

doi:10.3969/j.issn.1001-4616.2017.02.002

带有噪声和时滞的二阶多智能体的一致性

叶志勇¹, 季慧慧¹, 张贺², 张华^{1,3}

(1.重庆理工大学数学与统计学院,重庆 400054)
(2.百色学院数学与统计学院,广西 百色 533000)
(3.铜仁学院大数据学院,贵州 铜仁 554300)

[摘要] 研究了随机二阶时滞多智能体系统的几乎必然指数一致性问题.同时考虑了由 Brownian 运动所导致的随机扰动和系统节点时间延迟两种情况.首先,建立随机二阶时滞多智能体系统的误差动力系统.其次,通过建立适当的 Lyapunov 泛函,并结合随机分析理论、控制技术以及线性矩阵不等式,从而得到了确保系统达到几乎必然指数一致性的充分性条件.最后,数值仿真的例子证实了所得结论的有效性.

[关键词] 多智能体系统,几乎必然指数一致,时滞,随机扰动

[中图分类号] O29 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2017)02-0007-05

Consensus of Second-Order Multi-Agent Systems with Noises and Time Delays

Ye Zhiyong¹, Ji Huihui¹, Zhang He², Zhang Hua^{1,3}

(1. Mathematics and Statistics Institute, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)
(2. Mathematics and Statistics Institute, Baise University, Baise 533000, China)
(3. Big Data Institute, Tongren University, Tongren 554300, China)

Abstract: Almost sure exponential consensus of stochastic second-order multi-agent systems with time delays is studied. The multi-agent systems consider both the stochastic disturbance governed by Brownian motion and the time delays. First of all, the error dynamic system of second-order multi-agent systems is established. Then by constructing suitable Lyapunov functional and combining with stochastic analysis theory, control technique as well as linear matrix inequality technique, as a result, the sufficient conditions for guaranteeing almost sure exponential consensus of the systems are derived. Last but not to the least, simulation examples are presented to demonstrate the effectiveness of the obtained results.

Key words: multi-agent systems, almost sure exponential consensus, time delays, stochastic disturbance

近年来,多智能体的一致性吸引了越来越多的研究者的关注,这是由于它在很多领域的广泛应用,比如无人机的控制,分布式传感器网络的设计,战斗机队形的操控等等^[1-2].这里通常所说的一致性,发生在多智能体间的进行协调控制过程中,智能体间为了完成某种既定任务或者达到共同的目标彼此进行信息的交流,从而就某种性质达成共识.在处理一致性问题的过程中,如何设计出优质的一致性协议是决定系统能否达到一致以及收敛的速度的快慢的至关重要的因素.而值得注意的是,目前大多数有关多智能体的一致性问题的研究,考虑的仅仅是含有位置变量的一阶一致性控制协议^[3-8],文献[6]研究了非确定线性多智能体的分布式鲁棒控制问题,提出了如何选择合适的耦合强度和内部连接矩阵的相应算法,文献[7-8]考虑了切换拓扑下的一阶多智能体的一致性,其中,前者使用牵引控制的方法来研究带有非线性项和时变时滞的领导者与跟随者的多智能体系统的一致性,考虑使用牵引控制一致性算法以确保多智能体系统达到一致;后者讨论的是带有马尔科夫切换的随即多智能体的均方一致性,无论马尔科夫转移概率是否全部知道,通过使用事件触发一致性算法都可以得到随机多智能体系统一致性的充分条件.

可是,上述一致性算法无法应用于某些一致性问题的,如同时含有位置变量和速度变量的二阶多智能体

收稿日期:2016-10-16.

基金项目:国家自然科学基金(11401062、61374104、61364003、KJ1500915).

