

有限水深环境中圆柱与圆柱基座之间激振力的研究

马书燮

(濮阳职业技术学院数学与信息工程系,河南 濮阳 457000)

[摘要] 考虑两个同轴的竖直圆柱体,其中一个为实心基座,作为沉箱的近似,另一个是空心圆柱体.这两个圆柱体表现出的衍射现象可以看做是一种波浪能装置.将这些产生的能量转化以后可以得到广泛的实际应用.在各项参数都确定的区域,本文用变量分离的方法得到解析表达式.沿着虚拟边界,通过使用适当的匹配条件,推导和解出了一个含有未知参数的线性系统.由各种可能的解析表达式可得到各个圆柱体的激振力.针对不同的半径和间隙,得到一个激振力的序列.激振力随着半径和间隙的变化而改变.本文用图表的形式描述了这个结果,并进行了对比,最终发现,激振力只有在低频的时候才更加明显.

[关键词] 衍射,有限深度,虚拟边界,激振力,能量装置

[中图分类号] O193 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2013)01-0022-07

Research on Exciting Forces for a Pair of Coaxial Hollow Cylinder and Bottom-Mounted Cylinder

Ma Shuxie

(Department of Mathematics and Information Engineering, Puyang Vocational and Technical College, Puyang 457000, China)

Abstract: We consider two coaxial vertical cylinders, one of which is a solid base, the other is a hollow cylinder as caisson approximation, and the two cylinders shown by the diffraction phenomenon can be seen as a wave energy device. These energy generated after conversion can be a wide range of practical applications in clearly identified regions. We use the method of separation of variables to obtain the analytical expressions for the diffracted potentials in clearly identified regions. Using the appropriate matching conditions, we derive the linear system with unknown parameters. A set of exciting forces are obtained for different radii of the cylinders and for different gaps between the cylinders. It is clear that the exciting force changes as the radius and the gap changes. We describe and compare the result with the chart. Only in the low frequency, exciting force is obvious.

Key words: diffraction, finite depth, virtual boundary, exciting forces, energy device

许多科学家在线性水波系统的假设下,对流经结构体的水波衍射进行了研究.本文的研究是针对两个竖直圆柱的水波衍射,实际上我们要构建这样一个系统:它包含一个固定在底部的圆柱体沉块和在它的上表面自由游动的浮标.为了更简单且清晰地理解这个场景,我们把沉块看作实心的圆柱体,把浮标看作空心圆柱体,这个模型可以看作波浪能装置,通过这个能量装置,或者说这个振荡水柱,海浪的能量能转化为电能,浮标吸收的能量能够转移到安装在沉块的流体泵中,恰当的位置能让这个装置尽可能地吸收更多的波浪能,这种类型的装置在远离海岸地区也同样具有重大的应用价值.在当前这个能源急剧减少的时代,这种装置因为能够利用可再生能源的可能性而意义重大,设计者会认真考虑波浪能的效率和激振力的评估.如此看来,有必要准确预测波浪的作用力,通常情况下,在 $oxyz$ 坐标系下,浮动的物体有 6 个自由度: xyz 的直线运动和 xyz 的旋转运动.

一系列的理论研究已经展开,用来分析某种结构上的波浪运动和波浪力. Garrett 提出了码头所受的水平力、垂直力及扭矩.他用 Galerkin 的方法在数学上解决了这个问题^[1]. Zhu and Mitchell 围绕空心圆柱体

收稿日期:2012-09-18.
基金项目:河南省科技攻关项目(102400450311)
通讯联系人:马书燮,副教授,研究方向:偏微分方程计算方法. E-mail:smq20099@qq.com

