

光栅常数测定实验中谱线不等高现象的分析

王小羊¹, 唐小村², 成西会¹

(1. 泰州学院数理学院, 江苏 泰州 225300)

(2. 淮海工学院理学院, 江苏 连云港 222005)

[摘要] 利用分光计进行的光栅常数测定实验, 当光线垂直于光栅表面入射时, 若光栅刻痕与狭缝不平行, 将导致衍射谱线不等高现象. 我们对这种情况下产生的衍射谱线不等高现象进行了理论分析, 并推导出衍射谱线偏离零级条纹的相对距离表达式, 同时讨论了此现象对测量光栅常数造成的影响.

[关键词] 分光计, 光栅衍射, 衍射谱线

[中图分类号] O436.1 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1001-4616(2016)03-0054-03

Analysis of Diffraction Lines with Different Heights in the Experiment of Measuring Grating Constant

Wang Xiaoyang¹, Tang Xiaocun², Cheng Xihui¹

(1. College of Mathematics and Physics, TaiZhou University, Taizhou 225300, China)

(2. College of Science, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang 222005, China)

Abstract: In the grating constant experiment by using spectrometer, when the light is perpendicular to the surface of the grating, if the transmission grating and slit are not parallel, there is the unequal phenomenon of higher diffraction spectra. We made a theoretical analysis under this situation. We deduced the relative distance between expression of diffraction spectrum deviates from the zero order fringe, in the meantime, we discussed the influence on the measurement of grating constant.

Key words: spectrometer, grating diffraction, diffraction lines

利用分光计进行的光栅常数测定实验^[1], 要求光线垂直于光栅表面入射, 并且光栅刻痕应该与狭缝平行. 当光线未能垂直于光栅表面入射时, 将导致谱线不等高或影响测量结果, 相关理论教材^[2-3]和文献^[4-9]对此已作出了一些说明和解释, 但是对于光栅刻痕与狭缝不平行导致的衍射谱线不等高现象, 文献^[10-11]只是定性的讨论了该情况对于实验结果带来的影响, 并未作出较为深入和全面的分析. 本文就这种情况进一步讨论其对实验现象和实验结果带来的影响.

1 实验原理

光源透过分光计平行光管前端的狭缝装置, 以竖直方向的线光源状态垂直入射到平面全息光栅表面上. 通过分光计望远镜的会聚透镜, 将这些衍射后的平行光会聚起来, 则在透镜的后焦面上出现彼此平行的衍射明条纹. 当光栅刻痕与狭缝严格平行时, 衍射明条纹产生的条件^[12]为:

$$d \sin \theta = \pm k \lambda, \quad (1)$$

式(1)为光栅方程, 其中 d (光栅常数) 为相邻狭缝之间的距离称为光栅常数, θ (衍射角) 为 k 级衍射光与入射光的夹角, k 为衍射谱线的级次, λ 为入射光的波长. 紫 ($\lambda = 435.8 \text{ nm}$)、绿 ($\lambda = 546.1 \text{ nm}$)、黄 ($\lambda_1 = 589.0 \text{ nm}$ 、 $\lambda_2 = 589.6 \text{ nm}$) 在 $\theta = 0$ 的方向上形成中央明条纹, 称为零级衍射谱线, 它们在这里是重合的, 从

收稿日期: 2014-12-14.

基金项目: 江苏省自然科学基金项目 (BK20140583).

通讯联系人: 王小羊, 副教授, 研究方向: 光学设计及半导体材料研究. E-mail: wxywxy12345@163.com

± 1 级开始各波长的衍射谱线依次错开并对称地分布在零级谱线的左右两侧,各级次衍射谱线与中央零级谱线平齐,如图 1 所示.

2 衍射谱线不等高现象

将光栅围绕平行光管的光轴旋转一定角度,即保持狭缝光垂直入射到光栅表面上,但狭缝光与光栅刻痕不平行,此时,衍射谱线出现不等高现象,如图 1 所示,并如下明显特点:

- (1) 中央衍射谱线的位置没有变化,以中央明纹为参照,两侧的衍射谱线与之不等高;
- (2) 两侧的衍射谱线分别朝上、下方向偏移,衍射角越大的谱线上、下偏移的距离越大;
- (3) 各级次的衍射谱线依然是竖直方向,与狭缝保持平行.

