

基于样本融合的核稀疏人脸识别方法

沈兴华^{1,2}, 詹永照², 程显毅¹, 丁卫平¹

(1.南通大学计算机科学与技术学院,江苏 南通 226019)
(2.江苏大学计算机科学与通信工程学院,江苏 镇江 212013)

[摘要] 针对基于小样本集人脸图像的识别能力低,计算复杂度高的问题,提出了一种基于样本融合的核稀疏表示方法(KSRMSF).该方法首先通过在原始样本集中添加镜像训练样本和对称训练样本,扩大了原始样本集的规模,接着使用基于高斯核函数的算法从扩充后的训练样本集中挑选若干个最近邻训练样本,利用这组最近邻样本的线性组合表示待识别的测试样本,根据 L_2 范式的结果对测试样本进行分类,通过修改最近邻样本数获得更高的分类精度.实验结果表明该方法比同类识别算法有更好的识别效果.

[关键词] 人脸识别,样本融合,核诱导,稀疏表示, N 最近邻

[中图分类号] TP391.4 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2016)04-0031-07

A Kernel Sparse Representation Method Based on Samples Fusion for Face Recognition

Shen Xuehua^{1,2}, Zhan Yongzhao², Cheng Xianyi¹, Ding Weiping¹

(1.School of Computer Science & Technology, Nantong University, Nantong 226019, China)
(2.School of Computer Science & Communications Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: To improve the recognition rate of face recognition method based on small sample set of face images and reduce the high computational complexity, a kernel sparse representation method based on samples fusion method (KSRMSF) is proposed. The proposed method first extends the training samples to form a new training set by adding some mirror virtual training samples and symmetrical ones, and uses a algorithm based on Gaussian Kernel Function to determine N nearest neighbors of the testing sample from the new training samples. Finally, the KSRMSF represents the testing sample as a linear combination of the determinated N nearest neighbors and performs the classification according to the L_2 norm. Through the different values of N set, the classification is more accurate. Many experiments show that the KSRMSF can get a better classification result than the same type of algorithm.

Key words: face recognition, samples fusion, kernel-induced, sparse representation, N nearest neighbor

随着人脸识别技术在访问控制、法医检测、机器人和人机交互等领域的广泛使用,它日益成为计算机视觉和模式识别领域的研究热点^[1-2].

在过去的几十年时间里,不断有新的识别技术被提出和使用.1987年,Sirovich and Kirby 率先将主成分分析方法(Principal Component Analysis, PCA)应用到人脸识别领域.自此,许多基于主成分分析法的人脸识别方法相继被提出和使用,比如:Turk and Pentland^[3]在1991年提出的 Eigenfaces 方法;Belhumeur等^[4]在1997年提出的 Fisher 线性判别分析法(Fisher's Linear Discriminant Analysis, FLDA).这些方法将高维的图像数据矩阵转化为一维向量,最大限度地降低了数据矩阵的维度,具有较高的计算复杂度^[1-5].另外,Cover等提出的最近邻分类法(The Nearest Neighbor Classifier)也能获得较好的识别效果^[5-6].

收稿日期:2016-08-16.

基金项目:国家自然科学基金(61170126、61340037、61300167、61402205)、江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(CXLX13_67)、南通市科技计划应用研究资助项目(BK2012038).

通讯联系人:沈兴华,博士研究生,讲师,研究方向:图像识别、机器学习. E-mail: sxh003@ntu.edu.cn

近年来,根据 Candes、Terres Tao 等人提出的压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论,基于识别分类的稀疏表示(Sparse Representation Based Classification, SRC)方法开始应用到人脸识别领域的研究工作中^[6]. 该方法将测试样本表示成所有训练样本的一个线性组合,其中一部分训练样本的系数等于或接近于零,通过计算不同训练样本在表示测试样本时的贡献进行分类,将测试样本认定为贡献最大的训练样本所在的类中. 有关研究已经证明 SRC 方法比非稀疏识别方法有更高的识别率^[5-8]. 但是该方法的计算复杂度与 PCA、FLDA 等方法相比,并没有显著地降低.