得到了其衍射问题的一阶解析解. 他们使用了一种新的方法分析参数的独立性和级数序列的收敛速度^[2]. Bhatta 和 Rahman 计算了有限深度下因消散和辐射而产生的波浪力. 他们把潜在的速度分为 4 部分: 一种是源自消散, 另三种是源自辐射. 在每种情况下, 他们都把情况分为区域内部和区域外部两种情况加以考虑^[3]. Wu 等研究了两个圆柱体在不同条件下的衍射和辐射问题. 他们用变量分离的方法和匹配特征函数展开的方法得到速度势函数的表达式, 并在基座沉块为实心圆柱体的近似下, 探讨了基座沉块对浮动圆柱体的影响, 流体参数和激振力与二者半径之比有关, 流体参数和激振力与上方空心圆柱体的水下部分占整体的高度比例有关^[4,5]. Rahman 和 Bhatta 通过考虑两个坐标系, 应用贝塞尔函数的格拉夫加法定理, 得到一定距离的两个圆柱体的二阶波浪力^[6]. Zhang 等研究了有限深度下两个竖直残缺圆柱的衍射与辐射问题. 他们得出区域衍射解析表达式, 辐射速度势和某些特定情况下的水动力系数和波浪力计算, 同时也研究了圆柱体的半径对水动力性能的影响^[7]. Bhattacharjee 和 Soares 用公式表示了水波的衍射问题, 用一个靠近海底墙的浮动结构, 计算了在不同深度下水波引发的作用力^[8]. Siddorn 和 Taylor 利用一个缩短了圆柱体阵列研究了线性水波的衍射和辐射问题, 并针对每一个圆柱体, 考虑增加的质量、阻尼系数, 计算了它们的激振力^[9]. Shen 等分析了海底山脊结构对流体力学系数、波浪里的影响, 在自由表面上漂浮的长方体结构的反射和透射系数^[7]. 目前还没有有限深度下三个维度的空心圆柱(上)和圆柱体(下且同轴)衍射问题的研究, 其中底部固定的圆柱体的半径大于等于上边的圆柱体, 在此我们只需考虑水平方向的受力.

在当前的工作下, 我们特地研究了包含以下两个部分的衍射系统: 一个是局部沉浸水中的空心圆柱体, 另一个是固定在有限深度的海床上的圆柱体. 针对此问题的数学模型是基于线性水波理论的假设. 在这个浮动结构的研究中, 为了确保一定的准确性, 一个特征展开以及相应的匹配方法被广泛应用. 所以, 使用特征函数展开方法和变量分离技术, 我们可以得到作用在圆柱体上的波浪衍射的解析表达式. 根据这个衍射问题的解析解, 可以进而研究底座圆柱体的半径对空心圆柱体的波浪力的影响. 我们同样也评估了当圆柱体之间间隙不同时, 上部圆柱体半径不同时, 底部圆柱体的水平激振力. 这些结果将为设计者提供实用的信息. 为了达到这些目的, 我们增加一些物理动作, 这些动作是结构或设备会遇到的. 我们计算这些衍射产生的力, 希望能为设备找到一个合适的位置, 使它能够吸取最大的能量, 同时也能帮助设计者或者工程师选择诸如深度、半径、间隙等参数.

1 数学模型

考虑深度为 h_1 的线性水波传播. 设想两个同轴圆柱体, 一个为空心的圆柱体, 半径为 R , 另一个是半径为 R_p ($R \geq R_p$) 的底部圆柱体. 如图 1 所示, 空心圆柱体的一部分浮于水面之上, 以圆柱体轴线与水面的交点为原点 O 建立笛卡尔右旋坐标系. z 轴向上为正, x 轴表示波的传播方向. 不妨定义空心圆柱体为 $C1$, 下方圆柱体为 $C2$. 则 $C1$ 所占空间为 $r \leq R, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -e_2 \leq z \leq 0$; $C2$ 所占空间为 $r \leq R_p, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -h_1 \leq z \leq -e_1$. 速度势函数可表示为 $\phi(r, \theta, z, t) = \text{Re}[\phi(r, \theta, t)e^{-i\omega t}]$, 其中 $\text{Re}[\]$ 表示取实数部分, ω 表示波频率, $\phi(r, \theta, t)$ 表示速度势的空间部分, 所以满足拉普拉斯方程:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

