

语言值直觉模糊二元组的多重多维推理方法

郑宏亮, 潘 畅, 邹 丽

(辽宁师范大学计算机与信息技术学院, 辽宁 大连 116081)

[摘要] 针对语言值推理中信息缺失的问题, 基于直觉模糊集和语言值直觉模糊二元组表示模型, 对多重多维模糊推理方法进行扩展, 提出了语言值直觉模糊二元组的多重多维推理方法及一种先聚合规则再进行推理的扩展方法. 该方法可以有效减少推理过程中语言值信息的缺失, 通过将此方法应用于实例中说明了合理性.

[关键词] 语言值直觉模糊格, 语言值直觉模糊二元组表示模型, 二元组推理, 多重多维推理

[中图分类号] TP181 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2017)04-0047-10

A Multiple and Multi-Dimensional Reasoning Method of Linguistic-Valued Intuitionistic Fuzzy 2-Tuple

Zheng Hongliang, Pan Chang, Zou Li

(School of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116081, China)

Abstract: Aiming at the problem of information loss in the linguistic-valued reasoning, based on the intuitionistic fuzzy sets and linguistic-valued intuitionistic 2-tuple representation model, we extend the multiple multi-dimensional reasoning methods and propose a multiple multi-dimensional reasoning method based on the linguistic-valued intuitionistic 2-tuple and an approach of aggregating rules for further reasoning. This method can reduce the information loss effectively during the reasoning, and we illustrate the rationality by applying this method to the daily example.

Key words: linguistic-valued intuitionistic fuzzy lattice, linguistic-valued intuitionistic fuzzy 2-tuple representation model, 2-tuple reasoning, multiple multi-dimensional reasoning

自 Atanassove 对 Zadeh 提出的模糊集^[1]进行扩展从而提出直觉模糊集^[2]以来, 模糊理论及相关研究越来越成为处理模糊信息的重要手段和工具. 在现实生活中, 存在较多模糊的、不可比较的信息, 结合自然语言特点, 徐扬等人提出了语言真值格蕴涵代数^[3-4]. 邹丽等学者基于格值逻辑的理论建立了 $2n$ 元语言真值直觉模糊代数以及基于 $2n$ 元语言真值直觉模糊格的直觉模糊命题逻辑系统, 做了大量有关不确定性推理与自动推理方法的研究^[5-6], 可以从正反两方面处理语言值信息.

基于 Zadeh 的模糊语言计算方法, 一些其他处理模糊语言信息的模型也逐渐涌现, 其中二元组语言模型^[7]得到了广大学者的认可与关注. Dong 等人针对二元组语言模型中语言分层和数字尺度之间不均匀对称的问题, 建立了二者之间的连接, 并提出一种新的基于不平衡语言术语集的使用数字尺度来构造犹豫模糊术语集词计算方法^[8]. Li 等通过区间数字尺度和二元组语言模型提出了个性化个人语义 (PIS) 模型, 去解决群决策中偏好关系的问题, 从而改善和管理不同词语对不同人的不同含义^[9]. 在 Shi 等提出的群决策框架中, 应用区间二元组语言值变量确定不同属性的不确定性语言值评价^[10]. Wu 在物流运输管理的群决策问题中所提出的框架则应用了二元组语言计算模型处理共识过程 and 选择过程^[11].

作为模糊控制的理论基础, 模糊推理已有 20 多年的历史, 经久不衰. Zadeh 于 1973 年第一次提出了模糊分离规则 (Fuzzy Modus Ponens, 简称 FMP)^[12], 并被 Mamdani 等人所发展^[13], 形成了如今被广泛使用的 CRI (Compositional Rule of Infer-ence) 方法^[14], 这也就是模糊推理的基本方法. 邹丽等在格蕴涵代数、直

收稿日期: 2017-03-18.

基金项目: 辽宁省自然科学基金 (2015020059)、国家自然科学基金 (61772250).

通讯联系人: 邹丽, 教授, 博士, 研究方向: 智能信息处理. E-mail: zoulicn@163.com

觉模糊集及知识表示的基础上,讨论了语言真值直觉模糊代数的相关性质及运算方法,提出了六元语言真值直觉模糊代数的相关逻辑性质,并在六元语言真值直觉模糊知识表示的基础上,将模糊推理的 CRI 方法进行扩展,研究得出了六元语言真值直觉模糊推理的方法^[15]. 曾水玲等分析了几类多重、多维模糊推理算法的连续性、逼近性和对误差的传播性能^[16]. 金玉雪等在深入分析已有的相似度推理算法的基础上,提出一种基于综合相似度的区间值模糊推理算法并通过算例说明了新方法在多重多维模糊推理的情况下的还原性^[17].

在上述工作的基础上,本文基于语言值直觉模糊二元组表示模型提出语言值直觉模糊二元组的多重多维推理模型并给出推理算法步骤. 探讨以直觉模糊二元组表示的语言值直觉模糊格上的推理运算,处理语言值直觉模糊格上信息的推理问题,并以商家整体信誉水平的推理过程为例,说明所提方法的合理性.

