献[11]考虑了随机切换拓扑情形，给出了新的一致性条件. 在文献[12]中，假定位置信息和速度信息的传递网络拓扑可以是不同的，并给出有界的控制协议，使个体最终位置向量和速度分量各自趋于一致.

近年来，群集运动的无碰撞一致性问题受到了研究人员的重视. 具有相同动态方程的智能群体，通过所设计的控制协议使得智能群体的运动状态渐近地实现一致性，并且在运动的过程中个体之间没有碰撞发生. Tanner等在[13,14]中利用势场法和力学分析技巧，考虑了基于无向信息传输网络的智能群体群集运动控制问题，既涉及到固定拓扑情形，也包括切换拓扑情形. 文献[15]基于结构能量函数和一致性协议提出了无向切换网络的群集运动控制算法，并讨论了避障和跟踪问题. 文献[16]则利用一个新的能量函数，设计了一个新的群集运动无碰撞控制协议. 需要提出的是，对无碰撞的一致性问题，一般考虑的是无向网络，所设计的控制协议也是非线性的. 无碰撞的要求在编队控制中同样存在.

在实际应用中，控制输入往往受到幅值或能量方面的限制. 研究输入受限下的控制问题也更具有实际意义，这也是多年来控制理论领域的一个研究热点. 文献[17]对二阶动态多个体系统提出了一个有界控制输入协议，并对输入上界进行了估计，但文中没有涉及无碰撞的要求. 能否借鉴[17]中设计有界控制协议的思想在群集控制中设计输入受限的无碰撞一致性协议呢？本文正是围绕这一问题展开研究. 关于这方面的研究成果还未见报道.

本文对二阶多个体系统，给出了一种控制受限的控制输入协议. 根据控制输入的界值，可以设定控制器中的参数，确定系统初值的范围，保证了控制受限下闭环系统实现速度一致性. 文中个体系统的不同状态分量信息传递的网络拓扑结构可以是不同的.

1　控制受限下无碰撞的速度一致性设计

考虑由 n 个个体构成的多个体系统，每个个体的动态方程为如下二阶积分器

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{r}}_i = \boldsymbol{v}_i, \\ \dot{\boldsymbol{v}}_i = \boldsymbol{u}_i, \end{cases} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{v}_i, \boldsymbol{u}_i \in \mathbf{R}^m, i \in I, m \geqslant 1$. $\boldsymbol{r}_i$ 为个体 i 的位置向量，$\boldsymbol{v}_i$ 为个体 i 的速度向量，$\boldsymbol{u}_i$ 为控制输入项. 个体间位置向量的信息传递网络为无向图 $G(A)$，速度向量的信息传递网络为无向图 $G(B)$，两者之间的拓扑结构不一定相同，即 $A \neq B$. 因为 $G(A)$，$G(B)$ 都是无向网络拓扑，所以 $A = [a_{ij}]$，$B = [b_{ij}]$ 均是对角线上各元素为0，其余元素不全为0的对称矩阵. 设计控制输入 $\boldsymbol{u}_i$ 时，只能利用个体 i 的自身信息及在信息传递网络中所能直接接收的信息.

定义1[16]　本文所谓的控制受限的无碰撞速度一致性问题即为设计 $\boldsymbol{u}_i$，使得整个闭环的网络系统满足

(i) 速度渐近实现一致，即 $|\boldsymbol{v}_i(t) - \boldsymbol{v}_j(t)| \to 0, t \to \infty, \forall i, j \in I$;

(ii) 个体之间无碰撞发生，即 $|\boldsymbol{r}_i(t) - \boldsymbol{r}_j(t)| \neq 0, \forall t \in [0, +\infty), \forall i \neq j$;

(iii) 控制受限，即 $|\boldsymbol{u}_i(t)| \leqslant M, t \in [0, +\infty)$，其中 M 是控制项的幅值上界.

