

doi:10.3969/j.issn.1001-4616.2017.04.009

# 环/柱结构磁电复合振子的磁控谐振频率偏移

高 蓉<sup>1</sup>, 罗小彬<sup>1</sup>, 王 巍<sup>1,2</sup>

(1.南京师范大学物理科学与技术学院,江苏 南京 210023)  
(2.南京大学近代声学教育部重点实验室,江苏 南京 210093)

**[摘要]** 从磁电耦合的角度,探讨磁场对环/柱结构压电/磁致伸缩复合振子谐振频率的调控作用. 利用磁致伸缩  $Tb_xDy_{1-x}Fe_{2-y}$  (TDF) 和压电材料  $Pb(Zr,Ti)O_3$  (PZT) 构成的环柱磁电复合结构,分别从理论和实验两方面研究了磁场对复合振子谐振频率的影响. 从压电相和磁致伸缩材相的本构方程出发,理论推导了压电相电容与磁场、谐振频率和材料参数的函数关系,数值模拟了环/柱状磁电复合振子的基频和一级谐振频率随磁场的变化;实验研究了环/柱状复合振子的谐振频率随磁场的偏移规律,即复合振子的基频和一级谐振频率都随磁场的增加先向高频偏移然后又转向低频方向偏移. 当磁场为 200 Oe 时,谐振频率偏移量达到最大值,分别为 9.50 kHz 和 3.50 kHz;数值模拟谐振频率偏移量与实验基本吻合.

**[关键词]** 磁电耦合效应,环柱磁电复合结构,谐振频率,本构方程

**[中图分类号]** TP212.1 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1001-4616(2017)04-0057-07

## Magnetically Tunable Resonance Shift of Ring/Column Magnetolectric Composite Vibrator

Gao Rong<sup>1</sup>, Luo Xiaobin<sup>1</sup>, Wang Wei<sup>1,2</sup>

(1.School of Physics and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)  
(2.Laboratory of Modern Acoustics of MOE, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

**Abstract:** In consideration of magnetolectric coupling effect, magnetically tunable electromechanical resonance with a dc bias magnetic field is proposed. Using PZT ( $Pb(Zr, Ti)O_3$ )-ring/TDF ( $Tb_xDy_{1-x}Fe_{2-y}$ )-column magnetolectric composite vibrator, magnetically tunable resonance shift are theoretically studied and experimentally measured, respectively. Constitutive equations of piezoelectric and magnetostrictive phase are employed to describe the electric elastic and magnetic elastic coupling, and piezoelectric phase capacitance is a function of magnetic field, resonance frequency and material parameters. Frequency-dependent capacitances of the PZT-ring/TDF-column composite vibrator are numerically simulated under different magnetic field intensities. The resonance frequency shift rule of the composite vibrator was experimental studied. With magnetic field increasing, the fundamental frequency and primary resonance frequency of the composite vibrator increase to high frequencies and then to low frequencies, the resonance shift reaches maximum under  $H=200$  Oe, the resonance frequency offsets are 9.50 kHz and 3.50 kHz, respectively. Numerical simulation of the resonant frequency offset curve is consistent with the experimental results.

**Key words:** magnetolectric coupling effect, PZT-ring/TDF-column, resonant frequency, constitutive equations

磁电复合材料是通过压电和磁致伸缩材料之间界面耦合的应力传递产生磁电效应. 超磁致伸缩材料 TDF(即铽镝铁  $Tb_xDy_{1-x}Fe_{2-y}$ )具有超大的磁致伸缩效应,其与压电材料组成的磁电复合材料显示了较强的磁电耦合乘积作用<sup>[1-2]</sup>. 压电与磁致伸缩有多种复合方式,尤其层状复合具有较大的磁电电压输出<sup>[3-4]</sup>. 随着磁电效应研究的深入发展,2009年 Israel C 提出了单一直流磁场可调控磁电复合多层电容器的电机机械谐振频率<sup>[5]</sup>,即磁电复合多层电容器的谐振频率在磁场作用下发生偏移,这也是磁电耦合的结果. 分析表明,由于磁-力-电耦合效应,磁场调控磁致伸缩材料的杨氏模量(即  $\Delta E$  效应)是磁场调控谐振

收稿日期:2017-04-13.

基金项目:江苏省高校自然科学基金(15KJD430007)、南京师范大学国家自然科学基金预研项目(XYY2015015).

通讯联系人:王巍,教授,研究方向:磁电复合材料. E-mail:wangwei1@njnu.edu.cn

频率偏移的本质.

