

非均匀 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用 对量子 Ising 链热传导行为的影响

李文娟¹, 张振俊²

(1.长沙师范学院初等教育系,湖南 长沙 410100)

(2.河海大学理学院,江苏 南京 210098)

[摘要] 基于 Lindblad 量子主方程方法,主要研究了交错、无序以及准周期 Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用对量子 Ising 自旋链热传导行为的影响. 通过计算局域能量密度和局域能流,发现对于这三类 DM 相互作用,当系统尺寸固定时,增大 DM 相互作用强度,流经量子 Ising 链的能流都将增多,但是能流随系统尺寸增大的标度行为却截然不同. 因此,可以通过调节 DM 相互作用的强度与形式来控制量子 Ising 链的热传导行为.

[关键词] 非均匀 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用,热传导,量子自旋链

[中图分类号] O469 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2016)04-0114-07

Effect of the Non-Uniform Dzyaloshinskii-Moriya Interaction on Heat Conduction of Quantum Ising Chains

Li Wenjuan¹, Zhang Zhenjun²

(1. Department of Junior Education, Changsha Normal University, Changsha 410100, China)

(2. College of Science, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Basing on the Lindblad master equation, we study the effect of the staggered, random, and the aperiodic Dzyaloshinskii-Moriya (DM) on the heat conductivity of quantum Ising chains. By calculating the average energy-density profile and the average energy current, the numerical results show that the DM interaction could increase the heat conduction of Ising chains for the fixed system size with the three kinds of DM interactions above. But the scaling behaviors of energy current with increasing system size for the Ising chain with staggered, random, Fibonacci DM interactions show differently. Therefore, the heat transport behavior of Ising chain could be adjusted by controlling the strength and the forms of the DM interaction.

Key words: non-uniform Dzyaloshinskii-Moriya interaction, heat conduction, quantum spin chain

DM 相互作用来源于自旋轨道耦合,是 Dzyaloshinskii^[1] 和 Moriya^[2] 提出的一种具有反对称性的各向异性超交换相互作用,可以用来解释反铁磁晶体的弱铁磁性. 近年来,国内外众多学者分别研究了 DM 相互作用对自旋模型量子纠缠和量子相变行为^[3-6]、热纠缠^[7-10]、非平衡态纠缠^[11-12]、以及量子热传导行为^[13] 的影响.

对于量子自旋系统的基态行为,研究发现均匀 DM 相互作用可以使 XY 自旋链的零温相图在铁磁相和反铁磁相之外,增加螺旋相这一新的相变区域^[3]. 而在 XY 自旋链中加入交错 DM 相互作用后,通过改变交错 DM 相互作用强度会使系统经历从自旋液相到 Ne'el 相的量子相变^[4]. 关于均匀 DM 相互作用对海森堡 XXZ 模型的量子纠缠的研究发现,DM 相互作用具有修复纠缠的作用^[5]. 而交错 DM 相互作用对海森堡 XXZ 链量子纠缠的研究表明,DM 相互作用会减弱系统的量子纠缠行为,导致系统在任意场强作用下都不会达到铁磁饱和状态^[6]. 不难发现,在零温时,均匀与交错这两种形式不同的 DM 相互作用对量子自旋系统量子相变和量子纠缠行为的影响基本不同.

收稿日期:2016-06-01.

基金项目:国家自然科学基金(11175087,11305045)、湖南省自然科学基金(2015JJ6006)、湖南省科学研究项目(16C0113).

通讯联系人:李文娟,博士研究生,讲师,研究方向:非平衡量子输运. E-mail:liwen19842003@163.com

而关于有限温度下自旋系统的热纠缠性质^[7-10]的研究发现,均匀 DM 相互作用可以提高海森堡 XXZ 模型^[7]、Ising 模型^[8]热纠缠的临界温度. 文献[9]的研究发现调节均匀 DM 相互作用强度可以有效地控制和提高自旋系统的热纠缠. 而文献[10]的研究则发现通过改变均匀 DM 相互作用的方向,也可以用来调控自旋系统的热纠缠现象. 文献[11]的研究发现调整均匀 DM 相互作用的方向可以产生纠缠瞬间消失的现象. 此外,关于均匀 DM 相互作用对量子 Ising 链热传导行为影响的研究发现,均匀 DM 相互作用强度可以调控量子 Ising 链的热传导行为^[13]. 我们注意到,目前关于有限温度下 DM 相互作用对自旋模型纠缠及热传导行为的研究大多数集中在均匀 DM 相互作用情况,而非均匀 DM 相互作用模型很少受到关注. 与此同时,文献[14-17]的研究发现调整量子 Ising 链最近邻相互作用为均匀与非均匀数列时,自旋系统的热传导行为表现出截然不同的性质.