由于训练样本的数量有限,不同的光照条件、面部表情和姿势等因素在使用 SRC 方法进行人脸识别时,会极大地影响识别率. 因此,为了解决小样本人脸图像的识别问题,需要增加样本数量来提高识别算法的识别率. 文献[5]等提出了通过对原始训练样本添加噪声来增加训练样本的方法,文献[6-8]等提出了通过原始训练样本生成虚拟对称样本的方法来增加训练样本的数量,文献[7]等提出了添加对称测试样本来提高测试样本的数量,文献[9-10]等使用镜像图像模拟人脸图像的各种变化情况,以提高人脸图像的识别率. 本文提出了一种基于样本融合和核稀疏表示(KSRMSF)的全新的人脸识别方法. 该方法分为 3 个阶段:首先,使用现有的训练样本分别产生镜像虚拟训练样本、对称虚拟训练样本,将这两部分新的训练样本和原始训练样本合并为新的训练样本集;然后,根据核诱导函数,从训练样本集中选择 N 个最近邻样本,把测试样本表示成上述 N 个训练样本的线性组合;最后,根据得到的表示结果对测试样本进行分类. 通过实验比较,本文提出的人脸识别方法比文献[11-13]中提到的方法更有竞争性.

1 基于稀疏表示的人脸识别方法

1.1 基本原理

所谓的人脸识别^[3],是指根据若干个已知的人脸类别,判断给定的人脸测试样本属于哪个类别. 基于稀疏表示的识别方法将该问题分为 3 个阶段来解决. 设整个训练样本集分为 L 个类别,首先,根据测试样本在每个类别中选出一个最近邻训练样本,共获得 L 个最近邻训练样本;然后,把测试样本表示为这 L 个训练样本的线性组合;最后利用上述线性组合对测试样本进行分类.

1.1.1 选择最近邻训练样本

设 $A_i^k (i=1, 2, \dots, n_k, k=1, 2, \dots, L)$ 表示第 k 个类的第 i 个训练样本, n_k 表示第 k 个类的训练样本数; y 表示待识别的测试样本,用下面的公式计算 y 和 A_i^k 的距离:

$$d_i^k = \|A_i^k - y\|^2. \quad (1)$$

令 $j = \arg \min_i d_i^k$, 则 A_j^k 称为来自第 k 类的最近邻训练样本,将 A_j^k 表示为 NTS_k . 完成该过程后,将获得的 L 个训练样本(来自 L 个类别)表示成矩阵形式:

$$S = [NTS_1 \cdots NTS_L].$$

1.1.2 确定测试样本的线性组合

根据上面选取的训练样本,将测试样本 y 表示成这些训练样本的线性组合,即下列公式近似成立:

$$y = \sum_{i=1}^L \beta_i NTS_i, \quad (2)$$

将式(2)改写成:

$$y = S \cdot \beta, \quad (3)$$

其中 $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_L)^T$.

根据式(3)计算系数矩阵 β .

1.1.3 测试样本分类

由式(2)可知:在表示测试样本 y 的线性组合中,每个 NTS 的权重是不同的,通过计算 $\beta_i NTS_i$ 和 y 的残差确定测试样本所属的类别.

设 $e_i = \|y - \beta_i NTS_i\|^2$, 显然 e_i 越小, NTS_i 训练样本表示测试样本 y 的能力就越强.

如果 $e_n = \min e_i$, 那么,测试样本 y 就被识别为第 n 类,即属于第 n 类的样本.