利用磁场调控谐振频率的变化可制备新型磁传感器<sup>[6]</sup>. 重庆大学的文玉梅等以超磁致伸缩铋镉铁 TDF 和声表面波谐振器(SAW)构成的复合传感器,通过磁场导致 SAW 谐振频率的变化来测量磁场,当磁场达到 200 Oe 时,其谐振频率偏移为 35.225 kHz,磁场分辨率约为  $4.2 \times 10^{-6} \text{ T}^{[7]}$ . 这种声表面波复合谐振器零磁场下谐振频率是 144.243.202 MHz,属于高频谐振器. 最近几年,我们实验室对零磁场下低频谐振频率(仟赫兹)的磁电复合结构进行了研究,对层状结构及环和条状磁电复合结构的磁场调控谐振频率偏移取得了一些研究进展. 2014 年研究了“三明治”层状磁电复合结构,选用超磁致伸缩 TDF 和 PZT 压电材料,当磁场为 100 mT 时,谐振频率偏移为 18kHz,同时研究了压电相的体积分数对谐振频率偏移的影响<sup>[8]</sup>. 2015 年研究了由 PZT 环和条状 TDF 组成的磁电复合振子<sup>[9]</sup>,这个结构利用了磁致伸缩的“跳跃效应”,可导致最大谐振频率偏移的磁场由 200 Oe 降低到 100 Oe,这在很大程度上提高了磁调谐的灵敏度.

研究表明,不同的磁电复合结构,其磁场调控的谐振频率偏移会有较大的不同. 本文设计了压电环 PZT 与柱状磁致伸缩 TDF 构成的环/柱结构,从 Israel C 的磁电耦合理论出发<sup>[5]</sup>,以压电和磁致伸缩材料的本构方程为基础,从理论上推导了压电环 PZT 的电容与磁场、谐振频率和材料参数的函数关系,数值模拟了电容随磁场的变化及谐振频率随磁场的偏移. 在理论推导基础上,实验研究了 PZT/TDF 环/柱结构的磁控谐振频率偏移. 结果表明,谐振频率随磁场的变化曲线与理论模拟结果基本吻合,但是理论值大于实验值,文中分析了实验与理论差距产生的主要原因.

## 1 理论模型

图 1 为 PZT/TDF 环/柱结构模型. 压电陶瓷环 PZT(内半径  $a$ ,外半径  $b$ ,高度  $h$ )沿 3 方向极化( $P$  的方向). 圆柱状 TDF(半径  $a$ ,高度  $h$ )磁致伸缩沿 3 方向. 柱状 TDF 与环状 PZT 之间粘接在一起构成磁电复合振子,沿 3 方向施加磁场. 在压电陶瓷环的上下表面镀电极并施加一交变电场.

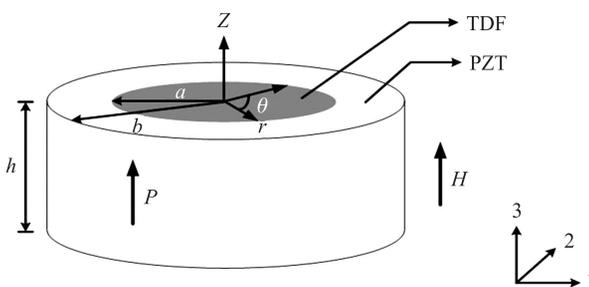


图 1 环柱 PZT/TDF 磁电复合结构模型

Fig. 1 Schematic diagram of the PZT-ring/TDF-column magnetoelastic composite model

以经典的本构方程为基础<sup>[5]</sup>,考虑 PZT 和 TDF 的形状,在柱坐标系下压电环和磁致伸缩柱的本构方程为:

$${}^p S_r = {}^p s_{11} {}^p T_r + {}^p s_{12} {}^p T_\theta + {}^p d_{31} E_3, \quad (1)$$

$${}^p S_\theta = {}^p s_{12} {}^p T_r + {}^p s_{11} {}^p T_\theta + {}^p d_{31} E_3, \quad (2)$$

$${}^p D_3 = {}^p d_{31} {}^p T_r + {}^p d_{31} {}^p T_\theta + {}^p \epsilon_{33} E_3, \quad (3)$$

$${}^m S_r = {}^m s_{11}^B {}^m T_r + {}^m s_{12}^B {}^m T_\theta + {}^m q_{31} H_3, \quad (4)$$

$${}^m S_\theta = {}^m s_{12}^B {}^m T_r + {}^m s_{11}^B {}^m T_\theta + {}^m q_{31} H_3, \quad (5)$$