1 预备知识

定义 1^[1] 直觉模糊集定义为

$$A = \{ (x, \mu_A(x), \nu_A(x)) \mid x \in U \},$$

式中, U 是论域, $\mu_A(x): U \rightarrow [0, 1]$ 表示对象 $x \in U$ 隶属于集合 $A \subseteq U$ 的隶属程度, $\nu_A(x): U \rightarrow [0, 1]$ 表示对象 $x \in U$ 隶属于集合 $A \subseteq U$ 的非隶属程度, 且对任意 $x \in U$, $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 满足 $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$. 在直觉模糊集 A 中, $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ ($\forall x \in U$) 称为 x 隶属于 A 的犹豫度. 在模糊集中, 如果 $\mu_A(x)$ 是 x 隶属于 A 的隶属度, 那 $1 - \mu_A(x)$ 是非隶属程度, 即 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x) = 0$. 从这个角度来看, 直觉模糊集是 Zadeh 的模糊集的一种推广, 模糊集是直觉模糊集的一种特殊情况^[1].

定义 2^[5] 在 $2n$ 元语言真值格蕴涵代数 $L_{V(n \times 2)}$ 中, 对任意 $((h_i, t), (h_j, f)) \in L_{V(n \times 2)}$, $((h_i, t), (h_j, f))$ 称为一个语言真值直觉模糊对, 若 $((h_i, t), (h_j, f))$ 满足 $(h_i, t)' \geq (h_j, f)$, 其中, 运算“'”为 $L_{V(n \times 2)}$ 中的逆序对和.

定理 1^[5] 对任意 $((h_i, t), (h_j, f)) \in L_{V(n \times 2)}$, $((h_i, t), (h_j, f))$ 是一个语言真值直觉模糊对当且仅当 $i \leq j$.

定义 3^[18] 基于 $2n$ 元语言真值格蕴涵代数建立语言真值直觉模糊格 $LI_{2n} = (LI_{2n}, \cup, \cap)$, 其中 $((h_n, t), (h_n, f))$ 和 $((h_1, t), (h_1, f))$ 分别为 LI_{2n} 的最大元和最小元. 如图 1, 对任意 $((h_i, t), (h_j, f)), ((h_k, t), (h_l, f)) \in LI_{2n}$, $((h_i, t), (h_j, f)) \leq ((h_k, t), (h_l, f))$ 当且仅当 $i \leq k$ 且 $j \leq l$, 且

- (1) $((h_i, t), (h_j, f)) \cup ((h_k, t), (h_l, f)) = ((h_{\max(i, k)}, t), (h_{\max(j, l)}, f))$;
- (2) $((h_i, t), (h_j, f)) \cap ((h_k, t), (h_l, f)) = ((h_{\min(i, k)}, t), (h_{\min(j, l)}, f))$;
- (3) $((h_i, t), (h_j, f))' = ((h_{n-j+1}, t), (h_{n-i+1}, f))$;
- (4) $((h_i, t), (h_j, f)) \rightarrow ((h_k, t), (h_l, f)) = ((h_{\min(n, n-i+k, n-j+l)}, t), (h_{\min(n, n-i+l)}, f))$.

定义 4^[19] 设 $((h_i, c_1), (h_j, c_2)), ((h_k, c_1), (h_l, c_2)) \in LI_{2n}$, $\alpha, \beta \in (1, n+1)$ 是数值, 且 $\alpha \leq \beta$, 则语言值直觉模糊二元组表示模型如下:

$$\Delta_I: [0, n] \times [0, n] \rightarrow LI_{2n} \times (-0.5, 0.5] \times (-0.5, 0.5]$$

$$\Delta_I: (\alpha, \beta) = \begin{cases} ((h_i, c_1), (h_j, c_2)) & \text{若 } \alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, n\} \\ (((h_i, c_1), (h_j, c_2)), \gamma) & \text{其他} \end{cases},$$

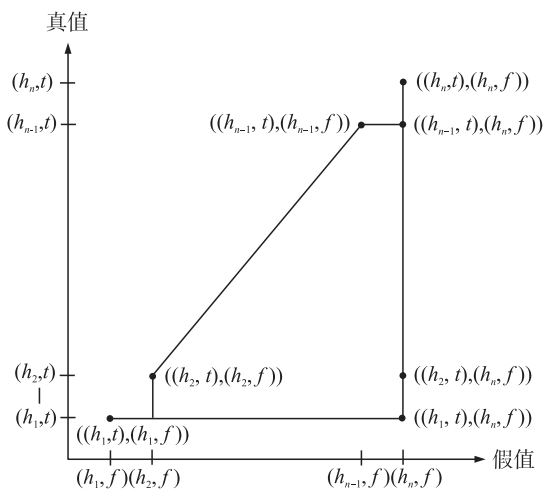


图 1 语言真值直觉模糊格 LI_{2n} 哈斯图

Fig. 1 Hasse diagram of linguistic truth-valued intuitionistic fuzzy lattice LI_{2n}

式中, $i = \text{round}(\alpha)$, $j = \text{round}(\beta)$, $\gamma = \frac{(\alpha-i) + (\beta-j)}{2}$. h_i 是下标与 α 最接近的语气词, h_j 是下标与 β 最接近的语气词, c_1, c_2 来源于评价词集, 则 $((h_i, c_1), (h_j, c_2))$ 是与 $\Delta_{I(\alpha, \beta)}$ 最接近的语言值直觉模糊对, γ 表示 $\Delta_{I(\alpha, \beta)}$ 与 $((h_i, c_1), (h_j, c_2))$ 的偏差.