1.2 稀疏表示法存在的问题

通过以上分析可知,上述样本分类方法在使用过程中存在以下 3 方面的问题:

(1) 该方法的效果受到每个训练类的训练样本数的影响,由于在实际使用中有效训练样本数的个数比较有限,会影响实际的识别效果;

(2) 该方法在选择最近邻训练样本时,每个类只选择一个样本,这样就限制了用于表示测试样本的训练样本个数,在表示测试样本时可能会丢失重要的信息,而且该方法不能根据训练样本集的规模灵活地调整最近邻训练样本的个数;

(3) 由于不同的面部表情和姿势、不同的光照条件,同一类别的人脸图像会有很大的差异,该方法采用欧拉距离来选择测试样本的最近邻训练样本时,针对上述情况会产生较大的误差。

针对上述 3 个问题,本文提出了结合样本融合的,采用核诱导距离选择多个训练样本的方法来实现人脸识别的方案。该方法首先采用样本扩充的方法增加训练样本的数目,接下去采用基于核诱导距离的函数,从融合后的训练样本集中选择测试样本的 N 个最近邻样本,最后将测试样本表示成最近邻样本集的线性组合,根据线性组合的结果对测试样本进行分类。

2 基于样本融合的核稀疏表示法

2.1 虚拟训练样本的生成

虚拟样本^[3-6]是指在不知道样本分布概率函数的情况下,利用相关领域的先验知识,根据已有训练样本产生的新样本。目前存在很多种生成虚拟样本的方法,比如:镜面对称变换方法、尺度转换方法、投影积分变换方法等。本文选择两种不同的方法生成新的虚拟样本。

2.1.1 镜像虚拟训练样本的生成

设原始训练样本用 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^{row \times col}$ ($i = 1, 2, \dots, n_k, k = 1, 2, \dots, L$) 表示,对应的镜像样本用 \mathbf{x}_i^m 表示,原始训练样本 \mathbf{R} 的镜像样本 \mathbf{M} 用下面的公式生成:

$$\mathbf{M}(p, q) = \mathbf{R}(p, col - q + 1), \quad (p = 1, \dots, row, q = 1, \dots, col) \quad (4)$$

其中: row 和 col 表示原始样本 \mathbf{R} 对应的图像矩阵的行数和列数; $\mathbf{M}(p, q)$ 表示位于第 p 行第 q 列的像素点。

2.1.2 对称虚拟训练样本的生成

根据上面的假设,原始训练样本 \mathbf{x}_i 的对称样本用 \mathbf{x}_i^s 表示,原始训练样本 \mathbf{R} 的对称样本 \mathbf{S} 用下面的公式生成:

$$\begin{cases} \mathbf{S}(p, m) = \mathbf{R}(p, m), \\ \mathbf{S}(p, q) = \mathbf{R}(p, col/2 - (q - col/2 - 1)), \end{cases} \quad (p = 1, \dots, row, m = 1, \dots, col/2, q = col/2 + 1, \dots, col) \quad (5)$$

其中: row 和 col 含义同上, $\mathbf{S}(p, m)$ 表示对称虚拟训练样本位于 p 行 q 列的像素点。

图 1、2 分别列出了人脸数据库 Yale 和 ORL 中的 5 张原始训练样本和对应的镜像样本、对称样本。

则:新的训练样本集是原始训练样本集、新的镜像虚拟样本集和新的对称虚拟训练样本的组合,即:

$$\hat{\mathbf{x}}_j^k = \begin{cases} \mathbf{x}_j^k, & 1 \leq k \leq L, \\ (\mathbf{x}_j^k)^m, & L < k \leq 2L, \\ (\mathbf{x}_j^k)^s, & 2L < k \leq 3L. \end{cases} \quad (6)$$

2.2 选择测试样本的最近邻训练样本

对于任意一个需要进行分类识别的测试样本,需要在整个训练样本集中选择 N 个最近邻训练样本。文献[11]中每个类别只能选取一个最近邻训练样本,但 KSRMSF 方法提供了更大的样本空间和灵活性,根据分类识别的要求可以从单个类别中选取多个最近邻训练样本。