式中,  ${}^p S_r, {}^p S_\theta, {}^p T_\theta, {}^p T_r, {}^m S_r, {}^m S_\theta, {}^m T_r, {}^m T_\theta, {}^p D_3$  ( $p$  和  $m$  代表压电相和磁致伸缩相) 分别代表应变、应力和电位移.  ${}^p d_{31}$  和  ${}^p \epsilon_{33}$  为压电体的压电系数和介电常数,  $E_3$  和  $H_3$  为电场强度和磁场强度;  ${}^p s_{11}$  和  ${}^p s_{12}$  是压电体恒定电场下的弹性柔度系数.  ${}^m s_{11}^B, {}^m s_{12}^B$  为磁致伸缩相的弹性柔度系数.

${}^m s_{11}, {}^m s_{12}$  为磁致伸缩相恒定磁场下的弹性柔度系数. 磁致伸缩相弹性柔顺系数随磁场变化,其与恒定磁场下的弹性柔顺系数之间满足<sup>[5]</sup>:

$${}^m s_{12}^B = {}^m s_{12} - \frac{{}^n q_{33}^2(H) + {}^m q_{31}^2(H)}{\mu_{33}}, \quad {}^m s_{11}^B = {}^m s_{11} - \frac{{}^n q_{33}^2(H) + {}^m q_{31}^2(H)}{\mu_{33}},$$

式中,  ${}^m q_{33} = \frac{d\lambda_{33}}{dH_3}, {}^m q_{31} = \frac{d\lambda_{31}}{dH_3}$  为压磁系数,  $\lambda_{33}, \lambda_{31}$  是磁致伸缩系数,  $\mu_{33}$  为磁导率.

对于压电相,在柱坐标下的弹性动力学方程为:

$$\frac{\partial {}^p T_r}{\partial r} + \frac{{}^p T_r - {}^p T_\theta}{r} + \rho \omega^2 u_r = 0. \quad (6)$$

且满足:

$${}^p S_r = \frac{\partial^p u_r}{\partial r}, \quad {}^p S_\theta = \frac{{}^p u_r}{r}. \quad (7)$$

由式(1)、(2)可以得出:

$${}^p T_r = \frac{{}^p S_r + \sigma^p S_\theta}{{}^p s_{11}(1-\sigma^2)} - \frac{d_{31}E_3}{{}^p s_{11}(1-\sigma)}, \quad (8)$$

$${}^p T_\theta = \frac{\sigma^p S_r + {}^p S_\theta}{{}^p s_{11}(1-\sigma^2)} - \frac{d_{31}E_3}{{}^p s_{11}(1-\sigma)}, \quad (9)$$

式中,  $\sigma = -\frac{{}^p s_{12}}{{}^p s_{11}}$ .

由式(6)-(9)式联立可以得到:

$$\frac{\partial^{2p} u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^p u_r}{\partial r} + \left( k_p^2 - \frac{1}{r^2} \right) u_r = 0, \quad (10)$$

式中,  $k_p = \sqrt{{}^p \rho(1-\sigma^2)} {}^p s_{11} \omega$ .

由式(10)可以解出:

$${}^p u_r = A J_1(k_p r) + B Y_1(k_p r), \quad (11)$$

式中,  $Y_1$  和  $J_1$  为一阶贝塞尔函数.

磁致伸缩相的运动方程:

$$\frac{\partial^m T_r}{\partial r} + \frac{{}^m T_r - {}^m T_\theta}{r} + \rho \omega^{2m} u_r = 0. \quad (12)$$

且满足:

$${}^m S_r = \frac{\partial^m u_r}{\partial r}, \quad {}^m S_\theta = \frac{{}^m u_r}{r}. \quad (13)$$

由式(4)、(5)可以得到:

$${}^m T_r = \frac{{}^m S_r + \nu^m S_\theta}{{}^m s_{11}^B(1-\nu^2)} - \frac{{}^m q_{31}H_3}{{}^m s_{11}^B(1-\nu)}, \quad (14)$$

$${}^m T_\theta = \frac{\nu^m S_r + {}^m S_\theta}{{}^m s_{11}^B(1-\nu^2)} - \frac{{}^m q_{31}H_3}{{}^m s_{11}^B(1-\nu)}, \quad (15)$$

式中,  $\nu = -\frac{{}^m s_{12}^B}{{}^m s_{11}^B}$ .