通讯联系人:叶志勇,博士,教授,研究方向:随机多智能体,随机复杂网络,传染病模型等. E-mail: yezhy@cqu.edu.cn

的一致性,然而,近几年,关于二阶多智能体一致性的优秀工作有很多,如:文献[9]给出了带有有向拓扑和非线性项的二阶多智能体的一致性算法,并且提出了确保此二阶系统能够达到一致的强连通网络,给出了带有时变速度的二阶多智能体的一致性的充分性条件.在文献[10]中,作者首先提出了有向拓扑下的二阶一致性算法,并得到了确保多智能体在网络包含一个有向生成树时达到一致性的充分条件;而且,作者们还考虑到交流时滞的影响,得出当且仅当时滞小于一个具体数值时,带有时滞的二阶多智能体系统可以达到一致.在没有假设网络拓扑含有一个有向生成树的情况下,文献[11]讨论了二阶带有领导者的多智能体的一致性问题,其中非线性智能体系统是由耦合的二阶振子构成,为了得到二阶多智能体系统的一致性,基于牵引控制的二阶一致性算法被提出,并且,给出了确定牵引者的选择方案以及需要跟从此牵引者的跟随者的数目和种类,最后给出了确保二阶带有领导者的多智能体的一致性的充分条件.而且,文献[12]研究了带有采样位置数据的二阶智能体系统的一致性问题,提出了包含当前位置数据和采取的之前位置数据的分布式线性二阶一致性算法.

然而,出于对实际因素的考虑,多智能体系统进行信息交流时可能会受到很多随机扰动的影响,比如信息的突然中断,外部噪声的干扰等,尤其是在工程上,系统通常会受到白噪声的干扰^[13-18],并且许多动力系统的状态变量之间会出现时间延迟,也就是说,系统未来的状态不仅与当前状态有关,还与过去某时刻的状态有关.因此,以上所考虑的一阶或二阶多智能体系统中的一致性算法都无法直接应用于带有随机扰动和时滞的二阶多智能体系统,为了解决此种情况下的二阶多智能体的一致性问题,本文提出了相应的二阶一致性控制协议,通过建立适当的 Lyapunov 泛函,并结合随机分析理论、控制技术以及线性矩阵不等式,得到了确保系统达到几乎必然指数一致性的充分性条件.最后,数值仿真的例子证实了所得结论的有效性.因此,这里所考虑的带有随机扰动和时滞的二阶多智能体的一致性问题具有很强的实际意义和挑战性.

1 模型描述

考虑下面的随机二阶多智能体系统

$$\begin{aligned} dx_i(t) &= y_i(t) dt, \\ dy_i(t) &= f(y_i(t-\tau)) + \alpha \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \beta \sum_{j=1}^n b_{ij}(y_j(t) - y_i(t)) + \delta \sum_{j=1}^n c_{ij} \sigma(y_j(t), t) \Delta_i(t), \\ x_i(t) &= \phi_i(t), y_i(t) = \varphi_i(t), -\tau \leq t \leq 0, \end{aligned} \tag{1}$$

式中, $x_i(t) \in \mathbf{R}, y_i(t) \in \mathbf{R}$ 分别表示第 i 个智能体的位移与速度; $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{i,j=1}^n, \mathbf{B} = [b_{ij}]_{i,j=1}^n, \mathbf{C} = [c_{ij}]_{i,j=1}^n$ 都是系统耦合矩阵,它们可以对应完全不同的有向网络拓扑,且 $-\mathbf{A}$ 矩阵是 Laplacian 矩阵,即 $a_{ij} > 0, a_{ii} = -\sum_{j \neq i}^n a_{ij}; b_{ij} > 0, b_{ii} = -\sum_{j \neq i}^n b_{ij}; c_{ij} > 0, c_{ii} = -\sum_{j \neq i}^n c_{ij}$; α, β 分别表示第 j 个智能体与第 i 个智能体间的连接系数; $\sum_{j=1}^n a_{ij}(x_j(t) - x_i(t))$ 和 $\sum_{j=1}^n b_{ij}(y_j(t) - y_i(t))$ 可以作为控制输入或者一致性协议; $\{\Delta_i(t), i = 1, 2, \dots, n\}$ 是独立的标准白噪声,则系统(1)可以被描述为如下的 Itô 型随机微分方程形式

$$\begin{aligned} dx_i(t) &= y_i(t) dt, \\ dy_i(t) &= f(y_i(t-\tau)) + \alpha \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \beta \sum_{j=1}^n b_{ij}(y_j(t) - y_i(t)) + \delta \sum_{j=1}^n c_{ij} \sigma(y_j(t), t) dB(t), \\ x_i(t) &= \phi_i(t), y_i(t) = \varphi_i(t), -\tau \leq t \leq 0, \end{aligned} \tag{2}$$