为了设计控制协议，首先引入一个引理:

引理　函数 $\phi(x) = \dfrac{(x - d_1)^2}{(x + a)^2}$ $(0 < a < d_1)$（其中 a, d_1 都是常数）及其导数在 $x \geqslant 0$ 时有如下性质:

(I) $\phi(x)$ 当 $x = 0$ 时有最大值 $\dfrac{d_1^2}{a^2} > 1$，$x = d_1$ 时有最小值0，且 $x > d_1$ 时，$\phi(x) < 1$.

(II) $\phi(x)$ 关于 x 的导数为

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\phi(x) = \frac{2(x-d_1)(a+d_1)}{(x+a)^3}, \tag{2}$$

当 $x > d_1$ 时，$\psi(x) > 0$；当 $x = \frac{a+3d_1}{2}$ 时，$\psi(x)$ 有最大值 $\frac{8}{27(a+d_1)}$；$x = 0$ 时，$\psi(x)$ 有最小值 $\frac{-2d_1(a+d_1)}{a^3}$.

(III) $|\psi(x)| \leqslant \frac{2d_1(a+d_1)}{a^3}$.

图 1 为函数 $\phi(x) = \frac{(x-d_1)^2}{(x+a)^2}$ 及其导数当 $a = 1, d_1 = 2$，$x \in [0,20]$ 时的图像.

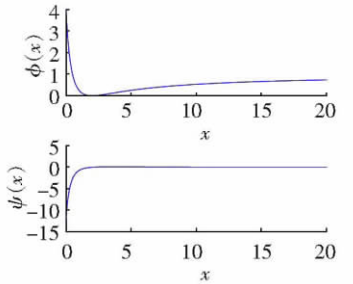

图 1　取 $a=1, d_1=2, x\in[0,20]$ 时的势能函数(上图)及其导数(下图)

Fig.1　The potential energy function(top) and its derivatiive (below) when $a=1, d_1=2, x\in[0,20]$

证明　(I) 因为 $\phi(x) = \frac{(x-d_1)^2}{(x+a)^2} \geqslant 0$，不难看出，当且仅当 $x = d_1$ 时，$\phi(x) = 0$，此时 $\phi(x)$ 值最小. 又因为 $0 < a < d_1$，所以当 $x > d_1$ 时，$0 < x - d_1 < x + a$，则 $\phi(x) = \frac{(x-d_1)^2}{(x+a)^2} < 1$. 而在 $[0,d_1]$ 区间内 $\phi(x)$ 为减函数，因此当 $x = 0$ 时 $\phi(x)$ 有最大值 $\frac{b_1^2}{a^2}$.

(II) $\phi(x)$ 的导数为

$$\psi(x) = \frac{\mathrm{d}\phi(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{2(x-d_1)(a+d_1)}{(x+a)^3},$$

再对其求导，

$$\frac{\mathrm{d}\psi(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{2(a+d_1)(a+3d_1-2x)}{(x+a)^4},$$

易知 $\psi(x)$ 在 $\left[0,\frac{a+3d_1}{2}\right]$ 上为增函数，在 $\left[\frac{a+3d_1}{2},\infty\right)$ 上为减函数. 因此当 $x = \frac{a+3d_1}{2}$ 时，$\psi(x)$ 有最大值，为 $\frac{8}{27(a+d_1)}$. 当 $x = 0$ 时，$\psi(x)$ 有最小值为 $-\frac{2d_1(a+d_1)}{a^3}$.