伴随着入射波作用在圆柱体上发生衍射, 速度势函数 ϕ 可分为入射速度势函数 ϕ_i 和衍射速度势函数 ϕ_d . 这个边界问题的解存在于 3 个物理区域. 不妨令 $\phi_{d1}, \phi_{d2}, \phi_{d3}$ 分别代表 I, II, III 3 个区域相应的衍射速度势函数. 沿 x 轴传播的单位振幅和角频率 ω 的入射波可表示为:

$$\phi_i = -\frac{ig \cosh k(z+h_1)}{\omega \cosh(kh_1)} \sum_{m=0}^{\infty} \mu_m J_m(kr) \cos m\theta, \quad (2)$$

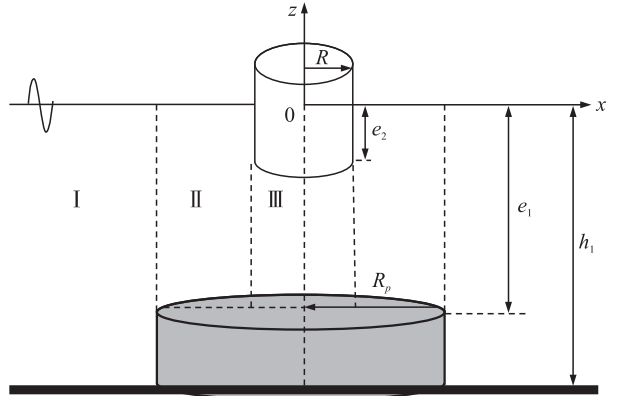


图 1 模型与区域图示

Fig. 1 The model and its regions

其中 $i=\sqrt{-1}$, g 是重力加速度, k 是波序号, $\omega^2=gk\tanh(kh_1)$, $J_m(\cdot)$ 是第一类的 m 次贝塞尔方程. μ_m 可由下式决定:

$$\mu_m=\begin{cases}2i^m, & m>0, \\ 1, & m=0.\end{cases}\tag{3}$$

2 边界值问题

在这一部分将建立特定条件下的边界值问题,并找出衍射速度势.

2.1 决定方程和边界条件

衍射速度势 ϕ_d 可表述为 $\phi_d=\text{Re}[\phi_d(r,\theta,t)e^{-i\omega t}]$, 其中 ϕ_d 由以下边界值问题决定:

$$\nabla^2\phi_d=0 \quad (-\infty<x<+\infty, -\infty<y<+\infty; -h_1<z<0 \text{ 或 } -e_1<z<0),\tag{4}$$

$$\frac{\partial\phi_d}{\partial x}-\frac{\omega^2}{g}\phi_d=0 \quad (z=0),\tag{5}$$

$$\frac{\partial\phi_d}{\partial z}=0 \quad (z=-h_1, r\geqslant R_p),\tag{6}$$

$$\frac{\partial(\phi_d+\phi_i)}{\partial z}=0 \quad (z=-e_1, R< r < R_p; z=-e_1, r < R),\tag{7}$$

$$\frac{\partial(\phi_d+\phi_i)}{\partial r}=0 \quad (-h_1<z<-e_1, r=R_p; -e_1<Z<0, r=R).\tag{8}$$

辐射条件

$$\lim_{r\rightarrow\infty}\sqrt{r}\left(\frac{\partial\phi_d}{\partial r}-ik\phi_d\right)=0.\tag{9}$$

这里的边界值问题的解对应的是图 1 所示的 3 个物理区域. 衍射问题解决以后,将得到激振力,在方程中, ϕ_{d1} 、 ϕ_{d2} 、 ϕ_{d3} 依次对应区域 I、II、III 的衍射速度势. 因为流体的连续性,我们还需要在虚拟边界发现匹配条件.