式中, $B(t)$ 表示布朗运动. 为了得出系统(1)的指数一致性条件,这里,令

$$\begin{aligned} \bar{x}_i &= x_i(t) - \sum_{k=1}^n \xi_k x_k(t) = x_i(t) - \bar{x}, \\ \bar{y}_i &= y_i(t) - \sum_{k=1}^n \xi_k y_k(t) = y_i(t) - \bar{y} \end{aligned} \tag{3}$$

是第 i 个智能体的误差变量, $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n]^T, \bar{\mathbf{y}} = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n]^T; \xi = \left[\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n} \right]^T$ 分别是连接矩阵

$\mathbf{A}=[a_{ij}]_{i,j=1}^n, \mathbf{B}=[b_{ij}]_{i,j=1}^n, \mathbf{C}=[c_{ij}]_{i,j=1}^n$ 的关于零特征值的左特征向量. 依据误差协议(3), 系统(2)的误差动力系统可以被描述为:

$$\begin{aligned} d\bar{x}_i(t) &= \bar{y}_i(t) dt, \\ d\bar{y}_i(t) &= \{ [f(y_i(t-\tau)) - \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} f(y_j(t-\tau))] + \alpha \sum_{j=1}^n a_{ij} \bar{x}_j(t) + \beta \sum_{j=1}^n b_{ij} \bar{y}_j(t) \} dt + \\ &\quad \delta \sum_{j=1}^n c_{ij} [\sigma(y_i(t), t) - \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sigma(y_k(t), t)] dB(t), \\ x_i(t) &= \phi_i(t), y_i(t) = \varphi_i(t), -\tau \leq t \leq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

为了方便讨论, 这里引入一些假设、定义和引理.

假设 1 令 $g(y_i) = f(y_i(t-\tau)) - \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} f(y_j(t-\tau)); \hat{\mathbf{F}}^T(\mathbf{y}(t-\tau)) = [g(y_1) \cdots g(y_n)]$; 且 $\mathbf{F}^T(\mathbf{y}) = [f(y_1), \cdots, f(y_n)]$, $\boldsymbol{\sigma}^T(\mathbf{y}) = [\sigma(y_1), \cdots, \sigma(y_n)]$ 满足下面条件: 存在 $l_1 > 0, l_2 > 0$ 使得

$$\begin{aligned} \left| f(\alpha_1) - \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} f(\alpha_j) \right| &\leq l_1 \left| \alpha_1 - \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{n} \right|; \\ \left| \sigma(\alpha_1) - \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} \sigma(\alpha_j) \right| &\leq l_2 \left| \alpha_1 - \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{n} \right|. \end{aligned}$$

定义 1 称系统(1)可以达到几乎必然指数一致, 如果存在一个常数 μ 使得对任意初始值 ϕ 和 φ 都有一个正的有限变量 K 满足:

$$\mathbf{x}^T(t, \phi) \mathbf{x}(t, \phi) + \mathbf{y}^T(t, \varphi) \mathbf{y}(t, \varphi) \leq K \exp(-\mu t), W.P.1,$$

即, 对时间 $t \geq 0$, 有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln(\mathbf{x}^T(t, \phi) \mathbf{x}(t, \phi) + \mathbf{y}^T(t, \varphi) \mathbf{y}(t, \varphi)) \leq -\mu.$$

引理 1 (Shur 引理)^[17] 分块矩阵 $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}$, 若 \mathbf{A} 可逆, 则 $\mathbf{M} > 0$ 等价于 $\mathbf{A} > 0$ 且 $(\mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}) > 0$.

引理 2 (Yang 不等式)^[18] 假设 $a > 0, b > 0, p > 1, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, 那么下面不等式成立:

$$ab \leq \frac{1}{p} a^p + \frac{1}{q} b^q.$$

引理 3 (半鞅收敛定理)^[18] 令 $A(t)$ 和 $U(t)$ 在 $t \geq 0$ 上是两个连续适应单增过程且有 $A(0) = U(0) = 0$ 几乎必然成立. 令 $M(t)$ 是一个实值连续局部鞅且 $M(0) = 0$ 几乎必然成立. 令 ζ 是一个非负的 F_0 可测随机变量且 $E\zeta < \infty$. 定义

$$X(t) = \zeta + A(t) - U(t) + M(t), \text{ 对 } t \geq 0.$$

如果 $X(t)$ 非负, 那么 $\{ \lim_{t \rightarrow \infty} A(t) < \infty \} \subset \{ \lim_{t \rightarrow \infty} X(t) < \infty \} \cap \{ \lim_{t \rightarrow \infty} U(t) < \infty \}$ 几乎必然成立.