基于以上启发,研究清楚有限温度下非均匀 DM 相互作用对自旋系统热传导行为的影响,是一个值得研究的课题. 在本文中,我们在量子 Ising 链中引入交错、无序以及准周期 3 种不同的 DM 相互作用,通过计算局域能量密度与能流这两个物理量,揭示有限温度下,非均匀 DM 相互作用对 Ising 自旋系统热传导行为的影响.

1 模型、计算方法和相关物理量

均匀横场中 DM 耦合矢量沿着 Z 轴方向的量子 Ising 链的哈密顿量可写为

$$H_S = \sum_{m=1}^{N-1} [J\sigma_m^x \sigma_{m+1}^x + D_m(\sigma_m^x \sigma_{m+1}^y - \sigma_m^y \sigma_{m+1}^x)] + \sum_{m=1}^N h\sigma_m^z, \quad (1)$$

式中, $\sigma_m^{x,z}$ 是在位置 m 上的泡利矩阵, D_m 是 DM 相互作用强度, J 是最近邻相互作用, h 是外磁场强度, N 表示总的自旋数. 如果 $D_m = (-1)^m D$, 对应的就是交错 DM 相互作用. 如果 D_m 随机取作无序数列, 则为无序 DM 相互作用强度. 如果 D_m 取作 D_A 或者 $D_B = \frac{D_A}{\lambda}$, 并且 D_A 和 D_B 按照 Fibonacci 序列排列时, 对应的就是准周期 DM 相互作用强度. 这里, λ 为 DM 相互作用的比值. Fibonacci 序列可以从 D_A 或 D_B 中任一元开始, 并按照规则迭代产生

$$\begin{cases} D_A \rightarrow D_A D_B, \\ D_B \rightarrow D_A. \end{cases} \quad (2)$$

如果从 D_A 开始, 迭代过程中的 Fibonacci 序列可表示为:

$$D_A \rightarrow D_A D_B \rightarrow D_A D_B D_A \rightarrow D_A D_B D_A D_A D_B \rightarrow \dots$$

当研究自旋系统的热传导行为时, 自旋链的第一个和最后一个自旋分别和温度不同的热源相连接, 此时整个系统的哈密顿量为:

$$H = H_S + H_B + H_{\text{int}}, \quad (3)$$

这里, H_B 代表热源的哈密顿量, H_{int} 代表热源和自旋链之间相互作用的哈密顿量. 本文考虑的是系统和热源之间耦合强度较弱的情况, 在 Born-Markov 近似和弱耦合极限下, 处于非平衡态的开放量子系统, 其密度矩阵 ρ_s 随时间的变化关系满足 Lindblad 主方程

$$\frac{d\rho_s}{dt} = \hat{L}\rho_s \equiv -i[H_S, \rho_s] + \sum_{\mu=1}^4 (2L_\mu \rho_s L_\mu^\dagger - \{L_\mu^\dagger L_\mu, \rho_s\}), \quad (4)$$

式中, $[x, y] \equiv xy - yx$, $\{x, y\} \equiv xy + yx$, \hat{L} 是 Liouville 算符, L_μ 是 Lindblad 算符, 具体形式为:

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{2}\sqrt{\Gamma_1^L} \sigma_1^-, L_3 = \frac{1}{2}\sqrt{\Gamma_1^R} \sigma_N^-, \\ L_2 &= \frac{1}{2}\sqrt{\Gamma_2^L} \sigma_1^+, L_4 = \frac{1}{2}\sqrt{\Gamma_1^R} \sigma_N^+. \end{aligned} \quad (5)$$

这里, $\Gamma_{1,2}^L$ 和 $\Gamma_{1,2}^R$ 分别代表左右热源和系统之间的耦合强度, $\sigma_m^\pm = \sigma_m^x \pm i\sigma_m^y$. 而左右热源的温度 (T_L 和 T_R) 包含于下列两个关系式中: $\frac{\Gamma_2^L}{\Gamma_1^L} = \exp\left(\frac{-2h_1}{T_L}\right)$ 和 $\frac{\Gamma_2^R}{\Gamma_1^R} = \exp\left(\frac{-2h_N}{T_R}\right)$.