2.2 匹配条件

我们可以利用图 1 所示边界上速度和压力的连续性获得适当的匹配条件. 在 $r=R_p$,即在 $C2$ 的曲面,向上延伸到自由表面,有

$$\phi_{d1}=\phi_{d2} \quad (-e_1\leqslant z\leqslant 0),\tag{10}$$

$$\frac{\partial\phi_{d1}}{\partial r}=\frac{\partial\phi_{d2}}{\partial r} \quad (-e_1\leqslant z\leqslant 0),\tag{11}$$

$$\frac{\partial\phi_{d1}}{\partial r}=-\frac{\partial\phi_i}{\partial r} \quad (-h_1\leqslant z\leqslant -e_1).\tag{12}$$

在 $r=R$,即在 $C1$ 的表面,向下扩展至 $C2$ 的上表面,有

$$\phi_{d2}=\phi_{d3} \quad (-e_1\leqslant z\leqslant -e_2),\tag{13}$$

$$\frac{\partial\phi_{d2}}{\partial r}=\frac{\partial\phi_{d3}}{\partial r} \quad (-e_1\leqslant z\leqslant -e_2),\tag{14}$$

$$\frac{\partial\phi_{d2}}{\partial r}=-\frac{\partial\phi_i}{\partial r} \quad (-e_2\leqslant z\leqslant 0),\tag{15}$$

$$\frac{\partial\phi_{d3}}{\partial r}=-\frac{\partial\phi_i}{\partial r} \quad (-e_2\leqslant z\leqslant 0).\tag{16}$$

以上这些边界条件将用来决定衍射潜力.

2.3 衍射速度势

如图 1 所示,流体区域分为 I、II、III 3 个. 在每个区域我们应用变量分离的方法,求出它们速度势的表达式. 这些表达式是无穷序列正交函数,适用于各自区域. 因为流体的连续性,我们沿区域边界使用式 (10)~(16). 在不同区域的衍射速度势的解析表达式如下:

$$\phi_{d1} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{R_m(\lambda_n r)}{R_m(\lambda_n R_p)} \cos[\lambda_n(z+h_1)] \cos m\theta, \quad (17)$$

$$\phi_{d2} = -\phi_i + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[B_{m,n} \frac{S_m(\alpha_n r)}{S_m(\alpha_n R)} + C_{m,n} \frac{T_m(\alpha_n r)}{T_m(\alpha_n R)} \right] \cos[\alpha_n(z+e_1)] \cos m\theta, \quad (18)$$

$$\phi_{d3} = -\phi_i + \sum_{m=0}^{\infty} \left[P_{m,1} \frac{J_m(k_3, r)}{J_m(k_3 R)} \cosh[k_3(z+e_1)] + \sum_{n=2}^{\infty} P_{m,n} \frac{I_m(\beta_n r)}{I_m(\beta_n R)} \cos[\beta_n(z+e_1)] \right] \cos m\theta, \quad (19)$$

其中 $\lambda_n, \alpha_n, \beta_n$ 由以下传播关系决定:

$$\begin{cases} \lambda_1 = -ik, & \omega^2 = gk \tanh(kh_1) & n=1, \\ \omega^2 = -g\lambda_n \tanh(\lambda_n \lambda_1) & n=2, 3, \dots \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = -ik_2, & \omega^2 = gk_2 \tanh(k_2 e_2) & n=1, \\ \omega^2 = -g\alpha_n \tanh(\alpha_n e_1) & n=2, 3, \dots \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \beta_1 = -ik_2, & \omega^2 = gk_3 \tanh(k_2 e_2) & n=1, \\ \omega^2 = -g\beta_n \tanh(\beta_n e_1) & n=2, 3, \dots \end{cases} \quad (22)$$

其中 $h_2 = e_1 - e_2, k_2, k_3$ 分别表示在 II、III 区的波数量.