2 主要结论

定理 1 假设所研究的网络是强连通的且假设 1 成立. 系统(1)可以达到几乎必然指数一致, 如果下面的条件成立:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{11} & \boldsymbol{\Omega}_{12} \\ \boldsymbol{\Omega}_{21} & \boldsymbol{\Omega}_{22} \end{pmatrix} < 0,$$

式中,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_{11} &= \alpha \mathbf{A} + \alpha \mathbf{A}^T + \mathbf{I}; \\ \boldsymbol{\Omega}_{12} &= 2\alpha \mathbf{A}^T + \beta \mathbf{B} + \mathbf{I}; \\ \boldsymbol{\Omega}_{21} &= 2\alpha \mathbf{A} + \beta \mathbf{B}^T + \mathbf{I}; \\ \boldsymbol{\Omega}_{22} &= 2\beta \mathbf{B} + 2\beta \mathbf{B}^T + 2l_2^2 \delta^2 \mathbf{C}^T \mathbf{C} + (4 + 3l_1^2 e^{\tau}) \mathbf{I}, \end{aligned}$$

且 $\eta > 0, \tau > 0, \mathbf{I}$ 是具有适当维数的单位阵.

证明 首先,建立下面的随机 Lyapunov 泛函方程

$$V(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, t) = \exp(\eta t) [\bar{\mathbf{x}}^T \quad \bar{\mathbf{y}}^T] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \bar{\mathbf{y}} \end{bmatrix}.$$

因为矩阵 \mathbf{I} 是正定矩阵,根据引理 1 可知,矩阵 $\begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} > 0$ 是一个正定矩阵. 令

$$\bar{\sigma}_i = \delta \sum_{j=1}^n c_{ij} [\sigma(y_i(t), t) - \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sigma(y_k(t), t)],$$

且 $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = [\bar{\sigma}_1 \quad \dots \quad \bar{\sigma}_n]^T$. 由 Itô 公式和引理 2 知