在参考文献[14]中, 方程(1)、(4)、(5)可以在 4^N 维的超 Fock 空间精确地求解出来, 这个空间的基矢

为 $|P_{\underline{\alpha}}\rangle = P_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2N}} |0\rangle \equiv \omega_1^{\alpha_1} \omega_2^{\alpha_2} \dots \omega_{2N}^{\alpha_{2N}} |0\rangle$, 这里 $\alpha_j \in \{0, 1\}$, ω_j 与泡利算符之间可通过 Jordan-Wigner 变换建立联系: $\sigma_m^x = (-i)^{m-1} \prod_{j=1}^{2m-1} \omega_j$, $\sigma_m^y = (-i)^{m-1} \left(\prod_{j=1}^{2m-2} \omega_j \right) \omega_{2m}$, 且 ω_j 为厄米的 Majorana 算符, $j=1, 2, \dots, 2N$, 满足反对易关系 $\{\omega_j, \omega_k\} = 2\delta_{j,k}$. 通过引入伴随费米子算符 \hat{c} 和 \hat{c}^+ , 并定义 $\hat{c}_j |P_{\underline{\alpha}}\rangle = \delta_{\alpha_j, 1} |\omega_j P_{\underline{\alpha}}\rangle$ 和 $\hat{c}_j^+ |P_{\underline{\alpha}}\rangle = \delta_{\alpha_j, 0} |\omega_j P_{\underline{\alpha}}\rangle$, 费米子算符还满足 $\{\hat{c}_j, \hat{c}_k\} = 0$, $\{\hat{c}_j, \hat{c}_k^+\} = \delta_{j,k}$, $j, k=1, 2, \dots, 2N$. 于是整个 Liouvillean 方程(5)可重新表示为 $\hat{L} = \hat{a} \cdot \underline{A} \hat{a} + \text{const}1$, \hat{a} 系列算符与 \hat{c} 系列算符之间的对应关系为 $\hat{a}_{2j-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{c}_j + \hat{c}_j^+)$, $\hat{a}_{2j} = \frac{i}{\sqrt{2}}(\hat{c}_j - \hat{c}_j^+)$, 这里算符 \hat{a} 为厄密算符, 满足 $\hat{a}_r = \hat{a}_r^+$, $\{\hat{a}_r, \hat{a}_s\} = \delta_{r,s}$, $r, s=1, 2, \dots, 4N$, 而 $\underline{a} \equiv (\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_{4N})$. 需要指出矩阵 A 是一个 $4N \times 4N$ 维的反对称复矩阵, 在我们研究的问题中, 可具体表示为:

$$A = \begin{pmatrix} B_L - hR & R_1 & 0 & \dots & 0 \\ -R_1^T & -hR & R_2 & \ddots & 0 \\ 0 & -R_2^T & -hR & & \vdots \\ \vdots & \ddots & & \ddots & R_{N-1} \\ 0 & 0 & \dots & -R_{N-1}^T & B_R - hR \end{pmatrix}. \quad (6)$$

式中,

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$R_m = \begin{pmatrix} -D_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -D_m & 0 & 0 \\ -J & 0 & -D_m & 0 \\ 0 & -J & 0 & -D_m \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$B_{L,R} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{i}{2}\Gamma_+^{L,R} & -\frac{i}{2}\Gamma_-^{L,R} & \frac{1}{2}\Gamma_-^{L,R} \\ -\frac{i}{2}\Gamma_+^{L,R} & 0 & \frac{1}{2}\Gamma_-^{L,R} & \frac{i}{2}\Gamma_-^{L,R} \\ \frac{i}{2}\Gamma_-^{L,R} & -\frac{1}{2}\Gamma_-^{L,R} & 0 & \frac{i}{2}\Gamma_+^{L,R} \\ -\frac{1}{2}\Gamma_-^{L,R} & -\frac{i}{2}\Gamma_-^{L,R} & -\frac{i}{2}\Gamma_+^{L,R} & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

这里, $\Gamma_{\pm}^{L,R} = \Gamma_{\pm}^{L,R} \pm \Gamma_{\pm}^{L,R}$.

Prosen 已经证明^[14], 当系统达到非平衡稳态 (NESS) 后, Liouvillean 方程(4)可重新表示为 $\hat{L}|NESS\rangle = 0$, 任何二次型算符在非平衡稳态上的期望值都可以表示为:

$$\langle \omega_j \omega_k \rangle_{NESS} = \delta_{j,k} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{2N} (\nu_{2m, 2j-1} \nu_{2m-1, 2k-1} - \nu_{2m, 2j} \nu_{2m-1, 2k} - i \nu_{2m, 2j} \nu_{2m-1, 2k-1} - i \nu_{2m, 2j-1} \nu_{2m-1, 2k}), \quad (10)$$

这里, $\nu_{r,s}$ 是矩阵 A 的第 r 列本征矢 $\underline{\nu}_r$ ($r=1, 2, \dots, 4N$) 的矩阵元 s ($s=1, 2, \dots, 4N$).