狭缝光源可以看成是无穷多个点光源的组合,光栅围绕平行光管的光轴旋转角度 α 时,每个点光源的衍射方向也随之旋转角度 α ,而通过光栅之后出现的衍射谱线是多个点光源衍射的叠加,这可以解释上述特征,并能够初步推测衍射谱线之间的距离会有轻微的缩小.

3 衍射谱线不等高现象的分析

3.1 衍射谱线位置的偏移

如图 2 所示,若光栅刻痕与狭缝平行,且入射光垂直于光栅表面入射,则在入射光范围内,从光栅面上某一条狭缝的某个点,即 O 点出发, OO' 为 0 级衍射光, OA 、 OB 是在 0 级两侧对称的 $+k$ 、 $-k$ 级衍射光,衍射角为 $\theta = \angle O'OA$. 此时,将光栅绕平行光管的光轴旋转角度 α ,由 O 点出发的 $+k$ 、 $-k$ 级衍射光衍射方向也随之旋转角度 α ,衍射光变为 OA' 、 OB' ,0 级衍射光保持不变,由 B' 点作 $B'C$ 垂直于直线 AB ,连接 OC ,设 $\angle O'OC = \theta'$,此时测得的衍射角为 θ' ,而实际的衍射角为 θ ,显然 $\theta' < \theta$. 设 $B'C$ 的长度为 h ,即衍射光纵向偏移的距离.

设 $\overline{OO'} = L$, $\overline{OB} = \overline{OB'} = R$,由图 2 可知,在 $\triangle OO'C$ 和 $\triangle OO'B$ 中,有

$$\frac{R}{L} = \tan \theta, \quad (2)$$

$$\frac{R \cdot \cos \alpha}{L} = \tan \theta', \quad (3)$$

$$h = R \cdot \sin \alpha. \quad (4)$$

由(2)、(3)、(4)式可解得:

$$\theta' = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} \right), \quad (5)$$

$$h = L \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} \cdot \sin \alpha, \quad (6)$$

其中 $\sin \theta = \frac{k\lambda}{d}$.

实验中采用的光栅元件 $d = \frac{1}{300}$ mm,汞灯作为光源,以绿光谱线 $\lambda = 546.1$ nm 为例,将 d 、 λ 代入式(5)、(6),分别取 $k = 1, 2, 3$, $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$,用 Mathematica 分析 θ' 、 h 随 α 的变化关系. 从图 3 所示的关系曲线可以看出, α 从零开始小范围增大时, θ' 逐渐减小,衍射谱线向中央明条纹靠拢,但变化较小,而 h 随

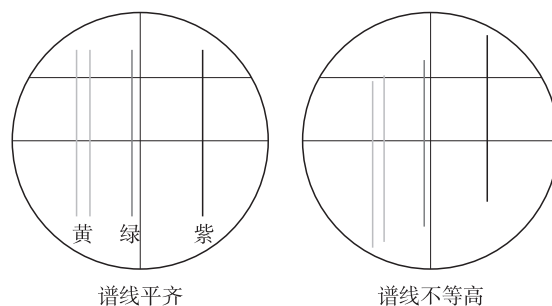


图 1 谱线对比图

Fig.1 Comparison of spectral lines

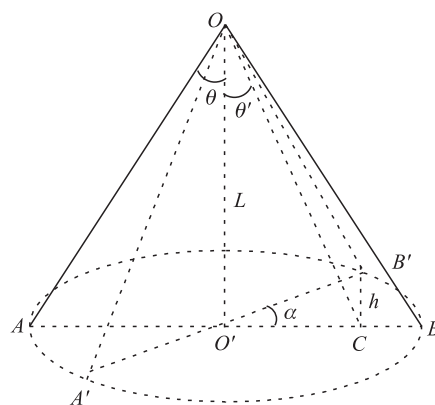
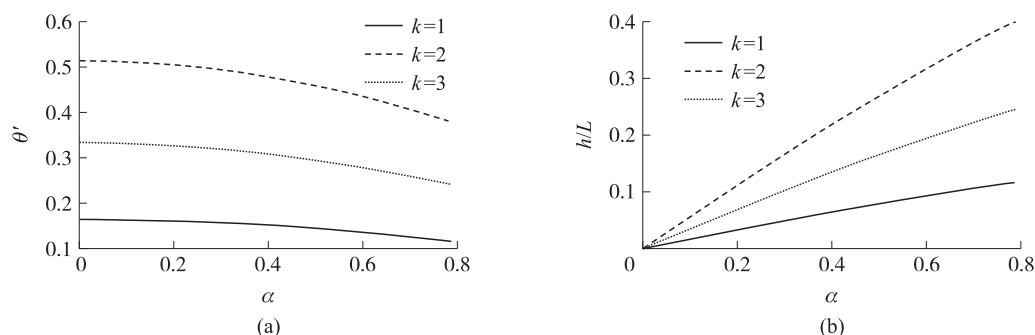