辐射函数的 $R_m(\cdot), S_m(\cdot), T_m(\cdot)$ 可由以下关系获得:

$$R_m(\lambda_1 r) = H_m^{(1)}(i\lambda_1 r) = H_m^{(1)}(kr) \quad n=1, \quad (23)$$

$$R_m(\lambda_n r) = K_m(\lambda_n r) \quad n=2, 3, \dots \quad (24)$$

$$S_m(\alpha_1 r) = H_m^{(1)}(k_2 r) \quad n=1, \quad (25)$$

$$S_m(\alpha_n r) = K_m(\alpha_n r) \quad n=2, 3, \dots \quad (26)$$

$$T_m(\alpha_1 r) = H_m^{(2)}(k_2 r) \quad n=1, \quad (27)$$

$$T_m(\alpha_n r) = I_m(\alpha_n r) \quad n=2, 3, \dots \quad (28)$$

其中 $H_m^{(1)}(\cdot), H_m^{(2)}(\cdot)$ 是第一类和第二类 m 阶汉克尔函数. $I_m(\cdot)$ 和 $K_m(\cdot)$ 分别是第一类和第二类 m 阶修改的贝塞尔函数.

3 波浪力

激振力通常是由入射速度势 ϕ_i 和衍射速度势 ϕ_d 共同作用. 不妨设 F_i 为与入射速度势 ϕ_i 对应的水平激振力, F_d 为与衍射速度势 ϕ_d 对应的水平激振力, 则总的水平激振力可描述为:

$$F_s = F_i + F_d = i\rho\omega \int_s \phi_i n_x ds + i\rho\omega \int_s \phi_d n_x ds, \quad (29)$$

其中 $\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}$ 是圆柱体表面的单位标准向量. 位置向量 \mathbf{r} 是从原点到表面单元 ds . 现在得到入射速度势引发的水平激振力 F_i 的表达式为:

$$F_i = i\rho\omega \int_s (\phi_i|_{r=R}) n_x ds, \quad (30)$$

即

$$F_i = -\frac{2\pi\rho g i R J_1(kR) \sinh(kh_1) - \sinh[k(h_1 - e_2)]}{\cosh(kh_1) k}. \quad (31)$$

对于衍射问题, 总的速度势是入射速度势与衍射速度势共同作用的, 所以作用在 $C1$ 上的总的水平激振力可表示为:

$$F_{s1} = F_i + F_{d2}, \quad (32)$$

其中 F_{d2} 是由衍射速度势 ϕ_{d2} 产生的水平激振力, 对应 $C1$ 的 II 区. 由方程(29)和(32)我们可以得到作用在 $C1$ 上的总的水平激振力:

$$F_{s1} = -i\rho\pi\omega R \sum_{n=1}^{\infty} (B_{1,n} + C_{1,n}) \frac{\sin(\alpha_n e_1) - \sin(\alpha_n h_2)}{\alpha_n}, \quad (33)$$

无量纲水平激振力

$$\frac{F_{s1}}{w_0} = \frac{-i\omega}{gr} \sum_{n=1}^{\infty} (B_{1,n} + C_{1,n}) \frac{\sin(\alpha_n e_1) - \sin(\alpha_n h_2)}{\alpha_n}, \quad (34)$$

其中 $w_0 = \rho g \pi R^2$.

作用在 $C2$ 的总水平激振力可表示为:

$$F_{s2} = F_i + F_{d1}, \quad (35)$$

其中 F_{d1} 是由衍射速度势 ϕ_{d1} 产生的水平激振力, 对应 $C1$ 的 I 区. 由方程(29)和(35)我们可以得到作用在 $C2$ 上的总的水平激振力:

$$F_{s2} = -i\rho\pi\omega R_p \sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} \frac{\sin[\lambda_n(h_1 - e_1)]}{\lambda_n}, \quad (36)$$

无量纲水平激振力

$$\frac{F_{s2}}{w_1} = \frac{-i\omega}{gR_p} \sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} \frac{\sin[\lambda_n(h_1 - e_1)]}{\lambda_n}, \quad (37)$$

其中 $w_1 = \rho g \pi R_p^2$.