当研究具有非均匀 DM 相互作用的自旋系统的热传导问题时, 主要关注的两个物理量为局域能量密度 H_m 和局域能流 Q_m , 它们的表达式分别为:

$$H_m = -iJ\omega_{2m}\omega_{2m+1} - iD_m\omega_{2m}\omega_{2m+2} - iD_m\omega_{2m-1}\omega_{2m+1} - \frac{i\hbar}{2}\omega_{2m-1}\omega_{2m} - \frac{i\hbar}{2}\omega_{2m+1}\omega_{2m+2}. \quad (11)$$

和

$$Q_m \equiv i[H_m, H_{m+1}] = i[-J\hbar\omega_{2m}\omega_{2m+2} - J\hbar\omega_{2m+1}\omega_{2m+3} - 2D_{m+1}J\omega_{2m}\omega_{2m+3} - 2D_mJ\omega_{2m}\omega_{2m+3} + 2D_mD_{m+1}\omega_{2m}\omega_{2m+4} + D_m\hbar\omega_{2m}\omega_{2m+1} - 2D_mD_{m+1}\omega_{2m-1}\omega_{2m+3} - D_m\hbar\omega_{2m-1}\omega_{2m+2} - D_{m+1}\hbar\omega_{2m+1}\omega_{2m+4} + D_{m+1}\hbar\omega_{2m+2}\omega_{2m+4}]. \quad (12)$$

2 数值结果

当讨论非均匀 DM 相互作用对量子 Ising 链热传导行为的影响时,由于自旋结构的非均匀性,对于无序和准周期 DM 相互作用的情况,一般需要对不同样品得到的结果进行平均. 因此,在本文的具体计算中,首先将 DM 相互作用 D_m 根据准周期产生规则产生 1 个有限长、尺寸为 L 的准周期链, $L \gg N$. 然后,在这条长链上随机地取一段长度为 $N-1$ 的数值赋予自旋链的 DM 相互作用,称为 1 个样本,计算得到上述两个物理量在这次取样下系统达到非平衡稳态上的期望值. 最后对不同样品的结果再进行平均,本文给出的是 2 000 次数值平均后的结果,并用 $\langle H_m \rangle$ 和 $\langle Q_m \rangle$ 来表示平均局域能量密度和平均局域能流. 在研究量子系统的热传导问题时,局域能量密度这个物理量等同于温度,发现当系统达到非平衡稳态时,流经每个格点的能流是相等的,即: $\langle Q_m \rangle = \langle Q \rangle$. 因此,本文用 $\langle Q \rangle$ 来表示 1 条链上的平均能流.

在以下的计算中,将左右热源的温度分别表示为: $T_L = T_0(1+\delta T)$ 和 $T_R = T_0(1-\delta T)$, 其中 δT 是无量纲的温度梯度, T_0 是平均温度. 不失一般性地取 $\delta T = 0.5$, $T_0 = 5.0$, 左右热源和系统之间的耦合强度分别取做 $\Gamma_1^L = \Gamma_1^R = 1.0$, 外场强度 $h = 1.5$.

图 1 为不同交错 DM 相互作用强度下量子 Ising 链的热传导行为. 图 1(a) 给出了局域能量在不同格点的平均值;图 1(b) 给出的是能流随着链长的变化关系. 从图 1(a) 中不难发现,不同 DM 相互作用强度下,具有交错 DM 相互作用的量子 Ising 链的局域能量密度是平坦的,内部没有能量梯度. 而从图 1(b) 中可以清楚地看到,具有交错 DM 相互作用的量子 Ising 链的能流与链长的关系都为: $\langle Q \rangle \sim N^0$. 根据前人的研究结果^[18-21],当系统的热传导行为满足傅立叶定律时,即为正常热传导行为,此时系统的热传导系数 κ 是一个与系统尺寸 N 无关的物理量. 而当系统的热传导行为不满足傅立叶定律时, κ 是 1 个与链长 N 有关的量. 在反常热传导中有 1 种特殊情况,此时系统的热传导率 κ 是 1 个随着链长 N 发

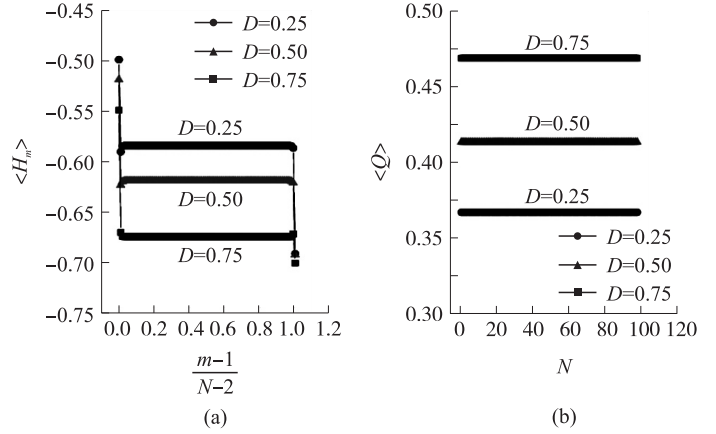


图 1 具有交错 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导行为.