定义 5^[19] 设 $a_k = ((h_{i_k}, c_1), (h_{j_k}, c_2))$, $k = (1, 2, \dots, n)$ 都是语言值直觉模糊对, 权重向量为 $W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$, $\omega_i \in [0, 1]$, 且 $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$, 则基于语言值直觉模糊二元组表示模型可定义语言值直觉模糊加权算术平均算子 G_{LWA} :

$$G_{LWA}(a_1, a_2, \dots, a_n) = \prod_{k=1}^n \omega_k \cdot ((h_{i_k}, c_1), (h_{j_k}, c_2)) = \Delta_I \left(\sum_{k=1}^n \omega_k i_k, \sum_{k=1}^n \omega_k j_k \right).$$

定义 6^[15] A, B 为语言真值直觉模糊矩阵, 设 $a_{kl} \in A, b_{lp} \in B$, “ \circ_l ” 是语言真值直觉模糊合成关系,

$$A \circ_l B = \begin{bmatrix} \bigvee_{j=1}^s (a_{lj} \wedge b_{j1}) & \cdots & \bigvee_{j=1}^s (a_{lj} \wedge b_{jp}) \\ \vdots & & \vdots \\ \bigvee_{j=1}^s (a_{kj} \wedge b_{j1}) & \cdots & \bigvee_{j=1}^s (a_{kj} \wedge b_{jp}) \end{bmatrix}.$$

本文中设置集合 $C = \{c_1, c_2\}$ 为元语言集合, 以语言值直觉模糊对替代语言真值直觉模糊对, 可以更贴近人类自然语言的表达. 在不混淆的情况下, 仍记作 LI_{2n} .

2 语言值直觉模糊二元组推理算法分析

定义 7 设 $a_k = ((h_{i_k}, c_1), (h_{j_k}, c_2), \gamma_k)$, $k = 1, 2, \dots, p$ 是任意一组语言值直觉模糊二元组, “ \oplus_v ” 是语言值直觉模糊二元组信息合成关系, 则

$$a_1 \oplus_v a_2 \oplus_v \cdots \oplus_v a_k = [((h_{i_1}, c_1), (h_{j_1}, c_2), \gamma_1) \quad ((h_{i_2}, c_1), (h_{j_2}, c_2), \gamma_2) \quad \cdots \quad ((h_{i_k}, c_1), (h_{j_k}, c_2), \gamma_k)]^T.$$

定义 8 设 $((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$ 是语言值直觉模糊二元组, 则 $((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$ 的逆算子是

$$\Delta_I^{-1}((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma) = \begin{cases} ((h_{\min(n, \text{round}(i+\gamma))}, c_1), (h_{\min(n, \text{round}(j+\gamma))}, c_2)) & \gamma > 0, \\ ((h_{\max(1, \text{round}(i+\gamma))}, c_1), (h_{\max(1, \text{round}(j+\gamma))}, c_2)) & \gamma < 0, \\ ((h_i, c_1), (h_j, c_2)) & \gamma = 0. \end{cases}$$

多重多维模糊推理的模型是由多条规则组成的, 其中每一条规则均有多个前件, 本章研究的语言值直觉模糊二元组的多重多维推理问题转化为如下描述形式:

若 x_1 是 $A_{11}((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma) \oplus_v \cdots \oplus_v A_{1m}((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$, 则 y 是 $B_1((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$

若 x_2 是 $A_{21}((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma) \oplus_v \cdots \oplus_v A_{2m}((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$, 则 y 是 $B_2((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$

$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$

若 x_n 是 $A_{n1}((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma) \oplus_v \cdots \oplus_v A_{nm}((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$, 则 y 是 $B_n((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$

若 x^* 是 $A_1^*((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma) \oplus_v \cdots \oplus_v A_m^*((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$

则 y 是 $B^*((h_i, c_1), (h_j, c_2), \gamma)$

上述模型中的 $x_1 \cdots x_n$ 表示大前提, x^* 是小前提, B^* 是结论. 我们将直觉模糊推理模型中 A 和 B 之间的直觉模糊关系, 用于推理过程中推理结论的合成运算, 记作 IR .

注 直觉模糊关系 IR 可以是任意已存在的直觉模糊关系, 也可以自行定义.

基于以上模型我们提出一个语言值直觉模糊二元组的多重多维推理方法, 包括 3 种情况:

(1) 先聚合规则再推理

首先确定元语言取值, 选取一个蕴涵算子代入到大前提中, 求得大前提中每一条规则所表示的直觉模糊关系 IR , 记为 IR_1, IR_2, \dots, IR_n ; 其次用语言值直觉模糊格的析取运算或合取运算对 IR_1, IR_2, \dots, IR_n 进行聚合, 得到总直觉模糊关系 IR ; 最后将小前提 A^* 与总直觉模糊关系 IR 进行复合运算, 再通过定义 8 得

到最终结论 B^* . 算法步骤如下:

步骤 1: 依据所分配的权重, 运用语言值直觉模糊加权算数平均算子 G_{LWAA} 对模糊信息进行计算, 得到的结果用二元组表示;

步骤 2: 分别求出大前提中 n 个已知规则的直觉模糊关系 IR_1, IR_2, \dots, IR_n , 其中 $IR_i = A_i \rightarrow B_i, 1 \leq i \leq n$;

步骤 3: 将 IR_1, IR_2, \dots, IR_n 聚合成一个总直觉模糊关系 IR , 即 $IR = IR_1 \vee IR_2 \vee \dots \vee IR_n$ 或 $IR = IR_1 \wedge IR_2 \wedge \dots \wedge IR_n$;

步骤 4: 小前提 A^* 与总直觉模糊关系 IR 进行复合“ \circ_l ”运算;

步骤 5: 取最大值(或最小值), 通过定义 8 得到语言值推理结果 B^* .