由于在原始的人脸图像空间中存在不同的人脸表情、姿态和光照条件等情况,同一类别人脸的测试样本会出现很大的差异,直接进行人脸的识别存在很大的困难。在上述情况下,用基于二阶欧拉距离的函数无法准确地计算出测试样本和训练样本间的“距离”,不能找到匹配的最近邻训练样本。但是基于核诱导的非线性函数能够很好地解决这个问题^[7-9],挑选出合适的最近邻样本。因此,本文采用基于核诱导的函数对人脸样本进行识别,详细算法设计如下:设第 i 个训练样本用 \mathbf{x}_i 表示,第 j 个测试样本用 \mathbf{y}_j 来表示,基于核诱导的 N 个最近邻训练样本可以通过下面的公式进行计算:

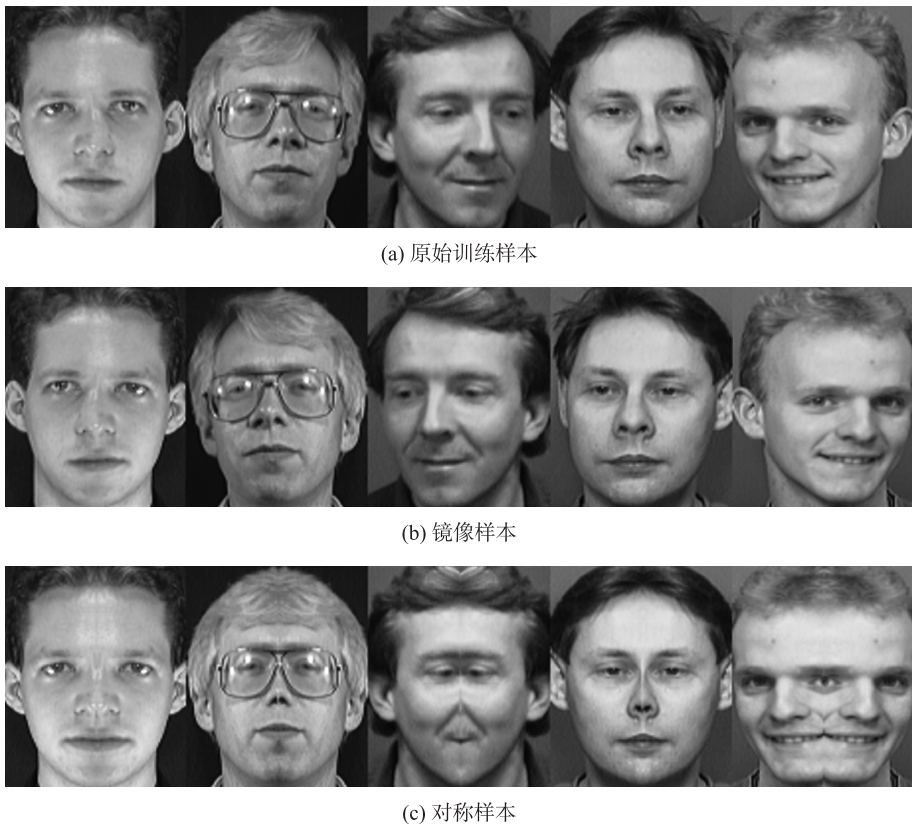


图 1 Yale 人脸数据库的部分图像
Fig. 1 Some face images from Yale database

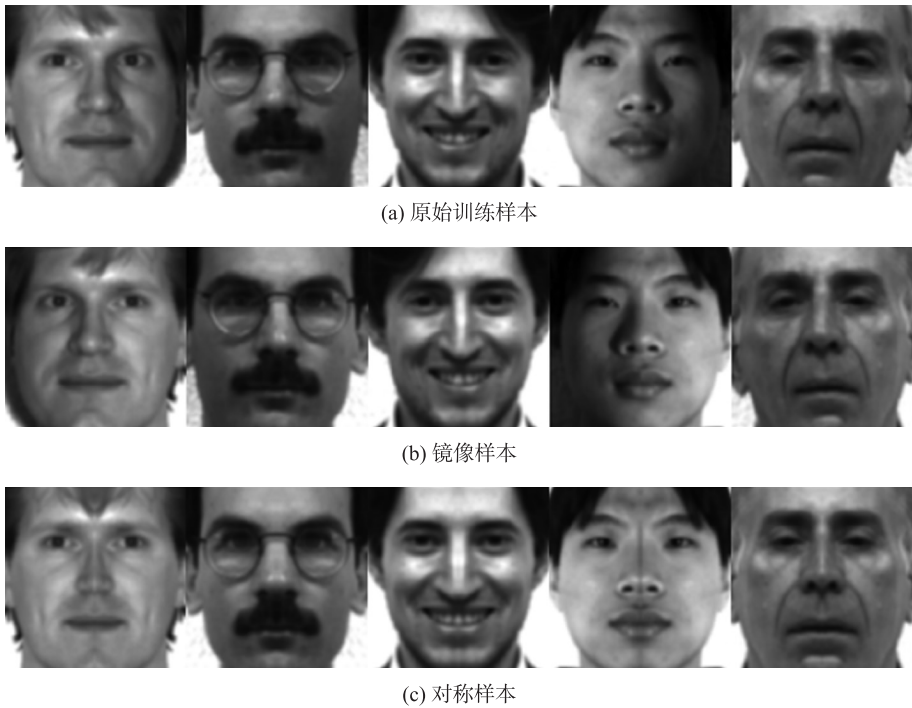


图 2 ORL 人脸数据库的部分图像
Fig. 2 Some face images from ORL database

$$\begin{aligned} d(x_i, y_j) &= \| \varphi(x_i) - \varphi(y_j) \|^2 = (\varphi(x_i) - \varphi(y_j))^T (\varphi(x_i) - \varphi(y_j)) = \\ &= \varphi(x_i)^T \varphi(x_i) - 2\varphi(x_i)^T \varphi(y_j) + \varphi(y_j)^T \varphi(y_j) = \\ &= K(x_i, x_i) - 2K(x_i, y_j) + K(y_j, y_j), \quad (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \tag{7}$$

其中, $K(x, y)$ 表示核函数.

在各种核函数中,高斯核函数是一种线性的径向基核函数,具有旋转对称性和很高的分类精度,本文选用该函数计算测试样本和训练样本的距离.则上文的核函数 $K(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 有如下公式:

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \exp(-\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 / \sigma), \quad (8)$$

式(7)可化简为:

$$d(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j) = \|\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_i) - \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{y}_j)\|^2 = 2 \cdot (1 - K(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j)). \quad (9)$$

根据式(9)的计算结果,选取 $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j)$ 值最小的 N 个训练样本作为测试样本 \mathbf{y}_j 的 N 个最近邻训练样本,分别表示为 $N\mathbf{T}\mathbf{S}_i (i=1, 2, \dots, N)$. 需要指出的是,这里的 N 和测试样本的类别数 L 不一定相等 ($N \geq L$),通过式(9)获得的 N 个最近邻测试样本不一定分属于 L 个类别.

2.3 线性表示和分类

根据 2.2 选取的 N 个最近邻训练样本,假定存在下列等式:

$$\mathbf{y} = a_1 \mathbf{x}_1 + a_2 \mathbf{x}_2 + \dots + a_N \mathbf{x}_N, \quad (10)$$

其中, \mathbf{x}_i 表示第 i 个最近邻测试样本, a_i 表示对应的系数. 式(10)可以改写为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{A}, \quad (11)$$

式(11)中的 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]$, $\mathbf{A} = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T$. 如果 \mathbf{X} 是非奇异阵,则有:

$$\mathbf{A} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{y}, \quad (12)$$

否则:

$$\mathbf{A} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}. \quad (\lambda \text{ 是一个正的常数, } \mathbf{I} \text{ 是单位矩阵}) \quad (13)$$