Fig. 1 Heat conductivity of the quantum Ising chain with the staggered DM interaction

(a) 局域能量密度在各个格点的平均值. (b) 能流与链长的关系. $D=0.25$ (圆点), $D=0.50$ (上三角), $D=0.75$ (方块). $N=100$, $h=1.5$, $J=1.5$, $T_0=5.0$, $\delta T=0.5$.

散的物理量,即 $\kappa \sim N$,这时系统的热传导行为就为弹道输运. 分析得到具有交错 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导率与链长的关系为: $\kappa \sim \langle Q \rangle N \sim N$,也就是说具有交错 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导行为是弹道输运. 而且,当链长 N 固定时,随着增加交错 DM 相互作用强度 D ,通过量子 Ising 链的能流在增大,说明交错 DM 相互作用强度可以调节量子 Ising 链的热传导行为,交错 DM 相互作用具有加强自旋系统能流输运的作用.

图 2 给出了具有无序 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导行为. 图 2(a) 显示的是局域能量密度在不同格点的平均值;而图 2(b) 给出了能流随着链长的变化关系. 从图 2(a) 中可以看出,存在无序 DM 相互作用时,量子 Ising 链的局域能量密度随着格点的增加在减小,说明具有无序 DM 相互作用的量子 Ising 链内部存在能量梯度. 从图 2(b) 中可以清楚地看到随着链长 N 的增加,具有无序 DM 相互作用的量子 Ising 链的能流在减小. 此时,能流与链长的关系可以总结为: $\langle Q \rangle \sim \exp(\beta N)$, 这里 $\beta < 0$. 分析可知具有无序 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导率 $\kappa \sim \exp(\beta N) N$. 随着 N 趋向于无穷大的尺寸,热传导率 κ 会减小为 0. 因此,具有无序 DM 相互作用的量子 Ising 链为热的绝缘体. 同时还可发现指数 β 依赖于 DM 相互作用强度 D . 随着平均 DM 相互作用强度的增大,指数 β 也在慢慢变大. 说明:当链长 N 固定时,通过平均 DM 强度较大的无序自旋链的能流会大于通过平均 DM 强度较小的无序自旋链的能流,无序 DM 相互作用强度也可以调节量子 Ising 链的热传导行为.

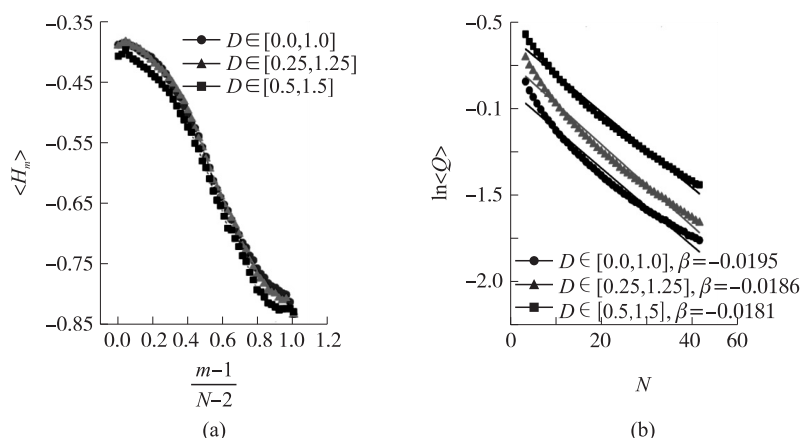


图 2 具有无序 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导行为

Fig. 2 Heat conductivity of the quantum Ising chain with the random DM interaction

(a) 局域能量密度在各个格点的平均值. (b) 能流与链长的关系. $D \in [0.0, 1.0]$ (圆点), $D \in [0.25, 1.25]$ (上三角), $D \in [0.5, 1.5]$ (方块). $N=50, h=1.5, J=1.5, T_0=5.0, \delta T=0.5$. 指数 β 来自于对具有无序 DM 相互作用的量子 Ising 链的能流与链长的拟合关系 $\langle Q \rangle \sim \exp(\beta N)$.