$$\begin{aligned} V(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, t) &\leq V(\bar{\boldsymbol{\phi}}, \bar{\boldsymbol{\varphi}}, 0) + \eta \int_0^t \exp(\eta s) [\bar{\mathbf{x}}^T(s) \quad \bar{\mathbf{y}}^T(s)] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(s) \\ \bar{\mathbf{y}}(s) \end{bmatrix} ds + \int_0^t \exp(\eta s) [\bar{\mathbf{x}}^T(s) \quad \bar{\mathbf{y}}^T(s)] \times \\ &\begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{y}}(s) \\ \hat{\mathbf{F}}(\mathbf{y}(s-\tau)) + \alpha \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}}(s) + \beta \mathbf{B} \bar{\mathbf{y}}(s) \end{bmatrix} ds + \int_0^t \exp(\eta s) [\bar{\mathbf{y}}^T(s) \quad \hat{\mathbf{F}}^T(\mathbf{y}(s-\tau)) + \alpha \bar{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{A}^T + \beta \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{B}^T] \times \\ &\begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(s) \\ \bar{\mathbf{y}}(s) \end{bmatrix} ds + 2 \int_0^t \exp(\eta s) \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} ds + 2 \int_0^t \exp(\eta s) [\bar{\mathbf{x}}^T(s) \quad \bar{\mathbf{y}}^T(s)] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} dB(s) \leq \\ &V(\bar{\mathbf{x}}(0), \bar{\mathbf{y}}(0), 0) + \eta \int_0^t \exp(\eta s) [\bar{\mathbf{x}}^T(s) \quad \bar{\mathbf{y}}^T(s)] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(s) \\ \bar{\mathbf{y}}(s) \end{bmatrix} ds + \int_0^t \exp(\eta s) [\alpha \bar{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}}(s) + \\ &\alpha \bar{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{x}}(s) + \bar{\mathbf{x}}^T(s) \bar{\mathbf{x}}(s) + \bar{\mathbf{x}}^T(s) \bar{\mathbf{y}}(s) + \beta \bar{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{B} \bar{\mathbf{y}}(s) + 2\alpha \bar{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{y}}(s) + 2\alpha \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}}(s) + \bar{\mathbf{y}}^T(s) \bar{\mathbf{x}}(s) + \\ &\beta \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{B} \bar{\mathbf{x}}(s) + 2\beta \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{B} \bar{\mathbf{y}}(s) + 2\beta \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{y}}(s) + 4\bar{\mathbf{y}}^T(s) \bar{\mathbf{y}}(s)] ds + 3 \int_0^t \exp(\eta s) l_1^2 \bar{\mathbf{y}}^T(s-\tau) \bar{\mathbf{y}}(s-\tau) ds + \\ &\int_0^t \exp(\eta s) [0 \quad l_2 \delta \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{C}^T] \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ l_2 \delta \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{y}}(s) \end{bmatrix} ds + 2 \int_0^t \exp(\eta s) [\bar{\mathbf{x}}^T(s) \quad \bar{\mathbf{y}}^T(s)] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} dB(s) \leq \\ &V(\bar{\mathbf{x}}(0), \bar{\mathbf{y}}(0), 0) + \eta \int_0^t \exp(\eta s) [\bar{\mathbf{x}}^T(s) \quad \bar{\mathbf{y}}^T(s)] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(s) \\ \bar{\mathbf{y}}(s) \end{bmatrix} ds + \int_0^t \exp(\eta s) [\alpha \bar{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}}(s) + \\ &\alpha \bar{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{x}}(s) + \bar{\mathbf{x}}^T(s) \bar{\mathbf{x}}(s) + \bar{\mathbf{x}}^T(s) \bar{\mathbf{y}}(s) + \beta \bar{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{B} \bar{\mathbf{y}}(s) + 2\alpha \bar{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{y}}(s) + 2\alpha \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}}(s) + \bar{\mathbf{y}}^T(s) \bar{\mathbf{x}}(s) + \\ &\beta \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{B} \bar{\mathbf{x}}(s) + 2\beta \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{B} \bar{\mathbf{y}}(s) + 2\beta \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{y}}(s) + 4\bar{\mathbf{y}}^T(s) \bar{\mathbf{y}}(s) + 3\exp(\eta \tau) l_1^2 \bar{\mathbf{y}}^T(s) \bar{\mathbf{y}}(s)] ds + \\ &\int_0^t \exp(\eta s) [0 \quad l_2 \delta \bar{\mathbf{y}}^T(s) \mathbf{C}^T] \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ l_2 \delta \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{y}}(s) \end{bmatrix} ds + 3 \int_{-\tau}^0 \exp(\eta s + \eta \tau) l_1^2 \bar{\mathbf{y}}^T(s) \bar{\mathbf{y}}(s) ds + \\ &2 \int_0^t \exp(\eta s) [\bar{\mathbf{x}}^T(s) \quad \bar{\mathbf{y}}^T(s)] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} dB(s) < V(\bar{\mathbf{x}}(0), \bar{\mathbf{y}}(0), 0) + 3 \int_{-\tau}^0 \exp(\eta s + \eta \tau) l_1^2 \bar{\mathbf{y}}^T(s) \bar{\mathbf{y}}(s) ds + \\ &2 \int_0^t \exp(\eta s) [\bar{\mathbf{x}}^T(s) \quad \bar{\mathbf{y}}^T(s)] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} dB(s). \end{aligned} \tag{5}$$

显然,上面不等式的右边是一个非负半鞅. 由引理 3,易得出当时间 $t \rightarrow +\infty$ 时,有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} V(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, t) < +\infty, W.P.1 \tag{6}$$

观察式(4),有

$$V(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, t) = \exp(\eta t) [\bar{\mathbf{x}}^T \quad \bar{\mathbf{y}}^T] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \bar{\mathbf{y}} \end{bmatrix} \geq \exp(\eta t) [\bar{\mathbf{x}}^T \quad \bar{\mathbf{y}}^T] \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \bar{\mathbf{y}} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