4 数值结果

为了获得激振力, 我们需要通过应用合适的边界条件来找到衍射的未知参数. 由于每个表达式都是无限序列和, 我们需要把它们合理截短, 所以舍去 $N=30$ 以后的部分. 为了决定式(17)~(19)中的未知系数, 我们利用边界条件以及以下公式将原表达式转化为一个代数方程的线性系统:

$$M(\beta_n, \xi_k, h_\beta, h_\xi, z_1, z_2) = \int_{z_1}^{z_2} \cos\beta_n(z+h_\beta) \cos\xi_k(z+h_\xi) dz, \quad (38)$$

$$N(\beta_j, h_\beta, z_1, z_2) = \int_{z_1}^{z_2} \cos^2(\beta_j(z+h_\beta)) dz, \quad (39)$$

其中 $\{\beta_n, n=1, 2, \dots\}$ 和 $\{\xi_k, k=1, 2, \dots\}$ 是两组不同的特征值. 所以这个线性系统可表述为:

$$\mathbf{T}_l \mathbf{X}_l = \mathbf{B}_l, \quad (40)$$

其中 $\mathbf{X}_l = [A_{1l}, A_{2l}, \dots, A_{ln}, B_{1l}, B_{2l}, \dots, B_{ln}, C_{1l}, C_{2l}, \dots, C_{ln}, P_{1l}, P_{2l}, \dots, P_{ln}]^T$, \mathbf{T}_l 是系数矩阵, \mathbf{B}_l 右旋矢量. 数值计算的过程中有些参数的值是恒定的, $h_1=3$ m, $g=9.8066$ m/s², $e_1=0.75$ m. 因为计算两种不同情况下的力, 关于频率和波数, 所以需要适当地选择其他参数的值, $e_2=0.3$ m, $R=0.6$ m; 波频率 $f=\omega/(2\pi)$.

图 2、3 所示为 $C2$ 半径 R_p 取不同值 $R_p=0.6、1.2、2.7、4.8、6$ m 时, F_{s1}/w_0 与频率 f 的对应关系. 由图可知, 在 R_p 较小的 3 个取值, 即 $R_p < h_1$ 时, 无振荡发生; 在 R_p 较大的 3 个取值, 即 $R_p > h_1$ 时, 有振荡发生, 且振荡只发生在低频区域. 当 R_p 取较大值时, 激振力不含有 1 个极值. 对于所有 R_p 的取值, 力的最大值都只发生在频率 f 较小时, 确切地说, $f < 0.75$. 随着频率 f 的增大, 力逐渐减少至零. 当 $f=2.75$, 力已经接近零. 同时, 极值只出现在 $0.274 \sim 0.421$ 8. 当 $R_p=1.2$ m 时有最大的极值, 然后依次是 $R_p=2.7$ m, $R_p=4.8$ m.

接下来研究圆柱体之间间隙的大小对 $C1$ 所受激振力的影响. 令 $R=0.6$ m, $R_p=1.2$ m. 图 4 表示的是在不同的间隙下, F_{s1}/w_0 与 kR 之间的关系, 其中 $h_2=0.55、0.45、0.35、0.25$ m, $e_2=0.2、0.3、0.4、0.5$ m. 可见随着间隙减小, 激振力增大. $h_2=0.25$ m 的时候有更大的力. 同时, 在 k 值比较小的时候有较大的激振力. 对于更大的 k 值, 激振力趋向于 0.