(III) 比较 $\left|-\frac{2d_1(a+d_1)}{a^3}\right|$ (即 $\frac{2d_1(a+d_1)}{a^3}$) 与 $\frac{8}{27(a+d_1)}$ 的大小，因为 $0 < a < d_1$，则 $\frac{8}{27(a+d_1)} < \frac{8}{27a}$. 又因为

$$\frac{2d_1(a+d_1)}{a^3} > \frac{2a\cdot a}{a^3} = \frac{2}{a}, \frac{2}{a} > \frac{8}{27a},$$

所以

$$\frac{2d_1(a+d_1)}{a^3} > \frac{8}{27(a+d_1)}.$$

本文中假设位置信息传递和速度信息传递的网络 $G(A)$ 和 $G(B)$ 的拓扑结构都是固定的，我们提出如下控制协议

$$\boldsymbol{u}_i = -K_1\sum_{j\in N_i(A)} a_{ij}\psi(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|)\frac{\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j}{|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|} - K_2\sum_{j\in N_i(B)} b_{ij}\tanh(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j), \tag{3}$$

其中 $K_1, K_2 > 0$，$\tanh(\cdot)$ 为双曲正切函数，$-1 \leqslant \tanh(\cdot) \leqslant 1$. 向量的双曲正切函数等于每个对应分量的双曲正切函数组成的向量，即若 $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}}$，则 $\tanh(\boldsymbol{x}) = (\tanh x_1, \tanh x_2, \cdots, \tanh x_n)^{\mathrm{T}}$. 从控制协议的形式看，$\boldsymbol{u}_i$ 只用到了个体自身的信息及网络中所能接收的信息. 下面给出本文的主要结果.

定理　考虑由 n 个个体组成的多个体系统，每个个体的动态方程由(1)式表示. 设位置信息传递网络 $G(A)$ 为一个完全图，速度信息传递的网络 $G(B)$ 为一个连通图. 假设每个个体的初始位置满足 $0 < d_1$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$\leqslant |\boldsymbol{r}_i(0)-\boldsymbol{r}_j(0)|$，$i,j\in I$，初始速度满足 $|\boldsymbol{v}_i(0)|\leqslant d_2$，令 $l=\sqrt{\frac{2a_A}{a_m}}$，$a=\frac{d_1\sqrt{a_m}}{\sqrt{2a_A}}$，取 $K_1=\frac{d_1M}{4ma_Ml^2(1+l)}$，$K_2\leqslant\frac{M}{2mb_M}$. 若 $d_2^2\leqslant K_1\frac{a_A}{mn}$，则在控制协议(3)下，定义1所描绘的控制受限的无碰撞速度一致性问题可解. 其中，$a_m=\min\limits_{i,j\in I}\{a_{ij}\}>0$，$a_M=\max\limits_{i\in I}\{\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}\}$，$b_M=\max\limits_{i\in I}\{\sum\limits_{j=1}^{n}b_{ij}\}$，$a_A=\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}$.

证明　由于当 $j\notin N_i(\boldsymbol{A})$ 时，$a_{ij}=0$，当 $j\notin N_i(\boldsymbol{B})$ 时，$b_{ij}=0$，故

$$\boldsymbol{u}_i=-K_1\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\psi(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|)\frac{\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j}{|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|}-K_2\sum_{j=1}^{n}b_{ij}\tanh(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j).$$

由引理可知

$$|\boldsymbol{u}_i|\leqslant mK_1\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\frac{2d_1(a+d_1)}{a^3}+mK_2\sum_{j=1}^{n}b_{ij}\leqslant ma_M\frac{2d_1(a+d_1)}{a^3}K_1+mb_MK_2.$$

因为 $l=\sqrt{\frac{2a_A}{a_m}}$，$a=\frac{d_1}{l}$，$K_1=\frac{d_1M}{4ma_Ml^2(1+l)}$，$K_2\leqslant\frac{M}{2mb_M}$，所以

$$|\boldsymbol{u}_i|\leqslant a_M\frac{2l^2(1+l)}{d_1}\frac{M}{4a_M}\frac{d_1}{l^2(1+l)}+b_M\frac{M}{2b_M}=\frac{M}{2}+\frac{M}{2}=M.$$

再设计 Lyapunov 函数

$$V=\frac{1}{2}K_1\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\phi(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_i. \tag{4}$$