讨论准周期 DM 相互作用对 Ising 链热传导行为的影响时, 本文以 Fibonacci 准周期结构为代表, 并将数值结果呈现于图 3 中. 从图 3(a) 和 3(c) 可以清楚地看到, 不论是 $J=0.5$ 的情况, 还是 $J=1.5$ 的情况, 随着格点的增大, 局域能量密度都在减小. 可以认为具有 Fibonacci 准周期结构 DM 相互作用的量子 Ising 链内部处处存在能量梯度. 而从图 3(b) 和 3(d) 中, 可以看到具有 Fibonacci 准周期结构 DM 相互作用的量子 Ising 链能流 $\langle Q \rangle$ 随着链长 N 的增加而减小, 能流与链长的关系可以总结为: $\langle Q \rangle \sim N^\alpha$ ($\alpha < 0$). 此时, 系统的热传导率与链长的关系为 $\kappa \sim N^{1+\alpha}$. 根据前人的研究结果^[18-21], 我们知道 $\alpha < -1$ 时, 随着链长 N 趋向于无穷大时, 系统的热传导率 κ 将减小为 0, 此时系统的热传导行为是热的绝缘体. 而 $\alpha = -1$ 时对应的是系

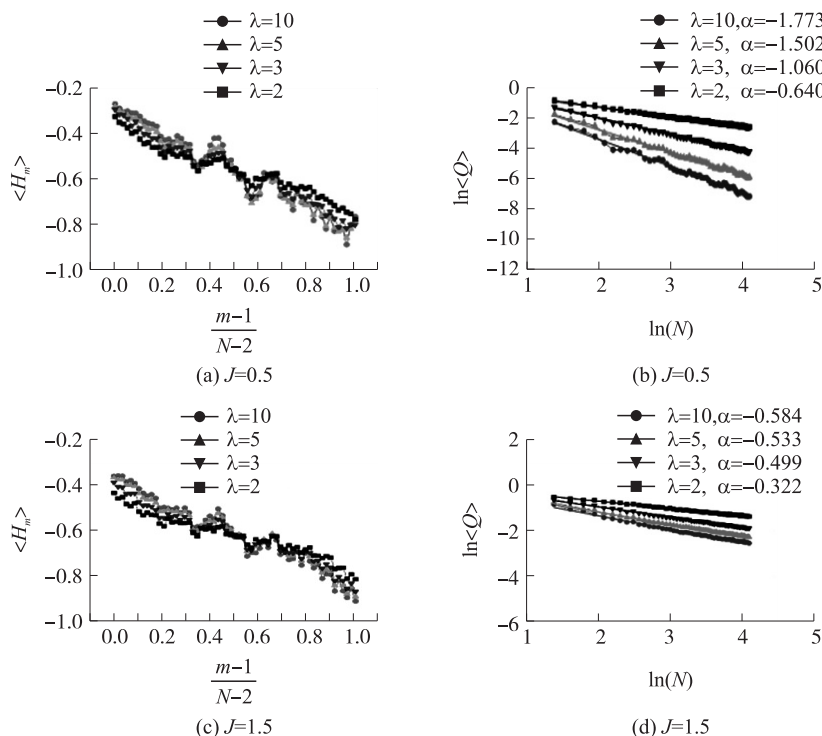


图 3 具有 Fibonacci 准周期结构的 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导行为

Fig. 3 Heat conductivity of the quantum Ising chain with the Fibonacci DM interaction

(a) (c) 局域能量密度在各个格点的平均值. (b) (d) 能流与链长的关系. 这里, (a) 和 (b) 对应 $J=0.5$, (c) 和 (d) 对应 $J=1.5$. $\lambda=10$ (圆点), $\lambda=5$ (上三角), $\lambda=3$ (下三角), $\lambda=2$ (方块). $N=60, h=1.5, D_A=1.5, T_0=5.0, \delta T=0.5$. 指数 α 来自于对具有 Fibonacci 结构的 DM 相互作用的量子 Ising 链的能流与链长的拟合关系 $\langle Q \rangle \sim N^\alpha$.

统的正常热传导行为; $-1 < \alpha < 0$ 则对应的是系统的反常热传导行为. 不难看出, 当最近邻相互作用强度 J 较大时, 例如 $J=1.5$, 随着增大 DM 相互作用比值 λ , 指数 α 在减小, 但 α 的数值始终为 $-1 < \alpha < 0$, 说明此时具有准周期 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导行为始终是反常热传导. 而当最近邻相互作用强度 J 较小时, 例如 $J=0.5$, 随着增大 DM 相互作用强度比值 λ , 指数 α 将经历从 $-1 < \alpha < 0$ 到 $\alpha < -1$ 的转变, 说明此时具有准周期 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导行为可以从反常热传导变为热的绝缘体行为.