从而,可以知道

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, t) < +\infty, W.P.1, \tag{8}$$

这表明一定存在一个常数 $\eta > 0$ 使得 W.P.1(依概率 1)有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln(\bar{\mathbf{x}}^T(t, \boldsymbol{\phi}) \bar{\mathbf{x}}(t, \boldsymbol{\phi}) + \bar{\mathbf{y}}^T(t, \boldsymbol{\varphi}) \bar{\mathbf{y}}(t, \boldsymbol{\varphi})) < -\eta. \tag{9}$$

证毕.

3 数值模拟

在本节,我们用一个数值例子来说明所得结论的有效性. 考虑随机二阶时滞多智能体系统(2),其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2.1 & 0.1 & 2 \\ 0.2 & -2.1 & 1.9 \\ 0.3 & 1.8 & -2.1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -5.1 & 0.1 & 5 \\ 0.2 & -6.1 & 5.9 \\ 0.3 & 3.8 & -4.1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -0.51 & 0.01 & 0.5 \\ 0.02 & -0.61 & 0.59 \\ 0.03 & 0.38 & -0.41 \end{bmatrix},$$

且 $f=y(t-0.1)\sin t$, $l_1=0.1$, $l_2=0.1$, 连接系数分别为 $\alpha=\beta=1$, $\delta=0.1$. 由定理 1, 系统(2)可以取得几乎必然指数一致当时间 $t \geq 2.5$ s. 其中各智能体的位移与速度轨迹图分别如图 1、图 2 所示.

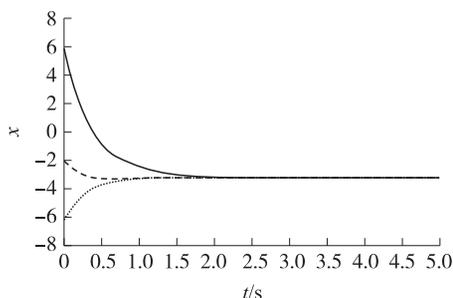


图 1 位移的轨迹

Fig. 1 The track of displacement

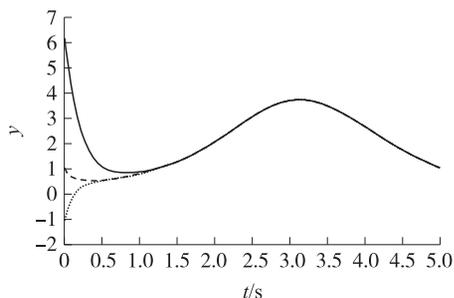


图 2 速度的轨迹

Fig. 2 The track of speed

4 结语

本文主要研究了带有噪声和时滞的二阶多智能体的几乎必然指数一致性. 考虑到实际因素的影响, 我们加入了对布朗运动所产生的扰动和时间延迟, 并利用随机理论知识、控制技术和线性矩阵不等式相结合, 得出了二阶随机系统可以取得一致性的充分条件. 数值仿真的图形显示验证了我们所得结论有效性.

[参考文献]

- [1] WANG Y, YAN W, LI J. Passivity-based formation control of autonomous underwater vehicles[J]. IET control theory and applications, 2012, 6(4): 518-525.
- [2] CORTÉS J, BULLO F. Coordination and geometric optimization via distributed dynamical systems[J]. SIAM journal on control and optimization, 2005, 44(5): 1543-1574.
- [3] MARTIN S, GIRARD A, FAZELI A, et al. Multi-agent flocking under general communication rule[J]. IEEE transactions on control of network systems, 2014, 1(2): 155-156.
- [4] MUNZ U, PAPACHRISTODOULOU A, ALLGOWER F. Delay robustness in non-identical multi-agent systems[J]. IEEE transactions on automatic control, 2012, 57(6): 1597-1603.
- [5] CAI N, CAO J W, MA H Y, et al. Swarm stability analysis of nonlinear dynamical multi-agent systems via relative Lyapunov function[J]. Arabian journal for science and engineering, 2014, 39(3): 2427-2434.
- [6] WAN Y, CAO J. Distributed robust stabilization of linear multi-agent systems with intermittent control[J]. Journal of the franklin institute, 2015, 352(10): 4515-4527.
- [7] WANG Y, CAO J, HU J. Pinning consensus for multi-agent systems with non-linear dynamics and time-varying delay under directed switching topology[J]. IET control theory and applications, 2014, 8(17): 1931-1939.
- [8] HU A, CAO J, HU M, et al. Event-triggered consensus of Markovian jumping multi-agent systems via stochastic sampling[J]. IET control theory and applications, 2015, 9(13): 1964-1972.
- [9] YU W, CHEN G, CAO M, et al. Second-order consensus for multiagent systems with directed topologies and nonlinear dynamics[J]. IEEE transactions on systems, man, and cybernetics, part B: cybernetics, 2010, 40(3): 881-891.
- [10] YU W, CHEN G, CAO M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems[J]. Automatica, 2010, 46(6): 1089-1095.