现在讨论与 $C2$ 相关的水平激振力. 令 $R=R_p=0.6$ m. 图 5 表示的是不同间隙下, F_{s2}/w_1 与 kR 之间的关系, 其中 $h_2=0.65、0.45、0.25$ m, $e_2=0.1、0.3、0.5$ m. 同样, 随着间隙减少, 激振力增加. 最大值发生在 $h=0.25$ m, $e_2=0.5$ m 处. 激振力最大值出现在 k 值较小处, 随 k 值增大, 激振力趋近于 0.

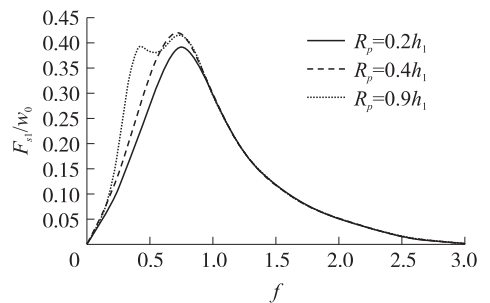


图 2 不同基座圆柱体半径条件下, 无量纲水平激振力 F_{s1}/w_0 与频率 f 的关系

Fig. 2 Non-dimensional horizontal exciting force F_{s1}/w_0 on hollow cylinder versus wave frequency f for different values of radius of bottom-mounted cylinder

对于恒定的 $R_p=0.6$ m, 讨论 $C1$ 半径对 $C2$ 所受激振力的影响. 图6所示为, 当 $R=0.2, 0.4, 0.6$ m 时, F_{s2}/w_1 与 kR 之间的关系. 可见, R 值越小, 激振力越大. 最大值 0.47711 发生在 $R=0.2$ m 时. 同时, 较大的力发生在较小的波浪数位置. 随着 k 值增加, 激振力衰减趋近于 0 .

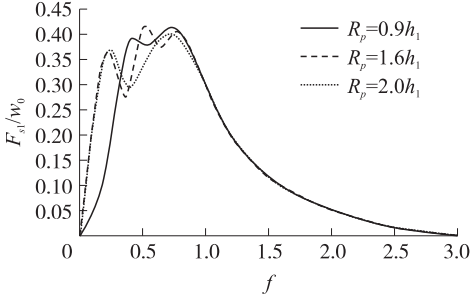


图3 不同基座圆柱体半径条件下, 无量纲水平激振力 F_{s1}/w_0 与频率 f 的关系

Fig.3 Non-dimensional horizontal exciting force F_{s1}/w_0 on hollow cylinder versus wave frequency f for different values of radius of bottom-mounted cylinder

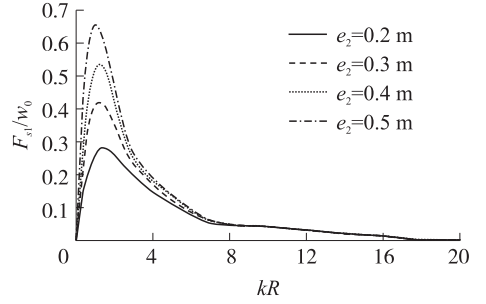


图4 不同圆柱体间隙条件下, 无量纲水平激振力 F_{s1}/w_0 与 kR 的关系

Fig.4 Non-dimensional horizontal exciting force F_{s1}/w_0 on hollow cylinder versus kR for different values of gaps between the cylinders

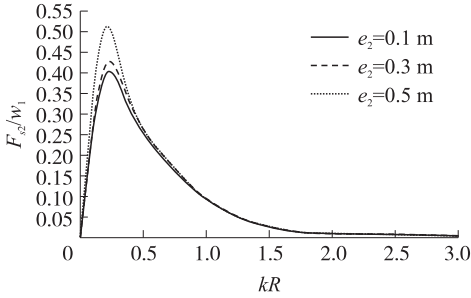


图5 不同圆柱体间隙条件下, 无量纲水平激振力 F_{s2}/w_1 与 kR 的关系

Fig.5 Non-dimensional horizontal exciting force F_{s2}/w_1 on bottom-mounted cylinder versus kR for different values of gaps between the cylinders

