

垂直电偶极子在覆盖有等离子体的良导体上产生的电磁场的研究

林国华^{1,2}, 张业荣², 李 凯³

(1. 镇江船舶学院物理系, 江苏 镇江 212003)

(2. 南京邮电大学电子科学与技术学院, 江苏 南京 210003)

(3. 浙江大学信电系, 浙江 杭州 310058)

[摘要] 研究了垂直电偶极子在覆盖有等离子体的良导体上产生的电磁场. 总电磁场包括了直射波、理想反射波、侧面波和缺陷表面波. 因为等离子体的折射系数是随频率变化的复杂函数, 所以用于计算缺陷表面波的极点函数的解也是频率的函数. 研究了频率对极点方程及其解的影响, 并分别计算了直射波、理想反射波和侧面波之和、总场强、以及缺陷表面波的值. 金属导体的表面在很宽的频率范围内可以等效为等离子体, 本文的研究结果可以用来分析集成微带线电路或者微带天线表面的电磁场分布规律.

[关键词] 垂直电偶极子, 缺陷表面波, 侧面波, 等离子体

[中图分类号] O436 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2014)03-0054-04

Electromagnetic Field in Air for a Vertical Electric Dipole over Perfect Conductor Coated with a Plasma Layer

Lin Guohua^{1,2}, Zhang Yerong¹, Li Kai³

(1. Department of Physics, Zhenjiang Watercraft College, Zhenjiang 212003, China)

(1. College of Electronic Science and Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

(3. The Electromagnetics Academy, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: The electromagnetic fields in air from a vertical electric dipole over a perfect conductor covered with a plasma layer are studied. The total field includes the direct wave, the ideal reflected wave, the lateral-wave, and the trapped surface wave. The refractive index of plasma is a complex function of frequency, so the solutions of the pole equation which are used for the computation of the trapped surface wave are also a function of frequency. The influences of the frequency to the pole equation and the solutions are studied.

Key words: vertical electric dipole, trapped surface wave, lateral wave, plasma

20 世纪 90 年代, 许多文章给出了关于水平电偶极子和垂直电偶极子在分层介质中产生的电磁场的近似解析表达式^[1-11]. Wait^[2] 指出三层介质时的电磁场应当包括缺陷表面波项, 并总结出水平电偶极子和垂直电偶极子能够在三层介质中很容易激励出缺陷表面波.

后来, Li 和 Lu^[8] 计算了水平电偶极子在覆盖有单轴异性介质的良导体上产生的电磁场. Zhu 和 Pan^[11] 研究了垂直电偶极子在覆盖有负折射介质时的不良导体上的电磁场.

由于金属表面在电磁波的作用下会产生电离, 这样表面层可以近似看成一层等离子体^[12], 本文研究了垂直电偶极子在覆盖了等离子体的良导体上产生的电磁场. 等离子体是一种色散介质, 其等效折射系数与入射电磁波的频率有关. 金属表面等离子体的散射关系可以用 Drude 方程来表示^[12,13], 即可以用下面的函数 $\varepsilon(\omega)$ 表示相对介电常数^[12]

收稿日期: 2013-08-23.

基金项目: 国家自然科学基金(F010604).

通讯联系人: 林国华, 博士研究生, 讲师, 研究方向: 电磁场与微波技术, E-mail: lingh79@163.com

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\nu\omega}, \quad (1)$$

其中, $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \varepsilon_0}}$ 是等离子体固有频率, m_e 和 e 是电子的质量和电量, n_e 是自由电子数密度, 本文取 $\varepsilon_p = 2\pi c$, ω 是电磁波的角频率, ν 是碰撞频率, 此处取 $\nu = 0.01\omega_p$. 为了满足条件 $|k_1| \geq 3|k_0|$, 我们取 $\varepsilon_{\infty} = 4$, 时间因子为 $e^{-i\omega t}$.