易知 $V\geqslant 0$，对上函数求导，有

$$\begin{aligned}\dot{V}=&\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}K_1\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\psi(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|)(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j)^{\mathrm{T}}\frac{\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j}{|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|}+\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_i=\\&\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}\Big(K_1\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\psi(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|)\frac{\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j}{|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|}+\boldsymbol{u}_i\Big)=\\&-\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}K_2\sum_{j=1}^{n}b_{ij}\tanh(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j)=-\frac{1}{2}K_2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j)^{\mathrm{T}}\tanh(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j)\leqslant 0.\end{aligned}$$

根据 Lasalle 不变集原理，闭环系统的状态将收敛到

$$S=\{(\boldsymbol{r}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{r}_2^{\mathrm{T}},\boldsymbol{v}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{r}_n^{\mathrm{T}},\boldsymbol{v}_n^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\mid\dot{V}=0\}.$$

若 $\dot{V}=0$，可得当 $b_{ij}\neq 0$ 时，$(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j)^{\mathrm{T}}\tanh(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j)=0$，即 $\boldsymbol{v}_i=\boldsymbol{v}_j$. 又因 $G(\boldsymbol{B})$ 为连通图，所以若 $\dot{V}=0$，有 $\boldsymbol{v}_i=\boldsymbol{v}_j$，$\forall\ i\neq j$. 综之，对 $\forall i,j\in I$ 有 $|\boldsymbol{v}_i(t)-\boldsymbol{v}_j(t)|\to 0(t\to\infty)$，即速度向量渐近趋于一致.

要证明个体之间没有碰撞发生，只需证对 $\forall t\geqslant 0$，$i,j\in I$，$|\boldsymbol{r}_i(t)-\boldsymbol{r}_j(t)|$ 不能为0. 下面用反证法证明这一结果.

假设在某时刻 t_1，有某两个个体 i_1、i_2 有碰撞发生，即有 $|\boldsymbol{r}_{i_1}(t_1)-\boldsymbol{r}_{i_2}(t_1)|=0$，则有

$$\begin{aligned}V(t_1)=&\frac{1}{2}K_1\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\phi(|\boldsymbol{r}_{i_1}(t_1)-\boldsymbol{r}_{i_2}(t_2)|)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{v}_i(t_1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_i(t_1)\geqslant\\&\frac{1}{2}a_{i_1i_2}K_1\phi(|\boldsymbol{r}_{i_1}(t_1)-\boldsymbol{r}_{i_2}(t_2)|).\end{aligned}$$

由引理可知

$$V(t_1)\geqslant\frac{1}{2}a_mK_1\frac{d_1^2}{a^2}=\frac{1}{2}a_mK_1l^2.$$

将 $l=\sqrt{\frac{2a_A}{a_m}}$ 代入上式得

$$V(t_1)\geqslant a_AK_1. \tag{5}$$

又因为 $V(0)=\frac{1}{2}K_1\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}\phi(|\boldsymbol{r}_i(0)-\boldsymbol{r}_j(0)|)+\frac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{v}_i(0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_i(0)$，$d_1\leqslant|\boldsymbol{r}_i(0)-\boldsymbol{r}_j(0)|$，则由引理

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

可知

$$V(0) < \frac{1}{2}K_1 a_A + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{v}_i(0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_i(0) \leqslant \frac{1}{2}K_1 a_A + \frac{1}{2}nmd_2^2. \tag{6}$$

将 $d_2^2 \leqslant \frac{a_A \cdot K_1}{mn}$ 代入上式得

$$V(0) < \frac{a_A K_1}{2} + \frac{a_A K_1}{2} = a_A K_1. \tag{7}$$

则由(5)和(7)式可知

$$V(t_1) > V(0),$$

这与 V 是非增的单调函数矛盾. 因此对于任意时刻 t 和任两个结点 $i, j \in I$，都不存在 $|\boldsymbol{r}_i(t) - \boldsymbol{r}_j(t)| = 0$ 的情形，所以个体之间是无碰撞的. 定理得证.