为了比较 λ 和 J 对具有 Fibonacci 准周期 DM 相互作用的量子 Ising 链热传导行为的影响, 计算了不同 λ 和 J 数值时, 量子 Ising 链的能流. 然后取某个固定的 λ 和 J , 通过分析此时系统能流与链长的关系, 得到这一状态下能流与链长的关系 $\langle Q \rangle \sim N^\alpha$ 对应的指数 α . 在图 4 中, 给出了一个“ λ -vs- J ”参数空间内, 具有 Fibonacci 准周期结构的 DM 相互作用的量子 Ising 链的热传导行为的粗略相图. 从这个相图中可以直接看出, 在哪些区域内量子 Ising 链的热传导行为是反常的, 而在哪些区域内量子 Ising 链的热传导行为是热的绝缘体. 我们发现, 只有当最近邻相互作用强度 J 较小时, 才存在 λ_c : 即只有最近邻相互作用强度 J 较小时, 可以通过调节 DM 相互作用强度比值 λ 来使得系统经历从反常热传导到热的绝缘体的转变.

为了加深关于 DM 相互作用对量子 Ising 链热传导行为影响的认识, 我们将上述研究结果与均匀 DM 相互作用对量子自旋链热传导行为影响的研究结果做了详细的对比^[13]. 发现交错与均匀这两种 DM 相互作用对量子 Ising 链热传导行为的影响基本一致. 无论在均匀还是交错 DM 相互作用下, 均匀量子 Ising 链的热传导行为都是弹道输运. 这与在零温时, 上述两种不同的 DM 相互作用对系统量子相变、量子纠缠行为产生不同影响的研究结果截然不同^[3-6]. 这一奇异的现象我们可以和热涨落联系起来. 因为在我们关注的量子热传导问题中, 能流 $\langle Q \rangle$ 和局域能量密度 $\langle H_m \rangle$ 是在系统的非平衡稳态上作平均得到的物理信息, 这些物理量反应的是系统达到非平衡稳态后的信息, 而非平衡稳态不仅包含了基态的信息, 也包含了系统一些激发态的信息, 热涨落对于局域能量密度 $\langle H_m \rangle$ 和能流 $\langle Q \rangle$ 的传输行为影响较大.

3 结论及讨论

本文系统地研究了非均匀 DM 相互作用对量子 Ising 链热传导行为的影响. 发现以下结果: 1) 加入交错 DM 相互作用后, 量子 Ising 链的热传导行为是弹道输运; 加入无序 DM 相互作用后, 量子 Ising 链的热传导行为表现为热的绝缘行为; 加入准周期 DM 相互作用强度后, 量子 Ising 链的热传导行为表现为 $\langle Q \rangle \sim N^\alpha$, $\alpha < 0$ 且依赖于参量 λ 和 J . 2) 对具备交错、无序以及准周期 DM 相互作用的量子 Ising 链, 当链长 N 固定时, 随着 DM 相互作用强度的增大, 系统的能流都将变大, 说明非均匀 DM 相互作用可以作为调控量子自旋系统热传导行为的重要因素. 3) 通过与均匀 DM 相互作用对量子 Ising 链热传导行为影响的研究结果进行对比研究, 发现交错与均匀这两种不同的 DM 相互作用对量子 Ising 链热传导行为的影响没有明显的差异. 这与零温时, 上述两种不同的 DM 相互作用对自旋系统量子相变、量子纠缠行为产生不同影响的研究结果截然不同. 我们分析这是由于能流与局域能量密度反映的是系统达到非平衡稳态后的信息, 非平衡稳态不仅包含有基态的信息, 也包含了一些激发态的信息, 热涨落对于系统热传输行为的影响较大.

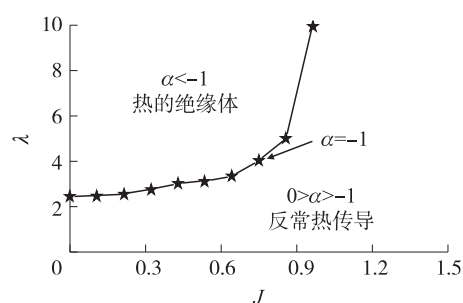


图 4 “ λ -vs- J ”参数空间内, 具有 Fibonacci 准周期结构的 DM 相互作用的量子 Ising 链的粗略相图

Fig. 4 Rough phase diagram of the Ising chain with the Fibonacci DM interaction showing the transition which is from the heat insulator to the abnormal heat transport in the “ λ -vs- J ” parameter space

这里, 五星代表正常热传导, $N=60$, $h=1.5$, $D_A=1.5$, $T_0=5.0$, $\delta T=0.5$. 指数 α 来自于对具有 Fibonacci 结构的 DM 相互作用的量子 Ising 链的能流与链长的拟合关系 $\langle Q \rangle \sim N^\alpha$.