1 垂直电偶极子在覆盖了等离子体的良导体上产生的电磁场

本文研究的分层介质的模型如图 1 所示, 一共有 3 个区域: 空气 ($z > 0$)、等离子体 ($-l < z < 0$)、理想导体 ($z < -l$), 波数分别为:

$$k_1(\omega) = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon(\omega)}, \quad k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}, \quad k_2 \rightarrow \infty, \quad (2)$$

当电偶极子和观察点都靠近等离子体表面时, 令 $\gamma_j = \sqrt{k_j^2 - \lambda^2}$, $j = 0, 1$, 可以得到极点方程为^[10]:

$$q(\lambda) = k_1^2 \gamma_0 - i k_0^2 \gamma_1 \tan(\gamma_1 l) = 0, \quad (3)$$

由于满足条件 $|k_1| \geq 3|k_0|$, 所以电磁场的各个分量可以用文献[10]的结果, 这里只讨论电场的垂直分量 E_{0z} , 其解析表达式为:

$$E_{0z}(\rho, z) = \frac{\omega \mu_0}{4\pi k_0} e^{ik_0 r_1} \left[\frac{ik_0}{r_1} - \frac{1}{r_1^2} - \frac{i}{k_0 r_1^3} - \left(\frac{z-d}{r_1} \right)^2 \left(\frac{ik_0}{r_1} - \frac{3}{r_1^2} - \frac{3i}{k_0 r_1^3} \right) \right] + \frac{\omega \mu_0}{4\pi k_0} e^{ik_0 r_2} \left[\frac{ik_0}{r_2} - \frac{1}{r_2^2} - \frac{i}{k_0 r_2^3} - \left(\frac{z+d}{r_2} \right)^2 \left(\frac{ik_0}{r_2} - \frac{3}{r_2^2} - \frac{3i}{k_0 r_2^3} \right) \right] - \omega \mu_0 \sqrt{\frac{1}{2\pi\rho}} e^{i\frac{3}{4}\pi} \sum_j \frac{\gamma_1(\lambda_j^*) \tan[\gamma_1(\lambda_j^*) l]}{q'(\lambda_j^*) \gamma_0(\lambda_j^*)} (\lambda_j^*)^{\frac{5}{2}} e^{i\gamma_0(\lambda_j^*)(z+d) + i\lambda_j^* \rho} + i \frac{\omega k_0^2 \mu_0}{k_1^2} \sqrt{\frac{1}{\pi k_0 \rho}} \cdot \gamma_1^* \tan(\gamma_1^* l) \cdot e^{i(k_0 r_2 - p^*)} \cdot F(p^*), \quad (4)$$

其中 λ_j^* 是极点方程的根, 可以通过牛顿迭代法计算得到. 其他参数如下:

$$p^* = \frac{k_0 \rho}{2} \left[\frac{z+d}{\rho} - i \frac{k_0 \gamma_1^*}{k_1^2} \tan(\gamma_1^* l) \right]^2, \quad (5)$$

$$r_1 = \sqrt{\rho^2 + (z-d)^2}, \quad r_2 = \sqrt{\rho^2 + (z+d)^2}, \quad (6)$$

$$\gamma_0 = \sqrt{k_0^2 - \lambda^2}, \quad \gamma_1 = \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}, \quad \gamma_1^* = \sqrt{k_1^2 - k_0^2}, \quad (7)$$

$F(p^*)$ 为 Fresnel 积分, 定义为

$$F(p^*) = \frac{1}{2}(1+i) - \int_0^{p^*} \frac{e^{it}}{\sqrt{2\pi t}} dt, \quad (8)$$

$q'(\lambda)$ 是极点方程(3)对 λ 的导数, 求导后的形式如下

$$q'(\lambda) = -\frac{\lambda}{\gamma_0} k_1^2 + i k_0^2 \left[\frac{\lambda}{\gamma_1} \tan(\gamma_1 l) + \lambda l \sec^2(\gamma_1 l) \right], \quad (9)$$

2 计算结果和讨论

2.1 极点方程的根

因为 k_1 是频率的函数, 所以极点方程的解也随着频率的变化而变化, 下面讨论极点与频率的关系, 我们令:

$$f(\lambda) = \frac{k_1^2 \gamma_0}{i k_0^2 \gamma_1} = \frac{k_1^2 \sqrt{k_0^2 - \lambda^2}}{i k_0^2 \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}}, \quad (10)$$

$$g(\lambda) = \tan(\gamma_1 l) = \tan(\sqrt{k_1^2 - \lambda^2} l), \quad (11)$$

图 2 和 3 表示极点方程的根, 可以看出极点方程的根与频率和等离子体的厚度都有关系; 运用计算机求根时, 可以用牛顿迭代法^[10], 图 4 给出了当 $l = 6 \mu\text{m}$ 时极点随着频率的变化关系, 可以看出极点方程的根是随着频率的增加而增大的.