聚合规则后推理的步骤流程图如图 2 所示.

(2) 聚合前件后推理

首先确定元语言取值, 将已知大前提中的前件 A_1, A_2, \dots, A_m 与后件 B_1, B_2, \dots, B_n 分别进行聚合; 其次利用蕴涵算子求得直觉模糊关系 IR ; 最后将小前提 A^* 与 IR 进行复合运算, 再通过定义 8 得到最终结论 B^* . 算法步骤如下:

步骤 1: 依据所分配的权重, 运用语言值直觉模糊加权算数平均算子 G_{LWAA} 对模糊信息进行计算, 得到的结果用二元组表示;

步骤 2: 利用聚合算子 \oplus_V 分别将大前提中的 $A_1, A_2, \dots, A_m, B_1, B_2, \dots, B_n$ 聚合为总前提条件 A 和 B , 即 $A = A_1 \oplus_V A_2 \oplus_V \dots \oplus_V A_m, A_1 = A_{11} \oplus_V A_{21} \oplus_V \dots \oplus_V A_{n1}, A_2 = A_{12} \oplus_V A_{22} \oplus_V \dots \oplus_V A_{n2}, A_m = A_{1m} \oplus_V A_{2m} \oplus_V \dots \oplus_V A_{nm}, B = B_1 \oplus_V B_2 \oplus_V \dots \oplus_V B_n$;

步骤 3: 选定某一蕴涵算子计算 $IR, IR = A \rightarrow B$;

步骤 4: 将小前提 A^* 与 IR 进行复合“ \circ_l ”运算;

步骤 5: 取最大值(或最小值), 通过定义 8 得到语言值推理结果 B^* .

聚合前件后推理的步骤流程图如图 3 所示.

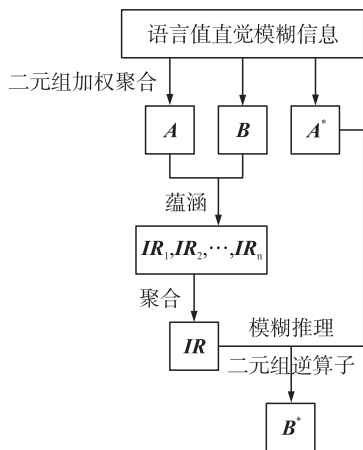


图 2 聚合规则后推理的流程图

Fig. 2 The flow chart of aggregating rules then reasoning

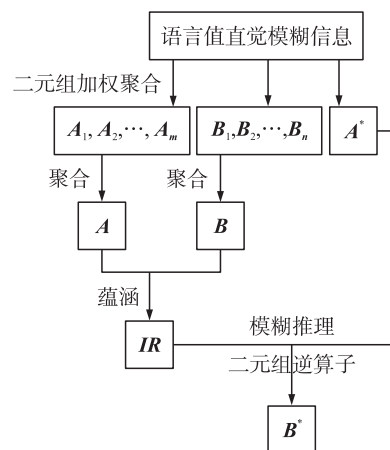


图 3 聚合前件后推理的流程图

Fig. 3 The flow chart of aggregating prerequisites then reasoning

(3) 先聚合后件再推理

首先确定元语言取值, 选取一个蕴涵算子代入到大前提中, 求得大前提中每一条规则所表示的直觉模糊关系 IR , 记为 IR_1, IR_2, \dots, IR_n ; 将小前提 A^* 与直觉模糊关系 IR_1, IR_2, \dots, IR_n 进行复合运算得到 B_1, B_2, \dots, B_n ; 最后用语言值直觉模糊格的析取运算或合取运算对 B_1, B_2, \dots, B_n 进行聚合, 再通过定义 8 得到推理结果 B^* . 算法步骤如下:

步骤 1: 依据所分配的权重, 运用语言值直觉模糊加权算数平均算子 G_{LWAA} 对模糊信息进行计算, 得到的结果用二元组表示;

步骤 2: 分别求出大前提中 n 条已知规则的直觉模糊关系 IR_1, IR_2, \dots, IR_n , 中 $IR_i = A_i \rightarrow B_i, 1 \leq i \leq n$;

步骤3: A^* 与关系 IR_1, IR_2, \dots, IR_n 分别做“ \circ_l ”复合运算得到 n 个推理结果 $B_1^*, B_2^*, \dots, B_n^*$, 其中 $B_i^* = A^* \circ_l IR_i, 1 \leq i \leq n$;

步骤4: 对 $B_1^*, B_2^*, \dots, B_n^*$ 做语言值直觉模糊格的析取运算或合取运算;

步骤5: 取最大值(或最小值), 通过定义8得到语言值推理结果 B^* .

先聚合后件再推理的步骤流程图如图4所示。

3 实例分析

“微商”的出现和发展已经成为我们日常生活中不可或缺的购物方式之一。一方面“微商”的存在使我们的日常采购更加便捷, 选择空间更大, 但另一方面其迅猛的发展使得人们对如何从大量涌现的商家中选择可靠的卖家出现了困难, 通常对微商中各商家做出选择之前, 需要判定商家的整体信誉水平。那么如何根据已提供的信息推测出商家的整体信誉水平高低呢?