(下转第 30 页)

发展规划、企业经营管理、市场潜量预测、气象预报、水文预报、地震前兆预报、农作物病虫害灾害预报、环境污染控制、生态平衡、天文学和海洋学等方面。

[参考文献]

- [1] 屈昌辉. 当前我国城市住宅小区车辆停放存在的问题及管理对策[J]. 城市发展研究, 2015(3): 23-26.
- [2] 冯淑媛, 李阳生. 智能停车管理系统建设方案和发展对策[J]. 中国建设信息化, 2016(10): 54-57.
- [3] 孙吉瑞. 城市混合用地停车需求预测模型研究与实践[J]. 交通与运输(学术版), 2016(1): 62-66.
- [4] 单博文. 基于道路服务水平的停车需求预测[J]. 武汉理工大学学报, 2012, 36(3): 541-544.
- [5] 温旭丽, 孙垚飞, 罗婷. 基于交通特征的停车需求预测模型构建研究[J]. 公路交通科技, 2014(4): 297-299.
- [6] 周岩, 董瑞娟, 杨伟. 现代化居住社区停车特性与需求分析[J]. 交通科技与经济, 2014(2): 4-8, 12.
- [7] 王娜. 时间序列建模、预报的原理[J]. 吉林工程技术师范学院学报, 2012, 28(3): 78-80.
- [8] 林慧君, 徐荣聪. 组合 ARMA 与 SVR 模型的时间序列预测[J]. 计算机与现代化, 2009(8): 19-22.
- [9] 吕树龙. ARIMA 模型在降水量预测中的应用[J]. 水科学与工程技术, 2012(2): 6-8.

[责任编辑: 陆炳新]

(上接第 11 页)

- [11] SONG Q, CAO J, YU W. Second-order leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems via pinning control[J]. Systems and control letters, 2010, 59(9): 553-562.
- [12] YU W, ZHENG W X, CHEN G, et al. Second-order consensus in multi-agent dynamical systems with sampled position data[J]. Automatica, 2011, 47(7): 1 496-1 503.
- [13] LI T, ZHANG J F. Consensus conditions of multi-agent systems with time-varying topologies and stochastic communication noises[J]. IEEE transactions on automatic control, 2010, 55(9): 2 043-2 057.
- [14] LIU S, XIE L, ZHANG H. Distributed consensus for multi-agent systems with delays and noises in transmission channels[J]. Automatica, 2011, 47(5): 920-934.
- [15] MA C, LI T, ZHANG J. Consensus control for leader-following multi-agent systems with measurement noises[J]. Journal of systems science and complexity, 2010, 23(1): 35-49.
- [16] HU A, CAO J, HU M, et al. Event-triggered consensus of multi-agent systems with noises[J]. Journal of the franklin institute, 2015, 352(9): 3 489-3 503.
- [17] YE Z, ZHANG H, ZHANG H, et al. Mean square stabilization and mean square exponential stabilization of stochastic BAM neural networks with Markovian jumping parameters[J]. Chaos, solitons and fractals, 2015, 73: 156-165.
- [18] ZHAO H, DING N. Dynamic analysis of stochastic bidirectional associative memory neural networks with delays[J]. Chaos, solitons and fractals, 2007, 32(5): 1 692-1 702.

[责任编辑: 陆炳新]