图 2 衍射光形成的圆锥面

Fig.2 Conical surface of diffracted light

α 的变化明显增大,由此造成了各条衍射谱线不等高现象.对于更高级数的衍射光,衍射角更大,上述变化更加明显.

图3 θ 、 h 与 α 的关系曲线Fig.3 Relationship curve between θ or h and α

3.2 对测量光栅常数造成的误差

当光栅绕平行光管的光轴转过 α 角时,测得的衍射角为 θ' , $d' = \frac{k\lambda}{\sin \theta'}$,而实际衍射角为 θ , $d = \frac{k\lambda}{\sin \theta}$, 由于 $\theta' < \theta$,因此测得的光栅常数值 $d' > d$,测量值偏大.令 $\Delta d = d' - d$,测量光栅常数的相对不确定度为:

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\sin \theta - \sin \theta'}{\sin \theta'} \quad (7)$$

由(5)、(7)式可得:

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cdot \sin^2 \alpha} - 1}{\cos \alpha} \quad (8)$$

在实验中由于分光计调节失误所导致的光栅刻痕与狭缝错开的角度 α 一般不会太大,采用的汞灯光源所能观测到的1级最小衍射角约 7.5° (紫光 $\lambda = 435.8 \text{ nm}$),3级最大衍射角约 31.5° (黄光 $\lambda = 589.6 \text{ nm}$),因此,可以确定 θ 、 α 的大概范围.取 $0^\circ \leq \alpha \leq 5^\circ$, $6^\circ \leq \theta \leq 33^\circ$,利用 Mathematica 分析测量光栅常数的相对不确定度,如图4所示,可以看出其相对不确定度的总体变化情况,这和仪器本身带来的误差相当,其最大值约为 3.8×10^{-3} .

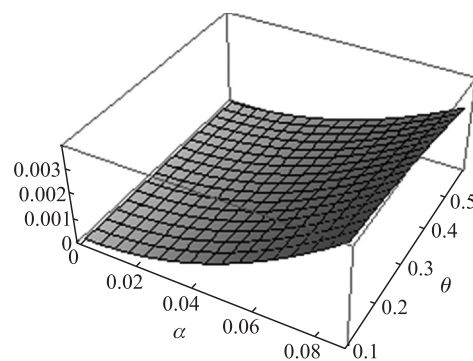


图4 Mathematica 分析相对不确定度

Fig.4 Analysis of relative uncertainty by Mathematica

4 结束语

在线光源垂直入射到光栅表面的情况下,当光栅刻痕与线光源不平行时,零级衍射谱线的位置不变,两侧的衍射谱线分别朝上、下方向偏移,出现不等高现象,并且轻微地向中央零级谱线靠拢.数据分析表明,光栅刻痕与线光源错开的角度 α 增大时,两侧的衍射谱线上、下方向的偏移距离 h 明显增大,由于各级次谱线向中央零级谱线靠拢,所测得的衍射角 θ' 比真实值偏小,使得光栅常数的测量值比真实值偏大.对于 ± 3 级以上的衍射谱线, θ' 对 α 的变化较为敏感,测量光栅常数的相对不确定度最大值约为 3.8×10^{-3} ,达到了仪器误差带来的影响程度.

[参考文献]

- [1] 卢佃清,李新华,王勇.基础物理实验[M].南京:南京大学出版社,2009.
- [2] 杨韧,高新存,薛建华.大学物理实验[M].北京:北京理工大学出版社,2005.
- [3] 沈元华,陆申龙.基础物理实验[M].北京:高等教育出版社,2003.
- [4] 黄曙江.入射光斜入射光栅表面的衍射方程[J].物理通报,2004(2):7-8.
- [5] 宋超群,李国安.斜入射光栅衍射条纹的分布[J].高师理科学刊,2003,23(3):86-87.