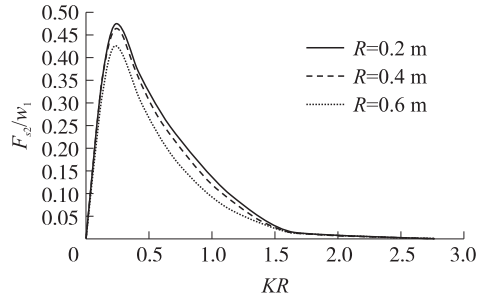


图6 不同空心圆柱体半径条件下, 无量纲水平激振力 F_{s2}/w_1 与 kR 的关系

Fig.6 Non-dimensional horizontal exciting force F_{s2}/w_1 on bottom-mounted cylinder versus kR for different values of radius of upper cylinder

虽然我们也发现在更低的频率下有较大的激振力. 但文献[5]认为, 针对不同的 R_p 值, 激振力不同的极值之间的区别是明显的, 而我们在本文的案例中, 针对不同的 $C2$ 半径, 这些数值没有显著差别. 同时, 本文还计算了 $C2$ 所受水平激振力分别与半径 R 和间隙 h 的关系.

5 结论

应用线性水波理论, 我们得出了有限深度下空心圆柱体与同轴固定实心圆柱体衍射模型的速度势表达式. 这里下方圆柱体的半径大于等于上方圆柱体的半径, 我们用了特征方程展开方法和变量分离方法解决它, 最后我们展示了在下方圆柱体的影响下, 作用在上方圆柱体上的激振力, 反之亦然. 我们发现对于不同的下方圆柱体半径, 较大的激振力发生在较低的频率处, 在高频部分激振力快速衰减, 减少圆柱体之间的间隙时, 激振力会增加, 当下方圆柱体半径 R_p 小于统一深度时, 上方圆柱体有更高的激振力, 当上方圆柱体半径减少时, 下方圆柱体受到更大的激振力, 这些发现将帮助设计者设计波浪能装置, 从结果来看, 显然激振力受到圆柱体半径、间隙、深度等因素影响. 这些力的低频放大特性将有助于工程师选择装置摆放的位置, 以便获取最大的能量. 我们的研究将极大地促进这类波浪能装置的设计、选址, 从而得到更大的经济效益.

[参考文献]

- [1] Garrett C J R. Wave forces on a circular dock[J]. J Fluid Mech,1971,46:129-139.
- [2] Zhu S P, Mitchell L. Diffraction of ocean waves around a hollow cylindrical shell structure[J]. Wave Motion,2009,46:78-88.
- [3] Bhatta D D, Rahman M. On the scattering and radiation problem for a cylinder in water of finite depth[J]. Int J Eng Sci, 2003,41:931-967.
- [4] Wu B J, Zhang Y H, You Y G, et al. On diffraction and radiation problem for two cylinders in water of finite depth[J]. Ocean Eng,2006,33:679-704.
- [5] Wu B J, Zhang Y M, You Y G, et al. On diffraction and radiation problem for a cylinder over a caisson in water of finite depth [J]. Int J Eng Sci,2004,42:1 193-1 213.
- [6] Rahman M, Bhatta D D. Second order wave forces on a pair of cylinders[J]. Can Appl Math Q,1993,1(3):343-382.
- [7] Shen Y M, Zhang Y H, You Y G. On the radiation and diffraction of linear water waves by a rectangular structure over a sill. Part I. Infinite domain of finite water depth[J]. Ocean Eng,2005,32:1 073-1 097.
- [8] Bhattacharjee J, Soares C G. Wave interaction with a floating rectangular box near a vertical wall with step type bottom topography[J]. J Hydrodyn,2010,22(5),91-96.
- [9] Siddorn P, Taylor R E. Diffraction and independent radiation by an array of floating cylinders[J]. Ocean Eng,2008,35: 1 289-1 303.

[责任编辑:丁 蓉]