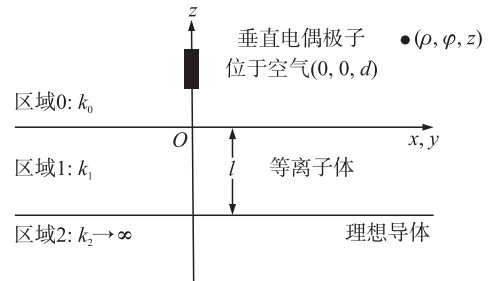


图 1 垂直电偶极子在覆盖了等离子体的良导体上结构示意图

Fig. 1 Geometry of a vertical electric dipole in a region above perfect metal covered with plasma layer

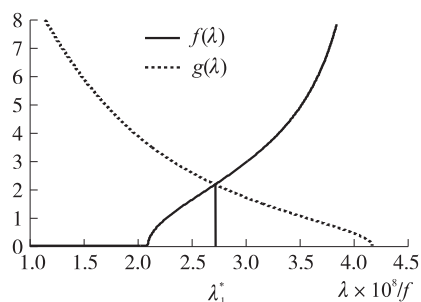

 图 2 当 $f=6$ THz 和 $l=6$ μm 时的极点方程的根

 Fig. 2 Root of the pole equation for $f=6$ THz, $l=6$ μm

2.2 电场垂直分量的计算

取 $z=d=0$, $\varepsilon_\infty=4$, $\varepsilon_p=2\pi c$, $\nu=0.01\omega_p$, 分别计算出不同频率时的电场垂直分量的总场强 (Total field)、缺陷表面波 (Trapped surface wave)、以及直射波, 反射波和侧面波之和 (DRL waves), 结果如图 5~8 所示。

从图 5 可以看出, 缺陷表面波衰减速度比 DRL 波慢, 总场强的主要成份是缺陷表面波. 保持厚度 $l=6\mu\text{m}$ 不变, 增加入射波的频率, 从图 6~8, 可以看出, DRL 波都比较小, 总场强主要成份是缺陷表面波, 而且随着频率的增加, DRL 波所占的成份也变小, 如图 8 所示, 当 $f=6$ THz 时, 总场强几乎和缺陷表面波的大小相同。

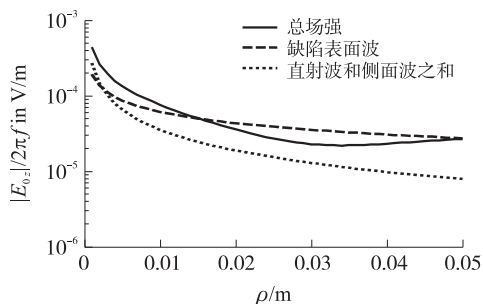

 图 5 当 $l=6$ μm 和 $f=1$ THz 时, 电场垂直分量 E_{0z} 的幅值 (V/m)

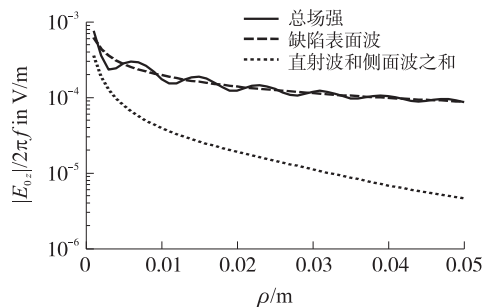
 Fig. 5 Vertical electric field E_{0z} in V/m at $l=6$ μm with $f=1$ THz

 图 7 当 $l=6$ μm 和 $f=2$ THz 时, 电场垂直分量 E_{0z} 的幅值 (V/m)

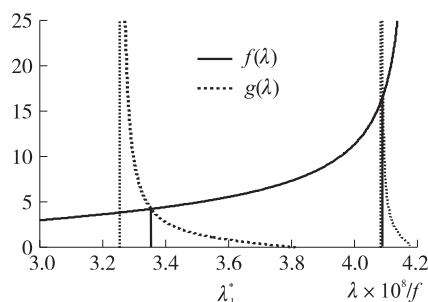
 Fig. 7 Vertical electric field E_{0z} in V/m at $l=6$ μm with $f=2$ THz

 图 3 当 $f=6$ THz 和 $l=30$ μm 时的极点方程的根

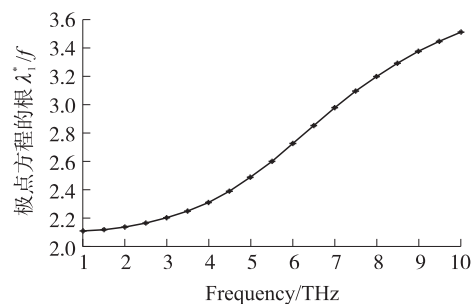
 Fig. 3 Root of the pole equation for $f=6$ THz, $l=30$ μm