由式(12)-(15)可以得到:

$${}^m u_r = A_1 J_1(k_m r) + B_1 Y_1(k_m r), \text{ 其中 } k_m = \sqrt{{}^m \rho(1-\nu^2)} {}^m s_{11}^B \omega.$$

考虑模型的对称性,在  $r=0$ ,  ${}^m \mu_r = 0$ , 所以  $B_1 = 0$ .

即:

$${}^m u_r = A_1 J_1(k_m r). \quad (16)$$

压电体和磁致伸缩体满足以下边界条件:

$${}^p u_r|_{r=a} = {}^m u_r|_{r=a}, \quad (17)$$

$${}^p T_r|_{r=a} = {}^m T_r|_{r=a}, \quad (18)$$

$${}^p T_r|_{r=b} = 0. \quad (19)$$

将式(11)、(16)代入式(17),

$$A J_1(k_p a) + B Y_1(k_p a) = A_1 J_1(k_m a), \quad (20)$$

$$m_1 A + m_2 B = A_1,$$

式中,  $m_1 = \frac{J_1(k_p a)}{J_1(k_m a)}$ ,  $m_2 = \frac{Y_1(k_p a)}{J_1(k_m a)}$ ,  $A, B, A_1$  为待定系数.

由式(7)、(8)、(11)可以得到:

$${}^p T_r|_{r=a} = \frac{\frac{\partial^p u_r}{\partial r} + \sigma \frac{u_r}{r}}{s_{11}(1-\sigma^2)} - \frac{d_{31} E_3}{s_{11}(1-\sigma)} = A \left[ \frac{k_p J_0(k_p a) + (\sigma-1) \frac{J_1(k_p a)}{a}}{s_{11}(1-\sigma^2)} \right] + B \left[ \frac{k_p Y_0(k_p a) + (\sigma-1) \frac{Y_1(k_p a)}{a}}{s_{11}(1-\sigma^2)} \right] - \frac{d_{31} E_3}{s_{11}(1-\sigma)}. \quad (21)$$

由式(13)、(14)、(16)得到

$${}^m T_r|_{r=a} = \frac{\frac{\partial^m u_r}{\partial r} + \sigma \frac{u_r}{r}}{s_{11}^B(1-\nu^2)} - \frac{q_{31} H_3}{s_{11}^B(1-\nu)} = A_1 \frac{k_m J_0(k_m a) + (\nu-1) \frac{J_1(k_m a)}{a}}{s_{11}^B(1-\nu^2)} - \frac{q_{31} H_3}{s_{11}^B(1-\nu)}. \quad (22)$$

将式(21)、(22)代入式(18)可以得到:

$$m_3 A + m_4 B = m_5 A_1 + m_6, \quad (23)$$

式中,  $m_3 = ak_p J_0(k_p a) + (\sigma-1) J_1(k_p a)$

$$m_4 = ak_p Y_0(k_p a) + (\sigma-1) Y_1(k_p a), m_5 = \frac{[ak_m J_0(k_m a) + (\nu-1) J_1(k_m a)] s_{11}(1-a^2)}{s_{11}^B(1-\nu^2)}$$

$$m_6 = ad_{31} E_3(1+\sigma) - \frac{a^m q_{31} H_3 s_{11}(1-\sigma^2)}{s_{11}^B(1-\nu)}.$$

当  $r=b$  时:

$${}^p T_r|_{r=b} = A \left[ \frac{k_p J_0(k_p b) + (\sigma-1) \frac{J_1(k_p b)}{b}}{s_{11}(1-\sigma^2)} \right] + B \left[ \frac{k_p Y_0(k_p b) + (\sigma-1) \frac{Y_1(k_p b)}{b}}{s_{11}(1-\sigma^2)} \right] - \frac{d_{31} E_3}{s_{11}(1-\sigma)}. \quad (24)$$

将式(24)代入式(19),

$$m_7 A + m_8 B = m_9, \quad (25)$$

式中,

$$m_7 = bk_p J_0(k_p b) + (\sigma-1) J_1(k_p b), m_8 = bk_p Y_0(k_p b) + (\sigma-1) Y_1(k_p b), m_9 = bd_{31} E_3(1+\sigma).$$