在得到系数矩阵 \mathbf{A} 的值后,对测试样本 \mathbf{y}_i 进行分类:设训练样本集中的样本分属于 L 个不同的类别,它们的类标签分别为 $\{1, 2, \dots, L\}$, 设 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_d\}$ 表示 N 个最近邻训练样本分属的类标签的集合,显然有: $C \subseteq \{1, 2, \dots, L\}$. 如果在 N 个最近邻训练样本中属于类别 r 的最近邻训练样本为 $\tilde{\mathbf{x}}_m, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_n$, 那么,用类别 r 的训练样本表示测试样本的贡献的累加和可以表示为: $\mathbf{Con}_r = a_m \tilde{\mathbf{x}}_m + \dots + a_n \tilde{\mathbf{x}}_n$, \mathbf{Con}_r 和测试样本 \mathbf{y}_i 的残差可以通过下面的公式进行计算:

$$D_r = \|\mathbf{y}_i - \mathbf{Con}_r\|^2. \quad (14)$$

显然,残差 D_r 的值越小,表明在线性组合中,类别 r 对测试样本 \mathbf{y}_i 的贡献越大. 如果 $D_r = \min \{D_1, \dots, D_N\}$, 则测试样本 \mathbf{y}_i 可以被识别为 r 类.

3 实验结果和分析

为了验证 KSRMSF 算法的识别效率,本节采用 ORL、Yale 两个人脸数据库进行实验验证. ORL 人脸数据库包含 40 个人脸图像样本,由 36 名男性和 4 名女性组成. 每一个人脸图像包含 10 张不同的面部表情(开/闭眼睛,笑/不笑),不同的光照和面部细节(有/无眼镜). Yale 人脸数据库有 165 张图像,由 15 个人组成,每人有 11 张不同照明条件下的图像. 在进行识别实验前,每个样本向量都归一化为长度为 1 的单位向量.

在本文的实验中,每个人脸数据库的样本首先被分成两类:训练样本和测试样本. 针对每个数据库,假定每个对象在进行样本融合后的总样本数为 n , 选择其中的 $s (s < n)$ 个样本作为训练样本, $(n-s)$ 个样本作为测试样本,这样的样本选择方法有 $C_n^s = \frac{n!}{(n-s)! s!}$ 种. 因此,存在 C_n^s 个不同的训练样本集和测试样本集. 以 Yale 人脸数据库为例,首先进行样本融合,将每个类的样本数扩充 100%, 即:将每个类对应的 11 张图像扩展为 22 张图像;接下去采用文献[11]中介绍的方法进行样本划分. 在使用 KSRMSF 算法时,测试样本和训练样本在属性空间中的距离采用式(7)进行计算,其中 σ 是一个正的常数,本实验中将它设置为 0.2. \mathbf{A} 通过式(13)进行求解,式中 λ 设为小数 0.02. 参数 σ 和 λ 的值也可以在实验时进行修改. 为了进行实验效果的比较,文献[11-12]中采用的算法也一并运行.

在确定测试样本属于哪个类别时,需要分析式(14)中的 D_r 值. 正如前面所提到的,残差 D 的值越小,测试样本 \mathbf{y}_j 就越应该被标识为 D 所在的类别. 如式(14)得到的最小 D_r 属于 r 类,则测试样本 \mathbf{y}_j 就应该被标识为 r 类. 在计算残差 D 时,需要设置 N 参数的值,该参数的值与数据库中样本的类别数 L 有关,如果 N 参数的值太小,则训练样本个数会变少,在表示测试样本时可能会丢失重要的信息;如果 N 参数的值过大