(下转第61页)

- [7] MEGHOUFEL F Z, BENTATA S, TERKHI S, et al. Electronic transmission in non-linear potential profile of GaAs/AlGaAs based quantum well structure[J]. Superlattices Microstruct, 2013, 57: 115–122.
- [8] EMINE O, YASIN O. Linear and nonlinear intersubband optical absorption coefficient and refractive index change in n-type δ -doped GaAs structure[J]. Opt Commun, 2013, 294: 361–367.
- [9] NGUYEN Q B, NGUYEN V H. The quantum acoustoelectric current in a doped superlattice GaAs:Si/GaAs:Be[J]. Superlattices Microstruct, 2013, 63: 121–130.
- [10] SATTARI F, FAIZABADI E. Spin transport and wavevector-dependent spin filtering through magnetic graphene superlattice[J]. Solid State Commun, 2014, 179: 48–53.
- [11] MERLIN R, BAJEMA K, CLARKE R, et al. Quasiperiodic GaAs-AlAs heterostructures[J]. Phys Rev Lett, 1985, 55(17): 1768–1770.
- [12] VASCONCELOS M S, MAURIZ P W, ALBUQUERQUE E L. Impurity binding energies in semiconductor Fibonacci superlattices[J]. Microelectronics journal, 2003, 34: 503–505.
- [13] VASCONCELOS M S, MAURIZ P W, ALBUQUERQUE E L, et al. Electronic spectra of GaAs/GaAlAs superlattice with impurities arranged according to a Fibonacci sequence[J]. Applied surface science, 2004, 234: 33–37.
- [14] ZHANG L W, FANG K, DU G Q, et al. Transmission properties of Fibonacci quasi-periodic one-dimensional photonic crystals containing indefinite metamaterials[J]. Optics communications, 2011, 284: 703–706.
- [15] VELASCO V R. Electronic properties of Fibonacci quasi-periodic heterostructures[J]. Phys Stat Sol(b), 2002, 232(1): 71–75.
- [16] VELASCO V R. Electronic properties of Fibonacci quasi-periodic heterostructures[J]. Microelectronics journal, 2002, 33: 361–364.
- [17] YAMINA S, ZOUBIR A, REDOUAN D, et al. Achievement of tailored laser frequencies by fine-tuning the structural parameters of Fibonacci's in AlGaAs/GaAs superlattices[J]. Superlattices Microstruct, 2013, 62: 233–241.
- [18] ZHANG G G, YANG X B, LI Y H, et al. Optical transmission through multi-component generalized Thue-Morse superlattices[J]. Physica B, 2010, 405: 3605–3610.
- [19] LI F, YANG X B. Transmission of light through GF(m, n) multilayers[J]. Physica B, 2005, 368: 64–69.
- [20] BJÖRN J, SVERRE T E. Solving the Schrödinger equation in arbitrary quantum-well potential profiles using the transfer matrix method[J]. IEEE J Quantum Electron, 1990, 26(11): 2025–2035.
- [21] ROBERT G. Elementary quantum mechanics in one dimension[M]. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2004.
- [22] 骆敏, 杨双波. 多势垒结构共振透射系数的计算[J]. 南京师大学报(自然科学版), 2012, 35(2): 50–55.
- [23] BASTARD G. Superlattice band structure in the envelope-function approximation[J]. Phys Rev B, 1981, 24(10): 5693–5697.

[责任编辑:顾晓天]

(上接第56页)

- [6] 张贵银, 关荣华. 光线斜入射对光栅常数测量的影响[J]. 大学物理实验, 2005, 18(1): 11–12.
- [7] 苏亚凤, 李普选, 徐忠锋. 斜入射条件下光栅衍射现象的分析[J]. 大学物理, 2001, 20(7): 18–21.
- [8] 蒋卫建, 方本民, 陈守川. 分光计实验中光栅位置倾斜对测量谱线波长的影响[J]. 大学物理, 2011, 30(3): 34–37.
- [9] 高国良. 光栅光谱不等高对衍射角度的影响及其校正[J]. 实验室研究与探索, 1999(5): 66–68.
- [10] 唐小村. 光线斜入射对光栅衍射的影响[J]. 实验技术与管理, 2012, 29(7): 42–44.
- [11] 武志华. 谱线不等高对光栅常数测量的影响[J]. 物理实验, 1993, 13(2): 91–92.
- [12] 叶玉堂, 饶建珍, 肖峻. 光学教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.

[责任编辑:顾晓天]