由式(20)、(23)、(25)组成方程组;

$$m_1 A + m_2 B = A_1,$$

$$m_3 A + m_4 B = m_5 A_1 + m_6,$$

$$m_7 A + m_8 B = m_9.$$

解方程组得到:

$$A = \frac{m_6 m_8 - m_9(m_4 - m_2 m_5)}{m_8(m_3 - m_1 m_5) - m_7(m_4 - m_2 m_5)},$$

$$B = \frac{m_6 m_7 - m_9(m_3 - m_1 m_5)}{m_7(m_4 - m_2 m_5) - m_8(m_3 - m_1 m_5)},$$

$$A_1 = \frac{m_6(m_1 m_8 - m_2 m_7) + m_9(m_2 m_3 - m_1 m_4)}{m_8(m_3 - m_1 m_5) - m_7(m_4 - m_2 m_5)}.$$

求出压电环的电位移:

$${}^p D_3 = \frac{d_{31} \frac{\partial u_r}{\partial r} + d_{31} \frac{u_r}{r}}{s_{11}(1-\sigma)} - \frac{2d_{31}^2 E_3}{s_{11}(1-\sigma)} + \varepsilon_{33} E_3 = \frac{d_{31} k_p}{s_{11}(1-\sigma)} [AJ_0(k_p r) + BY_0(k_p r)] - \frac{2d_{31}^2 E_3}{s_{11}(1-\sigma)} + \varepsilon_{33} E_3, \quad (26)$$

$$Q = \int_a^b {}^p D_3 \cdot 2\pi r dr. \quad (27)$$

所以

$$Q = [-n_1(AJ_1(k_p a) + BY_1(k_p a)) + n_2(AJ_1(k_p b) + BY_1(k_p b))] + E_3 \left( \varepsilon_{33} - \frac{2d_{31}^2}{s_{11}(1-\sigma)} \right) \pi(b^2 - a^2), \quad (28)$$

式中,

$$n_1 = \frac{2\pi^p d_{31} a}{\rho s_{11}(1-\sigma)}, n_2 = \frac{2\pi^p d_{31} b}{\rho s_{11}(1-\sigma)}.$$

$$\text{设 } X = \frac{am_7 - bm_3 + bm_1 m_5}{M}, Y = \frac{am_8 - bm_4 + bm_2 m_5}{M}.$$

式中,  $M = m_7(m_4 - m_2 m_5) - m_8(m_3 - m_1 m_5)$ .

考虑到电容  $C = \frac{\partial Q}{\partial V}$  可得到:

$$C = \frac{\rho d_{31}(1+\sigma)}{h} [X(-n_1 Y_1(k_p a) + n_2 Y_1(k_p b)) + Y(n_1 J_1(k_p a) - n_2 J_1(k_p b))] + \left( \varepsilon_{33} - \frac{2^p d_{31}^2}{\rho s_{11}(1-\sigma)} \right) \frac{\pi(b^2 - a^2)}{h}. \quad (29)$$

式(29)是压电环的电容在磁场作用下与各相关参数的关系,由方程可以看出电容是磁场、各相的尺寸、谐振频率及材料参数的复合函数.

考虑 PZT 和 TDF 的材料常数<sup>[10-11]</sup>,  $\rho s_{11} = 15.3 \times 10^{-12} \text{ m/N}$ ,  $\rho s_{12} = -5 \times 10^{-12} \text{ m/N}$ , 密度  $\rho = 7.75 \times 10^3 \text{ kg/m}^2$ ,  $d_{31} = -175 \times 10^{12} \text{ m/N}$ ,  $\varepsilon_{33} = 1750 \times 8.85 \times 10^{12} \text{ F/m}$ ,  $m s_{11} = 12.5 \times 10^{12} \text{ m}^2/\text{N}$ ,  $m s_{12} = -4.62 \times 10^{11} \text{ m}^2/\text{N}$ ,  $u_{11} = 6.283 \times 10^{-6} \text{ H/m}$ ,  $m \rho = 9.2 \times 10^3 \text{ kg/m}^2$ , PZT 和 TDF 尺寸的大小为  $a = 1.60 \text{ cm}$ ,  $b = 1.75 \text{ cm}$ ,  $h = 0.70 \text{ cm}$ . 压磁系数的取值由实验确定,图 2 是利用应变片法测得的磁致伸缩系数及求导得出的压磁系数.