2 示例仿真

考虑 4 个个体的拓扑结构，每个个体有如(1)式的二阶动态系统，若位置信息传递网络拓扑结构和速度信息传递网络拓扑结构如图 2 所示，它们的赋权邻接矩阵分别为

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0 & 0.9 & 1 \\ 1 & 0.9 & 0 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

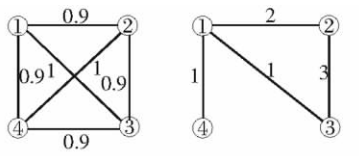

图 2 位置信息(左)和速度信息(右)传递网络拓扑结构

Fig.2 The transmission network topology of location infermation (left) and speed infermation (right)

则有 $n = 4, a_m = 0.9, a_M = 2.8, a_A = 11.2, b_M = 5$. 若令 $m = 2$，即位置分量、速度分量和控制输入均为二维的；再令 $|\boldsymbol{u}_i| < 50$，即 $M = 50$，$\boldsymbol{r}(0) = (\boldsymbol{r}_1^{\mathrm{T}}(0), \boldsymbol{r}_2^{\mathrm{T}}(0), \boldsymbol{r}_3^{\mathrm{T}}(0), \boldsymbol{r}_4^{\mathrm{T}}(0))^{\mathrm{T}} = (0,0;3,3;1,1;2,2)^{\mathrm{T}}$，则有 $1 \leqslant |\boldsymbol{r}_i(0) - \boldsymbol{r}_j(0)|$，即有 $d_1 = 1$，由定理得 $l = 5$ 即 $a = 0.2$，$K_1 = 0.015$，$K_2 \leqslant 5$，$d_2 \leqslant 0.145$. 取 $K_2 = 5$，则

$$\boldsymbol{u}_i = -0.015\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\frac{2(|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j| - 1)(0.2 + 1)}{|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j| + 0.2)^3}\frac{\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j}{|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j|} - 5\sum_{j=1}^{n} b_{ij}\tanh(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j).$$

令初始速度为

$$\boldsymbol{v}(0) = (\boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}}(0), \boldsymbol{v}_2^{\mathrm{T}}(0), \boldsymbol{v}_3^{\mathrm{T}}(0), \boldsymbol{v}_4^{\mathrm{T}}(0))^{\mathrm{T}} = (0.1, 0.13; 0.12, 0.1; -0.05, 0.12; 0.1, -0.08)^{\mathrm{T}},$$

仿真时间为 5，图 3 为 $\boldsymbol{u}_i$ 的仿真结果. 可以看出 $\boldsymbol{u}_i$ 取值严格限制在 $(-50, 50)$ 之间，即满足条件 $|\boldsymbol{u}_i| < 50$. 随着各个个体速度分量趋于一致后，$\boldsymbol{u}_i$ 的值趋向于 0. 图 4 和图 5 为个体各状态分量随时间变化的仿真结果. 由图可以看出 4 个个体的速度最终趋于一致，且个体间保持一定的距离，无碰撞发生.

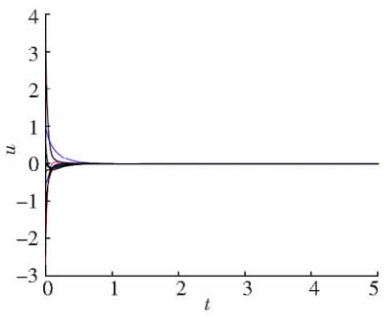

图 3 控制输入 $\boldsymbol{u}$ 的取值范围

Fig.3 The range of control input $\boldsymbol{u}$

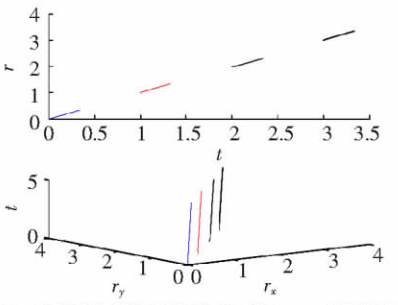

图 4 位置分量随时间变化的图像(r_x, r_y 分别表示 $\boldsymbol{r}$ 的第一和第二分量)