我们设属性集 $G = \{G_1 = \text{“产品质量”}, G_2 = \text{“配送质量”}, G_3 = \text{“用户评价”}\}$ 为推测整体信誉水平时的属性依据, 以上3个属性的语言评价由买家评价和卖家自评组成。元语言集合 $C = \{H(\text{high}), L(\text{low})\}$, 集合 $W = \{\omega_1 = 0.7, \omega_2 = 0.3\}$ 是权重集合, 表示买家和卖家的评价值权重分配。基于上述条件和算法步骤, “微商”商家整体信誉度水平推理计算过程如下:

随机得到语言值直觉模糊评价结果(大前提)如表1。

表1 商家语言值直觉模糊评价信息表

Table 1 The linguistic-valued intuitionistic fuzzy evaluation information

	买家评价	卖家评价
A_{11}	$((h_1, H), (h_3, L))$	$((h_2, H), (h_3, L))$
A_{12}	$((h_2, H), (h_3, L))$	$((h_1, H), (h_3, L))$
A_{13}	$((h_1, H), (h_3, L))$	$((h_1, H), (h_3, L))$
B_1	$((h_2, H), (h_2, L))$	
A_{21}	$((h_1, H), (h_2, L))$	$((h_2, H), (h_2, L))$
A_{22}	$((h_1, H), (h_2, L))$	$((h_1, H), (h_3, L))$
A_{23}	$((h_1, H), (h_2, L))$	$((h_1, H), (h_3, L))$
B_2	$((h_1, H), (h_2, L))$	

现有某商家3个属性的语言值直觉模糊信息评价为表2。

推理出此商家的整体信誉水平 B^* :

首先对所获得的语言值直觉模糊评价信息进行加权聚合, 结果如表3。

表2 某商家语言值直觉模糊评价信息表

Table 2 The linguistic-valued intuitionistic fuzzy evaluation information of a shop

	买家评价	卖家评价
A_1^*	$((h_3, H), (h_3, L))$	$((h_2, H), (h_3, L))$
A_2^*	$((h_2, H), (h_2, L))$	$((h_2, H), (h_3, L))$
A_3^*	$((h_2, H), (h_3, L))$	$((h_2, H), (h_2, L))$

表3 加权聚合语言值直觉模糊评价信息表

Table 3 The weighted aggregation linguistic-valued intuitionistic fuzzy evaluation information

$G_1 = \text{“产品质量”}$	$G_2 = \text{“配送质量”}$	$G_3 = \text{“用户评价”}$	整体信誉水平
$A_{11} = 0.7 \times ((h_1, H), (h_3, L))$ $+ 0.3 \times ((h_2, H), (h_3, L))$ $= ((h_{1.3}, H), (h_3, L))$	$A_{12} = 0.7 \times ((h_2, H), (h_3, L))$ $+ 0.3 \times ((h_1, H), (h_3, L))$ $= ((h_{1.7}, H), (h_3, L))$	$A_{13} = 0.7 \times ((h_1, H), (h_3, L))$ $+ 0.3 \times ((h_1, H), (h_3, L))$ $= ((h_1, H), (h_3, L))$	$B_1 = ((h_2, H), (h_2, L))$
$A_{21} = 0.7 \times ((h_1, H), (h_2, L))$ $+ 0.3 \times ((h_2, H), (h_2, L))$ $= ((h_{1.3}, H), (h_2, L))$	$A_{22} = 0.7 \times ((h_1, H), (h_2, L))$ $+ 0.3 \times ((h_1, H), (h_3, L))$ $= ((h_1, H), (h_{2.3}, L))$	$A_{23} = 0.7 \times ((h_1, H), (h_2, L))$ $+ 0.3 \times ((h_1, H), (h_3, L))$ $= ((h_1, H), (h_{2.3}, L))$	$B_2 = ((h_1, H), (h_2, L))$
$A_1^* = 0.7 \times ((h_3, H), (h_3, L))$ $+ 0.3 \times ((h_2, H), (h_3, L))$ $= ((h_{2.7}, H), (h_3, L))$	$A_2^* = 0.7 \times ((h_2, H), (h_2, L))$ $+ 0.3 \times ((h_2, H), (h_3, L))$ $= ((h_2, H), (h_{2.3}, L))$	$A_3^* = 0.7 \times ((h_2, H), (h_3, L))$ $+ 0.3 \times ((h_2, H), (h_2, L))$ $= ((h_2, H), (h_{2.7}, L))$	$B^* = ?$

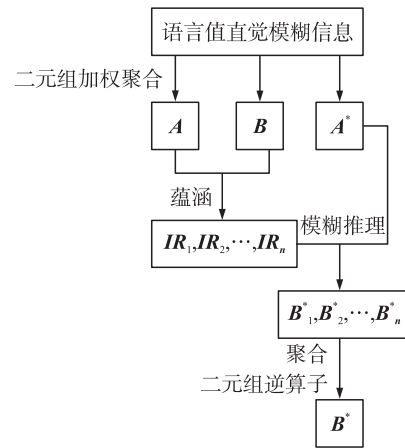


图4 先聚合后件再推理的流程图

Fig. 4 The flow chart of aggregating seccedents then reasoning

将表 3 的结果转换成二元组形式结果如表 4.