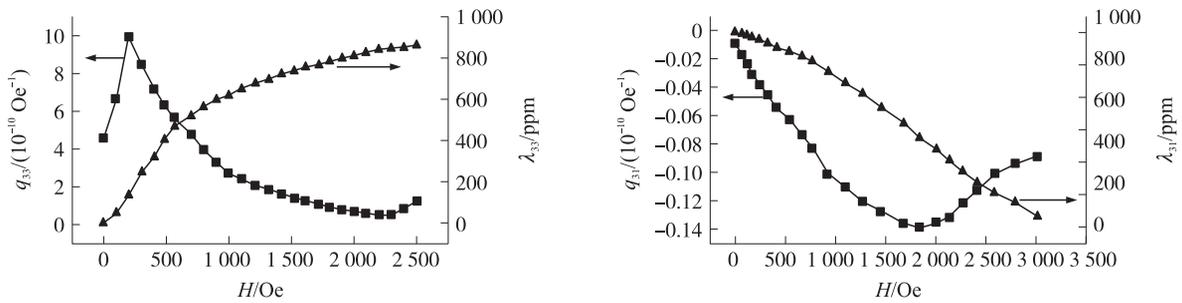


图 2 磁致伸缩系数  $\lambda_{33}$  和  $\lambda_{31}$ , 压磁系数  $q_{33}$  和  $q_{31}$

Fig. 2 Magnetic field dependent magnetostrictive coefficient  $\lambda_{33}$ ,  $\lambda_{31}$ , and piezomagnetic coefficient  $q_{33}$ ,  $q_{31}$ , respectively

图 3 为利用公式(29)数值模拟的压电环的电容随磁场的变化关系. 从图中可见压电环有两个谐振频率,复合振子零磁场下基频为 140.1 kHz(图 3 左图所示)和一阶谐振频率为 323.5 kHz(图 3 右图所示),随着磁场的增加,不论是基频还以一阶谐振频率,其频率都随着磁场向高频方向移动,当磁场达到 200 Oe 时,其谐振频率偏移达到最大值,基频和一阶谐振频率偏移分别为  $\Delta f_{\text{low}} = 11.0 \text{ kHz}$  和  $\Delta f_{\text{high}} = 25.3 \text{ kHz}$ . 继续增加磁场,谐振频率开始向低频方向偏移,当磁场大于 400 Oe 时,由于压磁系数的变化较小,谐振频率几乎不发生偏移.

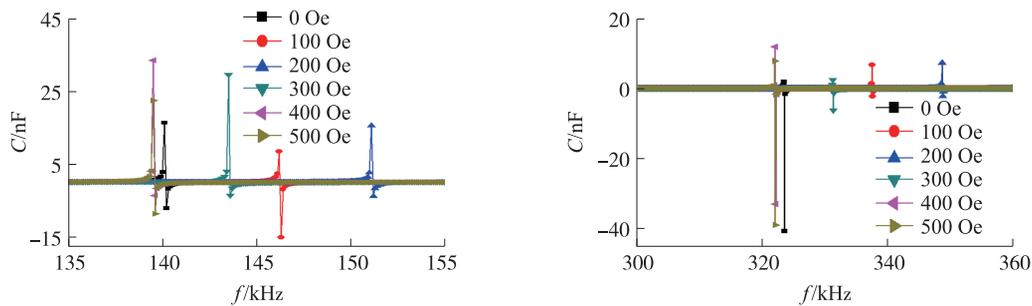


图 3 数值模拟压电环电容在磁场下随频率、磁场的变化关系

Fig. 3 Numerical simulation frequency dependences of capacitance under various magnetic intensities

## 2 实验结果与讨论

实验用柱状 TDF 从甘肃天星稀土功能材料有限公司购买, PZT 环从山东淄博百灵电子有限公司购

买. 将半径为 1.60 cm 的柱状 TDF 内嵌在内径为 1.6 cm、外径为 1.75 cm、高度为 0.7 cm 的环状 PZT 中,如图 1 所示. 将两种材料用树脂胶粘合,环状 PZT 的极化沿 3 方向,在环状 PZT 上下表面镀电极. 磁场由电磁铁产生(SKD-105 V 15 A, 长春),用高斯计(WT-4B, 南京大学应用物理研究所)测量磁场强度;阻抗分析仪(IM3570, HIOKI, Japan)测量样品的电容,逐渐改变磁场大小,测量电容随磁场、频率的变化.