($N>3L$),会大大降低算法的执行效率.表中参数 N 的值按照下面的规则设定:如果给定的数据库有 L 个类别,则 N 的值分别取为 $L/2,L$ 和 $2L$.针对每个 N 值,每个类别的训练样本数依次设为 2、3、4、5.两个数据库的实验结果分别表示在表 1、2 中.实验结果显示,本文使用的方法(KSRMSF)优于文献[11]中的方法.表 1 是基于 ORL 人脸数据库的实验结果.通过设置 $N=20$,训练样本数分别为 2、3、4、5,得到的错误率分别是:14.77%、8.92%、5.88%、4.30%.在同等情况下,文献[11]中方法得到的错误率分别是:18.51%、12.00%、8.47%和 6.44%;文献[12]中方法得到的错误率分别是:16.27%、11.07%、8.82%和 6.48%.实验结果表明:KSRMSF 方法明显优于文献[11-12]中的方法.通过把 N 的值设置为 40 和 80,从表 1 中可以看出,得到的错误率仍然低于文献[11-12]中的方法.表 2 的实验结果也验证了 KSRMSF 方法的优越性.

图 3 显示了 ORL 人脸数据库的实验结果.在实验中,将 N 的值设置为 80,从每个类别中分别选取 4 张照片作为训练样本.根据上文介绍的公式,有 252 种不同的实验组合.根据图 3 可以发现,KSRMSF 方法获得的平均错误率均低于文献[11-12]中获得的平均错误率,完整的实验结果已经在表 1 中列出.图 4 显示了 Yale 人脸数据库的实验结果.在实验中,将 N 的值设置为 22,从每个类别中选取 5 张图片作为训练样本,有 330 种不同的实验组合.图 4 中的折线图表明,文中的 KSRMSF 方法在 Yale 数据库的平均错误率低于文献[11]中的方法,表 2 列出了 Yale 人脸数据库的完整实验结果.从图 3 和图 4 可以看出:本文中的 KSRMSF 方法比同类方法具有更低的平均错误率.

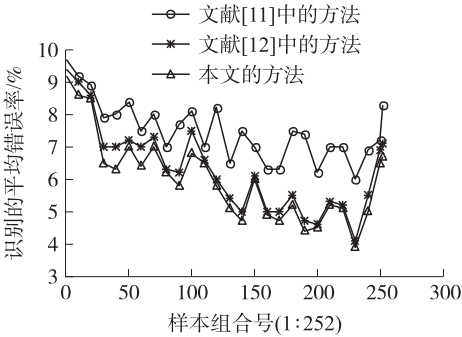


图 3 ORL 数据库上不同组合的错误率比较
Fig. 3 The comparison of the mean error ratios of different combination on ORL database

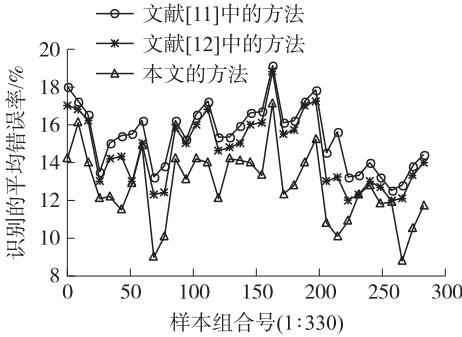


图 4 Yale 数据库上不同组合的错误率比较
Fig. 4 The comparison of the mean error ratios of different combination on Yale database

表 1 基于 ORL 人脸数据库的分类算法的平均错误率对比

Table 1 The mean error ratios of the classification errors of the method mentioned in [11-12] and our proposed method on the ORL database

每个类的训练样本数		2	3	4	5
本文的方法(KSRMSF)	$N=20$	14.77%	8.92%	5.88%	4.30%
	$N=40$	14.92%	8.60%	5.67%	3.87%
	$N=80$	15.56%	10.32%	6.11%	4.32%
文献[11]中的方法		18.51%	12.00%	8.47%	6.44%
文献[12]中的方法		16.27%	11.07%	8.82%	6.48%
训练集的数目		45	120	210	252

表 2 基于 Yale 人脸数据库的分类算法的平均错误率对比

Table 2 The mean error ratios of the classification errors of the method mentioned in [11-12] and our proposed method on the Yale database