表 4 语言值直觉模糊二元组评价信息表

Table 4 The linguistic-valued intuitionistic fuzzy 2-tuple evaluation information

$G_1 = \text{“产品质量”}$	$G_2 = \text{“配送质量”}$	$G_3 = \text{“用户评价”}$	整体信誉水平
$A_{11} = ((h_1, H), (h_3, L), 0.15)$	$A_{12} = ((h_2, H), (h_3, L), -0.15)$	$A_{13} = ((h_1, H), (h_3, L), 0)$	$B_1 = ((h_2, H), (h_2, L), 0)$
$A_{21} = ((h_1, H), (h_2, L), 0.15)$	$A_{22} = ((h_1, H), (h_2, L), 0.15)$	$A_{23} = ((h_1, H), (h_2, L), 0.15)$	$B_2 = ((h_1, H), (h_2, L), 0)$
$A_1^* = ((h_3, H), (h_3, L), -0.15)$	$A_2^* = ((h_2, H), (h_3, L), 0.15)$	$A_3^* = ((h_2, H), (h_3, L), -0.15)$	$B^* = ?$

3 种情况下,蕴涵算子选择语言值直觉模糊 Lukasiewicz 蕴涵算子,语言值直觉模糊格的运算选择析取运算,推理过程如下:

(1) 聚合规则后推理

步骤 1: 如表 4.

步骤 2:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{IR}_1 &= (A_{11} \oplus_{\vee} A_{12} \oplus_{\vee} A_{13}) \rightarrow B_1 = \left[\begin{array}{l} ((h_1, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), -0.15) \\ ((h_1, H), (h_3, L), 0) \end{array} \right] \rightarrow [((h_2, H), (h_2, L), 0)] \\
 &= \left[\begin{array}{l} ((h_2, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), -0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), 0) \end{array} \right], \\
 \mathbf{IR}_2 &= (A_{21} \oplus_{\vee} A_{22} \oplus_{\vee} A_{23}) \rightarrow B_2 = \left[\begin{array}{l} ((h_1, H), (h_2, L), 0.15) \\ ((h_1, H), (h_2, L), 0.15) \\ ((h_1, H), (h_2, L), 0.15) \end{array} \right] \rightarrow [((h_1, H), (h_2, L), 0)] \\
 &= \left[\begin{array}{l} ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \end{array} \right].
 \end{aligned}$$

步骤 3:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{IR} &= \mathbf{IR}_1 \vee \mathbf{IR}_2 = \left[\begin{array}{l} ((h_2, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), -0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), 0) \end{array} \right] \vee \left[\begin{array}{l} ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \end{array} \right] \\
 &= \left[\begin{array}{l} ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \end{array} \right].
 \end{aligned}$$

步骤 4:

$$\begin{aligned}
 A^* &= (A_1^* \oplus_{\vee} A_2^* \oplus_{\vee} A_3^*), \\
 A^* \circ_l \mathbf{IR} &= (A^*)^T \circ_l \mathbf{IR} = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15), ((h_2, H), (h_3, L), 0.15), ((h_2, H), (h_3, L), \\
 &\quad -0.15)] \circ_l \left[\begin{array}{l} ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \end{array} \right] = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15)].
 \end{aligned}$$

步骤 5:

$$B^* = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15)] = ((h_3, H), (h_3, L)).$$

结果表明此商家的整体信誉水平是 $((h_3, H), (h_3, L))$, 即非常高.

(2) 聚合前件后推理

步骤 1: 如表 4.

步骤 2:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= (A_{11} \oplus_{\vee} A_{21}), (A_{11} \oplus_{\vee} A_{21})^T = [((h_1, H), (h_3, L), 0.15) ((h_1, H), (h_2, L), 0.15)], \\
 A_2 &= (A_{12} \oplus_{\vee} A_{22}), (A_{12} \oplus_{\vee} A_{22})^T = [((h_2, H), (h_3, L), -0.15) ((h_1, H), (h_2, L), 0.15)], \\
 A_3 &= (A_{13} \oplus_{\vee} A_{23}), (A_{13} \oplus_{\vee} A_{23})^T = [((h_1, H), (h_3, L), 0) ((h_1, H), (h_2, L), 0.15)], \\
 B &= (B_1 \oplus_{\vee} B_2), (B_1 \oplus_{\vee} B_2)^T = [((h_2, H), (h_2, L), 0) ((h_1, H), (h_2, L), 0)].
 \end{aligned}$$

步骤 3:

$$\begin{aligned}
 A &= A_1 \oplus_{\vee} A_2 \oplus_{\vee} A_3, \\
 IR = A \rightarrow B = (A)^T \rightarrow B &= \begin{bmatrix} ((h_1, H), (h_3, L), 0.15) ((h_1, H), (h_2, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), -0.15) ((h_1, H), (h_2, L), 0.15) \\ ((h_1, H), (h_3, L), 0) ((h_1, H), (h_2, L), 0.15) \end{bmatrix} \rightarrow \\
 [((h_2, H), (h_2, L), 0) ((h_1, H), (h_2, L), 0)] &= \begin{bmatrix} ((h_2, H), (h_3, L), 0.15) ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), -0.15) ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), 0) ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

步骤 4:

$$\begin{aligned}
 A^* \circ_l IR &= (A^*)^T \circ_l IR = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15), ((h_2, H), (h_3, L), 0.15), ((h_2, H), (h_3, L), \\
 -0.15)] \circ_l &\begin{bmatrix} ((h_2, H), (h_3, L), 0.15) ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), -0.15) ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), 0) ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \end{bmatrix} \\
 &= [((h_2, H), (h_3, L), 0.15) ((h_3, H), (h_3, L), -0.15)].
 \end{aligned}$$

步骤 5:

$$B^* = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15)] = ((h_3, H), (h_3, L)).$$

结果表明此商家的整体信誉水平是 $((h_3, H), (h_3, L))$,即非常高.