Fig.4 The figure of position component change over time (r_x, r_y mean $\boldsymbol{r}$'s first and second component)

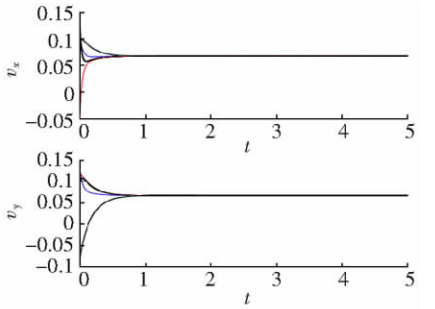

图 5 速度分量随时间变化的图像(v_x, v_y 分别表示 $\boldsymbol{v}$ 的第一和第二分量)

Fig.5 The figure of speed component change over time (v_x, v_y mean $\boldsymbol{v}$'s first and second component)

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3　结语

本文研究具有二阶动态系统的多个体系统，设计有期望幅值界限的控制协议，使得最终所有个体渐近地取得相同的速度向量，且个体两两之间没有碰撞发生. 有向网络拓扑结构下的多个体系统控制受限下的协议设计还有待进一步研究.

[参考文献]

[1] Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations [J]. IEEE Trans Automat Control, 2004, 49(9): 1 465-1 476.

[2] Lian Z T, Deshmukh A. Performance prediction of an unmanned airborne vehicle multi-agent systems [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 172(2): 680-695.

[3] Saber R O, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time delays [J]. IEEE Trans Automat Control, 2004, 49(9): 1 520-1 533.

[4] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. IEEE Trans Automat Control, 2005, 50(5): 655-661.

[5] Lin Z Y, Francis B, Maggiore M. Necessary and sufficient graphical conditions for formation control of unicycles [J]. IEEE Trans Automat Control, 2005, 50(1): 121-127.

[6] Xie G M, Wang L. Consensus control for a class of networks of dynamic agents [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2007, 17(10/11): 941-959.

[7] Ren W, Atkins E. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2007, 17(10/11): 1 002-1 033.

[8] Ren W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations [J]. IET Control Theory & Applications, 2007, 1(2): 505-512.

[9] Zhu J D, Tian Y P, Kuang J. On the general consensus protocol of multi-agent systems with double-integrator systems [J]. Linear Algebra and its Applications, 2009, 431(5/7): 701-715.

[10] Shi Y S, Zhu J D, Chen T. On the general weighted-average protocol of multi-agent systems with double-integrator dynamics [C] // Proc of the 28th Chinese Control Conf. Guilin, 2009: 4 860-4 865.

[11] Zhang Y. Consensus of multi-agent systems with stochastic switching topology [C] // Proc of the 27th Chinese Control Conf. Kunming, 2008: 545-549.

[12] Ren W. On consensus algorithms for double-integrator dynamics [C] // Proc of the 46th IEEE Conf on Decision and Control. New Orleans, 2007: 2 295-2 300.

[13] Tanner H G, Jadbabaie A, Pappas G J. Stable flocking of mobile agents, Part I: fixed topology [C] // Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control. Maui: IEEE Press, 2003: 2 010-2 015.

[14] Tanner H G, Jadbabaie A, Pappas G J. Stable flocking of mobile agents, Part II: dynamic topology [C] // Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control. Maui: IEEE Press, 2003: 2 016-2 021.

[15] Saber R O, Murray R M. Flocking with obstacle avoidance: cooperation with limited communication in mobile networks [C] // Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control. Maui: IEEE Press, 2003: 2 022-2 028.

[16] 俞辉，王永骥，程磊. 基于有向网络的智能群体群集运动控制 [J]. 控制理论与应用, 2003, 24(1): 79-83.

[17] Chen Y Y, Tian Y P. A backstepping design for directed formation control of three-coleader agents in the plane [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2009, 19(7): 729-745.

[责任编辑: 丁　蓉]

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net