每个类的训练样本数		2	3	4	5
本文的方法(KSRMSF)	$N=6$	14.40%	9.88%	7.75%	7.67%
	$N=11$	13.90%	9.80%	7.69%	7.29%
	$N=22$	12.66%	9.21%	7.05%	6.43%
文献[11]中的方法		18.52%	14.68%	8.00%	8.04%
文献[12]中的方法		14.75%	10.98%	8.28%	8.42%
训练集的数目		55	165	330	462

4 结语

针对小样本情况下的人脸图像识别问题,提出了一个基于样本融合和核稀疏的人脸识别方法(KSRMSF).通过采用镜像样本和对称样本两种样本扩充方法,扩充了原始训练样本集;采用了基于稀疏表示的识别方法,有效降低了人脸图像数据的维度,降低了算法的复杂度.在 ORL 和 Yale 两组人脸数据库上的实验结果表明:文中的 KSRMSF 方法优于文献[11-12]中的算法,具有更高的人脸识别能力;由于本文的新算法只对测试样本集和训练样本集的生成过程进行了诸多改进,并没有修改匹配部分的算法,因而,与文献[11-12]中的算法相比,本算法在执行效率方面不会出现明显的降低.

该算法在不同的人脸表情、不同的光照条件和拍摄姿势时,具有较好的识别效果;但是,当背景条件较为复杂,比如:一张图像中出现多个人脸、前后景的对比度较小等情况时,识别效果会急剧下降.由于没有在图像质量较差的人脸图像数据集中进行充分的实验,因此在以后的研究工作中,需要继续验证该算法的稳定性;同时文中没有详细进行算法复杂度的分析,也需要在以后的研究中加以考虑,以提高该方法处理大数据集时的适用性.

[参考文献]

- [1] XU Y, YANG J Y, LU J F, et al. An efficient renovation on kernel fisher discriminant analysis and face recognition experiments[J]. Pattern recognition, 2004, 37(10): 2 091-2 094.
- [2] KROEKER K L. Face recognition breakthrough[J]. Communications of the ACM, 2009, 52(8): 18-19.
- [3] TURK M, PENTLAND A. Eigenfaces for recognition[J]. Cognit Neurosci, 1991, 3(1): 71-86.
- [4] BELHUMEUR P N, HESPAHIA J P, KRIENGMAN D J. Eigenfaces versus fisherfaces: recognition using class specific linear projection[J]. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 1997, 19(7): 711-720.
- [5] TANG B, LUO S, HUANG H. High performance face recognition system by creating virtual sample[C]//Proceedings of International Conference on Neural Networks and Signal Processing, Toulouse, 2003: 972-975.
- [6] COVER T, HART P. Nearest neighbor pattern classification[J]. IEEE transactions on information, 1967, 13(1): 21-27.
- [7] XU Y, ZHU Q, FAN Z, et al. Using the idea of the sparse representation to perform coarse-to-fine face recognition[J]. Information sciences, 2013, 238(7): 138-148.
- [8] XU T, ZHU N B. Two-phase method based on virtual test samples and face recognition experiments[C]//2015 12th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD), Zhangjiajie, 2015: 1 253-1 257.
- [9] XU Y, LI X L, YANG J, et al. Integrate the original face image and its mirror image for face recognition[J]. Neurocomputing, 2014, 131(7): 191-199.
- [10] XU Y, ZHANG D, YANG J, et al. A two-phase test sample sparse representation method for use with face recognition[J]. IEEE transactions on circuits and systems for video technology, 2011, 21(9): 1 255-1 262.
- [11] XU Y, ZHU Q. A simple and fast representation-based face recognition method[J]. Neural computing and applications, 2013, 22(7/8): 1 543-1 549.
- [12] TANG D Y, ZHU N B, YU F, et al. A novel sparse representation method based on virtual samples for face recognition[J]. Neural computing and applications, 2014, 24(3): 513-519.
- [13] XU Y, ZHU X J, LIU Z M. Using the original and "symmetrical face" training samples to perform representation based two-step face recognition[J]. Pattern recognition, 2013, 46(4): 1 151-1 158.

[责任编辑:丁 蓉]