(3) 聚合后件再推理

步骤 1: 如表 4.

步骤 2:

$$\begin{aligned}
 IR_1 &= (A_{11} \oplus_{\vee} A_{12} \oplus_{\vee} A_{13}) \rightarrow B_1 = \begin{bmatrix} ((h_1, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), -0.15) \\ ((h_1, H), (h_3, L), 0) \end{bmatrix} \rightarrow \\
 [((h_2, H), (h_2, L), 0)] &= \begin{bmatrix} ((h_2, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), -0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), 0) \end{bmatrix}, \\
 IR_2 &= (A_{21} \oplus_{\vee} A_{22} \oplus_{\vee} A_{23}) \rightarrow B_2 = \begin{bmatrix} ((h_1, H), (h_2, L), 0.15) \\ ((h_1, H), (h_2, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_2, L), 0.15) \end{bmatrix} \rightarrow \\
 [((h_1, H), (h_2, L), 0)] &= \begin{bmatrix} ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

步骤 3:

$$\begin{aligned}
 B_1^* &= A^* \circ_l IR_1 = (A^*)^T \circ_l IR_1 = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15), ((h_2, H), (h_3, L), 0.15), ((h_2, H), \\
 (h_3, L), -0.15)] \circ_l &\begin{bmatrix} ((h_2, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), -0.15) \\ ((h_2, H), (h_3, L), 0) \end{bmatrix} = [((h_2, H), (h_3, L), 0.15)], \\
 B_2^* &= A^* \circ_l IR_2 = (A^*)^T \circ_l IR_2 = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15), ((h_2, H), (h_3, L), 0.15), ((h_2, H), (h_3, L),
 \end{aligned}$$

$$-0.15) \big] \circ_l \begin{bmatrix} ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \\ ((h_3, H), (h_3, L), 0.15) \end{bmatrix} = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15)].$$

步骤 4:

$$B^* = B_1^* \vee B_2^* = ((h_2, H), (h_3, L), 0.15) \vee ((h_3, H), (h_3, L), -0.15) = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15)].$$

步骤 5:

$$B^* = [((h_3, H), (h_3, L), -0.15)] = ((h_3, H), (h_3, L)).$$

结果表明此商家的整体信誉水平是 $((h_3, H), (h_3, L))$,即非常高.

我们将文中提出的语言值直觉模糊分层聚合的多重多维推理模型与模糊的多重多维推理模型作对比.

设模糊集对应六元语言值直觉模糊元素集合情况如下:

$\mu_A(x) \in [0, 0.3)$ 表示六元语言值直觉模糊元素中的“有点”;

$\mu_A(x) \in [0.3, 0.6)$ 表示六元语言值直觉模糊元素中的“一般”;

$\mu_A(x) \in [0.6, 1]$ 表示六元语言值直觉模糊元素中的“非常”.

则六元语言值直觉模糊格上的点 $((h_1, t), (h_1, f)), ((h_1, t), (h_2, f)), ((h_1, t), (h_3, f)), ((h_2, t), (h_2, f)), ((h_2, t), (h_3, f)), ((h_3, t), (h_3, f))$ 对应到模糊集中为 0、0.2、0.3、0.4、0.7、1.

注 $R_L = a \rightarrow b = \min(1, 1 - a + b)^{[20]}$.

算例的模糊信息以及加权聚合后的模糊信息如表 5 和表 6 所示,推理计算过程如下:

表 5 专家模糊评价信息

Table 5 The fuzzy evaluation information from experts

	买家评价	卖家评价
A_{11}	0.3	0.7
A_{12}	0.7	0.3
A_{13}	0.3	0.3
B_1		0.4
A_{21}	0.2	0.2
A_{22}	0.2	0.3
A_{23}	0.2	0.3
B_2		0.2
A_1^*	1	0.7
A_2^*	0.4	0.7
A_3^*	0.7	0.4

表 6 聚合模糊信息评价表

Table 6 The aggregated fuzzy evaluation information

G_1	G_2	G_3	整体信誉水平
$A_{11} = 0.4$	$A_{12} = 0.5$	$A_{13} = 0.3$	$B_1 = 0.4$
$A_{21} = 0.2$	$A_{22} = 0.2$	$A_{23} = 0.2$	$B_2 = 0.2$
$A_1^* = 0.8$	$A_2^* = 0.4$	$A_3^* = 0.6$	$B^* = ?$

(1) 聚合规则后推理

$$R_1 = [0.4 \quad 0.5 \quad 0.3]^T \rightarrow 0.4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.9 \\ 1 \end{bmatrix}, R_2 = [0.2 \quad 0.2 \quad 0.2]^T \rightarrow 0.2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, R = R_1 \vee R_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, B^* = A^* \circ_l R = 0.8.$$

(2) 聚合前件后推理

$$R = A \rightarrow B = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 \\ 0.5 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 \end{bmatrix} \rightarrow [0.4 \quad 0.2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.9 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B^* = A^* \circ_l R = 0.8.$$