[参考文献]

- [1] DZYALOSHINSKY I. A thermodynamic theory of “Weak” ferromagnetism of antiferromagnetics [J]. J Phys Chem Solids, 1958, 4(4): 241–245.
- [2] MORIYA T. Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism [J]. Phys Rev, 1960, 120(1): 91–98.

- [3] ZHONG M, XU H, LIU X, et al. The effects of the Dzyaloshinskii-Moriya interaction on the ground-state properties of the XY Chain in a transverse field[J]. Chinese physics B. 2013, 22(9):090313(1-7).
- [4] MA F, LIU S, KONG X. Quantum entanglement and quantum phase transition in the the XY model with staggered Dzyaloshinskii-Moriya interaction[J]. Phys Rev A, 2011, 84(4):042302-042307.
- [5] KARGARIAN M, JAFARI R, LANGARI A. Dzyaloshinskii-Moriya interaction and anisotropy effects on the entanglement of the Heisenberg model[J]. Phy Rev A, 2009, 79(4):042319-042325.
- [6] 蔡卓, 陆文彬, 刘拥军. 交错 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用对反铁磁 Heisenberg 链纠缠的影响[J]. 物理学报, 2008, 57(11):7 267-7 273.
- [7] WANG X. Effects of anisotropy on thermal entanglement[J]. Physics letters A, 2001, 28:101-104.
- [8] DIVYAMANI B G. Thermal entanglement in a two-qubit Ising chain subjected to Dzyaloshinsky—Moriya interaction[J]. Chinese physics letters, 2013, 30(12):120301(1-4).
- [9] HU J, FANG J, QIAN LI, et al. Thermal entanglement of Ising model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction in an inhomogeneous magnetic field[J]. Chinese journal of quantum electronics, 2011, 28(3):229-334.
- [10] LI D, LI X, LI H, et al. Thermal entanglement in the pure Dzyaloshinskii-Moriya model with magnetic field[J]. Chinese physics letters, 2015, 32(5):050302(1-5).
- [11] SHARMA K K, PANDEY S N. Dynamics of entanglement in qubit-qutrit with x-component of DM interaction[J]. Comm Theor Phys, 2016, 65(3):278-284.
- [12] JAFARPOUR M, ASHRAFFPOUR M. Entanglement dynamics of a two-qutrit system under DM interaction and the relevance of the initial state[J]. Quantum Inf Process, 2013, 12:761-772.
- [13] LI W, ZHANG Z, TONG P. Effect of the Dzyaloshinskii-Moriya interaction on heat conductivity in one-dimensional quantum Ising chains[J]. The European physical journal B, 2012, 85(73):20798(1-6).
- [14] PROSEN T. Third quantization: a general method to solve master equations for quadratic open Fermi systems[J]. New journal of physics, 2008, 10(4):43026(1-22).
- [15] LI W, TONG P. Heat conduction in one-dimensional aperiodic quantum Ising chains[J]. Phys Rev E, 2011, 83(3):031128-031133.
- [16] YAN Y, WU C Q, CASATI G, et al. Nonballistic heat conduction in an integrable random-exchange Ising chain studied with quantum master equations[J]. Phys Rev B, 2008, 77:172411-172414.
- [17] SUN K, WANG C, CHEN Q. Heat transport in an open transverse-field Ising chain[J]. Europhys Lett, 2010, 92:24002(1-6).
- [18] BÜTTIKER M. Four-terminal phase-coherent conductance[J]. Phys Rev Lett, 1986, 57:1 761-1 764.
- [19] LEPRI S, LIVI R, POLITI A. Thermal conduction in classical low-dimensional lattices[J]. Phys Rep, 2003, 377(1):1-80.
- [20] LI B, WANG J. Anomalous heat conduction and anomalous diffusion in one-dimensional systems[J]. Phys Rev Lett, 2003, 91:044301-044304.
- [21] BONETTO F, LEBOWITZ J L, REY B L. Fourier's law: a challenge to theorists[M]. London: Imperial College Press, 2000.

[责任编辑:顾晓天]