 图 4 当 $l=6$ μm 时的极点方程的根随频率的变化关系

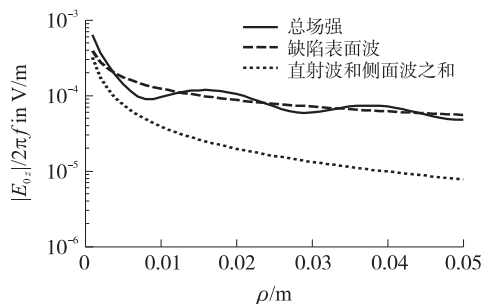
 Fig. 4 Root changes with frequency with $l=6$ μm

 图 6 当 $l=6$ μm 和 $f=1.5$ THz 时, 电场垂直分量 E_{0z} 的幅值 (V/m)

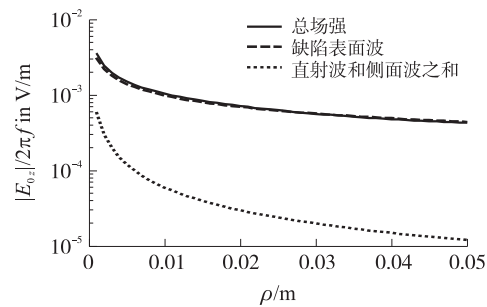
 Fig. 6 Vertical electric field E_{0z} in V/m at $l=6$ μm with $f=1.5$ THz

 图 8 当 $l=6$ μm 和 $f=6$ THz 时, 电场垂直分量 E_{0z} 的幅值 (V/m)

 Fig. 8 Vertical electric field E_{0z} in V/m at $l=6$ μm with $f=6$ THz

3 结论

本文讨论了垂直电偶极子在覆盖了等离子体的良导体上产生的电磁场. 因为等离子体的折射系数是随频率变化的复杂函数, 所以用于计算缺陷表面波的极点方程的解也是频率的函数. 此处研究了频率对极点方程及其解的影响, 分别计算了直射波、理想反射波和侧面波之和、总场强、以及缺陷表面波的值, 并比较了各个成份在总场强中的地位. 因为金属导体的表面在很宽的频率范围内可以等效为等离子体, 所以本文的研究结果可以用来分析集成微带线电路或者微带天线等实际情况的电磁场分布规律.

[参考文献]

- [1] Wait J R. Radiation from a vertical electric dipole over a stratified ground[J]. IRE Transaction Antennas and Propagation, 1953(1):9-12.
- [2] Wait J R. Comment on 'The electromagnetic field of a vertical electric dipole in the presence of a three-layered region' by R W P King and S S Sandler[J]. Radio Science, 1998, 33(2):251-253.
- [3] Wait J R. Electromagnetic Waves in Stratified Media[M]. 2nd ed. New York: Pergamon Press, 1970.
- [4] Collin R E. Some observations about the near zone electric field of a hertzian dipole above a lossy earth[J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 2004, 52(11):3 133-3 137.
- [5] King R W P, Owens M, Wu T T. Lateral Electromagnetic Waves: Theory and Applications to Communications, Geophysical Exploration, and Remote Sensing[M]. New York: Springer-Verlag, 1992.
- [6] King R W P, Sandler S S. The electromagnetic field of a vertical electric dipole over the earth or sea[J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1994, 42(3):382-389.
- [7] King R W P, Sandler S S. The electromagnetic field of a vertical electric dipole in the presence of a three-layered region[J]. Radio Science, 1994, 29(1):97-113.
- [8] Li K, Lu Y. Electromagnetic field generated by a horizontal electric dipole near the surface of a planar perfect conductor coated with a uniaxial layer[J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 2005, 53(10):3 191-3 200.
- [9] Liu L, Li K. Radiation from a vertical electric dipole in the presence of a three-layered region[J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 2007, 55(12):3 469-3 475.
- [10] Li K. Electromagnetic Fields in Stratified Media[M]. New York: Springer-Verlag, 2009.
- [11] Zhu X Q, Pan W Y. Electromagnetic field of a vertical dipole on a non-perfect conductor coated with a negative-index medium [C]//ISAPE 2008 In Kunming China, 8th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory, Kunming: IEEE, 2008.
- [12] Maier S A. Plasmonics: Fundamentals and Applications[M]. New York: Springer, 2007.
- [13] Johnson P B, Christy R W. Optical constants of the noble metals[J]. Physical Review B, 1972, 6(12):4 370-4 379.

[责任编辑:顾晓天]