图 4 是实验测得 PZT/TDF 电磁复合振子中压电环的电容随磁场、频率的变化曲线. 从图中可以看出,随着磁场的增加,振子的谐振频率均随磁场变化,左图为零磁场下基频为 90.95 kHz,右图为零磁场下一阶谐振频率 284.6 kHz. 当磁场增加到 200 Oe 时,其谐振频率偏移达到最大值,这与数值模拟的情况是吻合的. 最大谐振频率偏移分别为基频偏移  $\Delta f_{\text{low}} = 3.51$  kHz 和一阶谐振频率偏移  $\Delta f_{\text{high}} = 9.50$  kHz. 仅从谐振频率的偏移量分析,本文环柱结构的谐振频率偏移比 TDF 声表面波谐振器(SAW)<sup>[7]</sup>复合振子的偏移量小,声表面波谐振器在磁场为 200 Oe 时谐振频率的偏移量为 35.225 kHz,我们注意到这两种结构的零磁场谐振频率不同,环柱结构零磁场的谐振频率为 kHz 量级,而声表面波谐振器的零磁场谐振频率为 MHz 量级,如果以  $\Delta f/f_0$  作为分辨率,两者分别为  $0.38 \times 10^{-1}$  (环柱结构低频基频)  $0.2 \times 10^{-6}$  (声表面波谐振器<sup>[7]</sup>),可见,环柱结构不仅可实现低频下的磁控谐振,还可提高其分辨率.

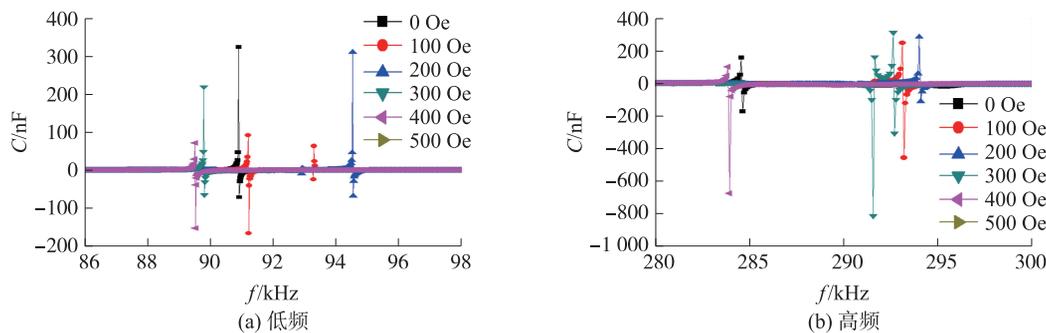


图 4 不同磁场强度下电容-频率关系图

Fig. 4 Measured frequency dependences of capacitance under various magnetic intensities

继续增加磁场,谐振频率开始向低频方向偏移,当磁场大于 400 Oe 时,由于压磁系数的变化较小,因此谐振频率几乎不发生偏移,这也和数值模拟的情况吻合. 由此可见,式(29)可以反映压电相电容随频率、磁场的函数关系.

为了能清楚地对比实验和理论上得到的谐振频率偏移量,由数值模拟(图 3)和实验测得的结果(图 4)求出谐振频率的偏移量随磁场的变化关系,并对不同磁场强度下的谐振频率偏移进行了进一步的分析并且绘制了曲线,如图 5 所示. 图中纵坐标  $\Delta f = f_H - f_0$ ,  $f_H$  表示磁场为  $H$  时的谐振频率,  $f_0$  表示磁场为零时的谐振频率. 图中  $\Delta f_{\text{low}}$  和  $\Delta f_{\text{high}}$  分别对应电磁复合振子基频和一级谐振频率的偏移. 图中分别画出了实验测试和数值模拟的谐振频率偏移随磁场的变化关系.

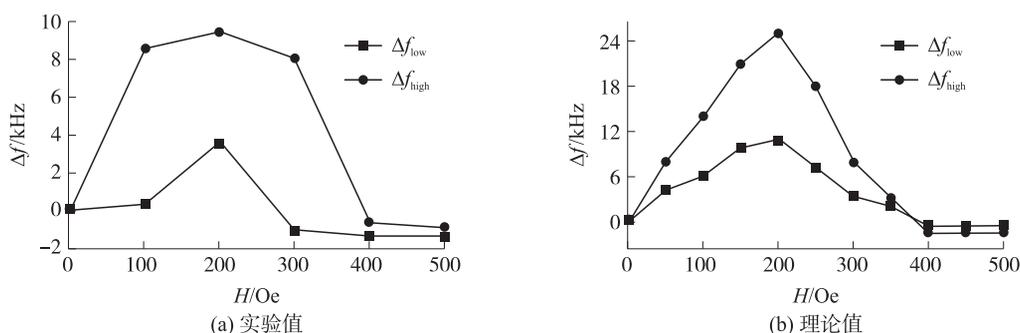


图 5 实验测量和模拟计算的谐振频率偏移与磁场的关系

Fig. 5 Numerical simulation and experimental resonance shifts as a function of magnetic intensity