(3)先推理后聚合

$$\begin{aligned} R_1 &= [0.4 \quad 0.5 \quad 0.3]^T \rightarrow 0.4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.9 \\ 1 \end{bmatrix}, R_2 = [0.2 \quad 0.2 \quad 0.2]^T \rightarrow 0.2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ B_1^* &= A^* \circ_l R_1 = [0.8 \quad 0.4 \quad 0.6] \circ_l \begin{bmatrix} 1 \\ 0.9 \\ 1 \end{bmatrix} = 0.8, \\ B_2^* &= A^* \circ_l R_2 = [0.8 \quad 0.4 \quad 0.6] \circ_l \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0.8, \\ B^* &= B_1^* \vee B_2^* = 0.8. \end{aligned}$$

结果对比如表 7:

表 7 语言值直觉模糊二元组推理方法与模糊推理方法结果对比

Table 7 The result comparison between linguistic-valued intuitionistic fuzzy 2-tuple reasoning method and fuzzy reasoning method

	计算结果	对应语言值
模糊多重多维推理方法	0.8	非常高
语言值直觉模糊二元组多重多维推理方法	$((h_3, H), (h_3, L), -0.15)$	非常高

从以上结果可以看出语言值直觉模糊二元组多重多维推理方法从正反两方面证据入手对问题进行描述和计算并得到减少了信息缺失的语言值结果,相比于计算隶属度从而得到最终结果的模糊多重多维推理方法,同样在信息缺失的、具有语言值信息的情况下,本章提出的方法更贴近日常人类自然语言表达信息的推理特点.计算结果的一致性说明了所提方法的有效性及其合理性.

4 结语

本文所提出的语言值直觉模糊二元组的多重多维推理方法是在模糊多重多维推理方法的基础上,对其进行语言值直觉模糊二元组形式的扩展并提出先聚合规则再进行推理的算法.文中所提方法从语义表达形式到形成推理模型的过程都更贴近于人脑的思维方式,在对模糊信息进行聚合推理的过程中有效地减少信息损失.实例说明该方法在对正反两方面模糊信息的描述和可比与不可比信息的处理上方便、有效.鉴于语言值直觉模糊二元组的多重多维推理在解决带有语言值的推理问题中的优势,进一步的工作是将该推理形式推广应用到更广泛的模糊决策、模糊评价等方面.

[参考文献]

- [1] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and control, 1965, 8(3): 338-353.
- [2] ATANASSOV K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy sets and systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [3] XU Y, Y QIN K, LIN J, et al. L-valued propositional logic L_{vpl} [J]. Information sciences, 1999, 114(1): 205-235.
- [4] 徐扬. 格蕴涵代数[J]. 西南交通大学学报, 1993, 28(1): 20-27.
- [5] ZOU L, SHI P, PEI Z, et al. On an algebra of linguistic truth-valued intuitionistic lattice-valued logic[J]. Journal of intelligent and fuzzy systems, 2013, 24(3): 447-456.
- [6] 邹丽. 基于语言真值格蕴涵代数的格值命题逻辑及其归结自动推理研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2010.
- [7] HERRERA F, MARTÍNEZ L. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words[J]. IEEE transactions on fuzzy systems, 2000, 8: 746-752.
- [8] DONG Y C, LI C C, HERRERA F. Connecting the linguistic hierarchy and the numerical scale for the 2-tuple linguistic model and its use to deal with hesitant unbalanced linguistic information[J]. Information sciences, 2016, 367: 259-278.
- [9] LI C C, DONG Y C, HERRERA F, et al. Personalized individual semantics in computing with words for supporting linguistic group decision making. An application on consensus reaching[J]. Information fusion, 2017, 33: 29-40.

-
- [10] SHI H, LIU H C, LI P, et al. An integrated decision making approach for assessing healthcare waste treatment technologies from a multiple stakeholder[J]. Waste management, 2017, 59: 508–517.
- [11] WU Z B, XU J P, XU Z S. A multiple attribute group decision making framework for the evaluation of lean practices at logistics distribution centers[J]. Annals of operations research, 2016, 247: 735–757.
- [12] ZADEH L A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes[J]. IEEE transactions on systems man and cybernetics, 1973, 3: 28–44.
- [13] MAMDANI E H. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems[J]. IEEE transactions on computers, 1977, 26: 1 182–1 191.
- [14] ZADEH L A. The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning, part 1–3[J]. Information sciences, 1975(8): 199–249, 301–357; 1975(9): 43–80.
- [15] 邹丽, 谭雪微, 张云霞. 语言真值直觉模糊逻辑的知识推理[J]. 计算机科学, 2014, 41(1): 134–137.
- [16] 曾水玲, 徐蔚鸿, 杨静宇. 多重多维模糊推理算法的连续性和逼近性[J]. 控制工程, 2012(1): 114–118.
- [17] 金玉雪, 田建艳, 王芳, 等. 一种新的基于综合相似度的区间值模糊推理方法[J]. 计算机应用与软件, 2014, 31(12): 214–217.
- [18] BADARACCO M, MARTINEZ L. A fuzzy linguistic algorithm for adaptive test in intelligent tutoring system based on competences[J]. Expert systems with applications, 2013, 40(8): 3 073–3 086.
- [19] 邹丽, 张云霞, 高伟. 语言值直觉模糊二元组表示模型[J]. 模式识别与人工智能, 2014, 27(5): 395–402.
- [20] 杜浩翠, 薛占熬, 肖运花. 区间值模糊 Lukasiewicz 蕴涵的研究[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(33): 149–152.

[责任编辑:顾晓天]