由图 5 可见,谐振频率的偏移随着磁场强度的变化,数值模拟和实验曲线表现出一致的规律性,这证明了压电振子的共振位移来源于 TDF 磁致伸缩效应. 以磁场强度  $H = 200$  Oe 为分界线,在磁场为 200 Oe 时,谐振频率的偏移量达到最大值;当磁场小于 200 Oe 时,谐振频率的偏移量随磁场基本是线性增加;当

磁场大于 200 Oe 时,谐振频率的偏移量随磁场基本是线性减小,在磁场大于 400 Oe 以后,谐振频率不随磁场变化. 显然,一级谐振频率的偏移量  $\Delta f_{\text{high}}$  明显大于基频的偏移量  $\Delta f_{\text{low}}$ .

从数值模拟与实验曲线对比,无论是基频还是一级谐振频率,理论模拟的谐振频率偏移量都大于实验测试值,其主要原因可能是因为在理论计算时,只考虑了沿轴向的磁致伸长和径向的磁致收缩,而没有考虑沿圆弧方向的收缩,这可能是理论值偏大的主要原因. 而且在实验测量时,由于 PZT 环与柱状的 TDF 之间采用胶粘的方式连接,在应力传递过程中会存在能量的损失,这也是理论值偏大的因素之一.

### 3 结论

利用经典的压电、磁致伸缩本构方程,推导了环柱磁电复合结构中压电环电容的表达式. 数值模拟显示,磁电复合振子的谐振频率随磁场发生偏移,而且其谐振频率随磁场的变化趋势与实验基本相符. 从理论上证明了磁电耦合中磁致伸缩的  $\Delta E$  效应导致磁电复合振子谐振频率的偏移. 环柱磁电复合结构与以往研究的磁电复合声表面波谐振器相比具有低频下的磁控谐振、提高谐振器分辨率的特点,该研究为利用磁电复合结构制备新型磁场传感器提供实验和理论基础.

#### [参考文献]

- [1] YAO Y P, HOU Y, DONG S N, et al. Giant magnetodielectric effect in Terfenol-D/PZT magnetolectric laminate composite[J]. J Appl Phys, 2011, 110(1-4): 014508.
- [2] WU G J, NAN T X, ZHANG R, et al. Inequivalence of direct and converse magnetolectric coupling at electromechanical resonance[J]. Appl Phys Lett, 2013, 103(1-5): 182905.
- [3] WU Z, XIANG Z H, JIA Y M, et al. Electrical impedance dependence on the direct and converse magnetolectric resonances in magnetostrictive/piezoelectric laminated composites[J]. J Appl Phys, 2012, 112(1-3): 106102.
- [4] LOYAU V, MORIN V, CHAPLIER G, et al. Magnetolectric effect in layered ferrite/PZT composites. Study of the demagnetizing effect on the magnetolectric behavior[J]. J Appl Phys, 2015, 117(1-11): 184102.
- [5] ISRAEL C, PETROV V M, SRINIVASAN G, et al. Magnetically tuned mechanical resonances in magnetolectric multilayer capacitors[J]. Appl Phys Lett, 2009, 95(1-3): 072505.
- [6] KARMARKAR M, DONG S X, LI J F, et al. Magnetolectric laminate based DC magnetic field sensor[J]. Phys Stat Sol (RRL), 2008, 2(3): 108-110.
- [7] 肖庭富, 文玉梅, 李平, 等. Terfenol-D/SAW 谐振器/TDF 复合传感器[J]. 传感技术学报, 2008, 21(6): 924-928.
- [8] WANG W, YE J J, WU J, et al. Single dc magnetic field tunable electromechanical resonance in Terfenol-D/PZT/Terfenol-D trilayer composites[J]. Journal of magnetism and magnetic materials, 2014, 366: 40-43.
- [9] WANG W, WU J, LUO X B, et al. Jump effect based magnetically tunable resonance of PZT-ring/TDF-strip composite with improved sensitivity[J]. Sensors and actuators A: physical, 2015, 225: 47-52.
- [10] BAYRASHEV A, ROBBINS W P, ZIAIE B. Low frequency wireless powering of microsystems using piezoelectric-magnetostrictive laminate composites[J]. Sensors and actuators A: physical, 2004, 114: 244-249.
- [11] BICHURIN M I, PETROV V M, SRINIVASAN G. Theory of low-frequency magnetolectric coupling in magnetostrictive-piezoelectric bilayers[J]. Phys Rev B, 2003, 68: 054402.

[责任编辑: 顾晓天]