

用于图像分割的非局部空间约束的核 FCM 算法

康家银¹, 张文娟²

(1. 淮海工学院电子工程学院, 江苏 连云港 222005)

(2. 淮海工学院计算机工程学院, 江苏 连云港 222005)

[摘要] 图像分割是图像分析、图像理解的前提和关键, 其结果直接决定着图像分析和理解的质量. 模糊 C 均值(Fuzzy C-Means, FCM)聚类算法是一种常用的图像分割算法. 然而, 由于经典的 FCM 算法只考虑像素自身, 从而对外围噪声比较敏感. 因此, 提出了一种改进的用于图像分割的 FCM 聚类算法. 该算法通过利用核方法修改 FCA-NLASC 算法中的目标函数而实现, 即用核距离替代 FCA-NLASC 中的欧氏距离, 相应地得到核 FCA-NLASC 聚类算法——KNLASC-FCM 聚类算法. 利用提出的算法分别进行人工合成图像和实际图像的实验结果表明, 当图像含有噪声时, 与算法 FCA-NLASC 相比, KNLASC-FCM 算法在主观视觉、客观量化两方面的评价中均具有更好的分割性能.

[关键词] 图像分割, 模糊 C 均值, 模糊聚类, 核方法, 空间约束

[中图分类号] TP391.4 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1001-4616(2019)03-0122-07

Kernelized FCM Algorithm with Non-Local Spatial Constraint for Image Segmentation

Kang Jiayin¹, Zhang Wenjuan²

(1. School of Electronics Engineering, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang 222005, China)

(2. School of Computer Engineering, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang 222005, China)

Abstract: Image segmentation is the crucial and first step of image analysis and understanding, and the segmenting result directly determines the quality of image analysis and understanding. Fuzzy C-means (FCM) is a commonly used algorithm for image segmentation. However, conventional FCM algorithm is sensitive to noise due to not taking neighboring pixels into consideration. To this end, a modified FCM clustering algorithm for image segmentation is proposed in this paper. The algorithm is realized by modifying the objective function in the FCA-NLASC algorithm using kernel method, i.e., the original Euclidean distance in the FCA-NLASC is replaced by a kernel-induced distance, and thus corresponding algorithm is derived and called as the kernelized FCA-NLASC, shorted in KNLASC-FCM clustering algorithm. Experimental results on both artificially synthesized image and real image demonstrate that when images are contaminated by noises, the KNLASC-FCM algorithm has better segmentation performance than FCA-NLASC both in visually subjective and quantitatively objective evaluations.

Key words: image segmentation, fuzzy c-means, fuzzy clustering, kernel method, spatial constraint

图像分割是图像分析和模式识别的首要问题, 也是图像处理的经典难题之一, 它是图像分析和模式识别系统的重要组成部分, 并决定图像的最终分析质量和模式识别的判别结果^[1].

模糊 C 均值(fuzzy C-means, FCM), 一种常用的非监督聚类算法, 已经在模式分类^[2]、图像分割^[3-4]等领域中得到了广泛应用. 相对于硬 C 均值聚类算法^[5], FCM 能够在分割结果中保存原始图像的更多信息. 然而由于标准的 FCM 聚类算法没有顾及像素的空间信息, 从而使得该算法对噪声比较敏感^[6].

为了能够使得 FCM 聚类算法对噪声具有更好的鲁棒性, 近年来许多研究者对经典的 FCM 算法的目标函数进行了修改, 从而提出了许多改进的 FCM 聚类算法^[7-9]. 文献[9]通过引入一个非局部自适应空间

收稿日期: 2019-07-05.

基金项目: 国家自然科学基金(61601194)、江苏省高等学校自然科学研究项目(17KJB520003).

通讯联系人: 康家银, 副教授, 研究方向: 图像处理、机器学习. E-mail: kangjiayin2002@163.com

约束项对文献[8]提出的算法的目标函数进行了修改,从而提出了一种改进的聚类算法,非局部自适应空间约束的模糊聚类算法(fuzzy clustering algorithm with non local adaptive spatial constraint, FCA-NLASC). 虽然算法 FCA-NLASC 对噪声具有很好的鲁棒性,但当输入数据中各类别的边界是非线性时,该算法的聚类性能会有所下降.

近年来,核方法已经被应用在各种聚类算法中^[10],其基本思想是通过核函数将输入空间中的低维非线性数据映射到特征空间的高维线性数据,即将低维输入空间中的非线性问题转换为高维特征空间中的线性问题,从而提高了聚类算法的性能.

基于以上分析,本文在算法 FCA-NLASC 的基础上,通过引入核距离代替算法 FCA-NLASC 中的欧氏距离,从而得到一种核 FCA-NLASC 聚类算法——KNLASC-FCM 聚类算法.

1 核 FCA-NLASC 聚类算法

1.1 FCM 聚类算法

FCM 算法用于图像分割是根据图像中像素和 c 个聚类中心的每一个中心的加权隶属度,对目标函数进行迭代优化. FCM 算法的目标函数为^[7]:

$$J_m = \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^N u_{ki}^m \|x_i - v_k\|^2. \quad (1)$$

式中, $X = \{x_i, i=1, 2, \dots, N | x_i \in \mathbf{R}^d\}$ 为数据集,本文中 x_i 就是图像中各像素的灰度值; $\|\cdot\|$ 表示欧氏距离; c 为聚类的类别数且 $2 \leq c \leq N-1$; m 为模糊加权指数且 $1 < m < \infty$; $V = \{v_k\} (k=1, 2, \dots, c)$ 为聚类中心矩阵; $U = \{u_{ki}\} (k=1, 2, \dots, c; i=1, 2, \dots, N)$ 为模糊隶属度矩阵,且满足下面的约束条件:

$$\{u_{ki} \in [0, 1] | \sum_{k=1}^c u_{ki} = 1, \forall i, 0 < \sum_{i=1}^N u_{ki} < N, \forall k\}. \quad (2)$$

式中, u_{ki} 的含义为点 x_i 属于第 k 类的程度,即隶属度;是第 k 类的类中心. 隶属度矩阵 U 和聚类中心矩阵 V 可通过下面的表达式迭代更新得到:

$$u_{ki} = \frac{1}{\sum_{l=1}^c \left(\frac{\|x_i - v_k\|}{\|x_i - v_l\|} \right)^{2/(m-1)}} \quad (3)$$

和

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ki}^m x_i}{\sum_{i=1}^N u_{ki}^m}. \quad (4)$$

1.2 FCA-NLASC 聚类算法

传统的 FCM 聚类算法为图像的分割提供了有力的工具,并已得到了广泛的应用^[3-4]. 然而,由于该算法没有考虑像素间的空间关系信息从而使得该算法对噪声比较敏感^[6]. 为此,近年来许多研究者通过修改传统的 FCM 聚类算法的目标函数而提出了许多顾及像素空间信息的改进 FCM 聚类算法^[7-9],其中文献[9]提出了一种通过非局部空间约束考虑像素空间信息的 FCM 聚类算法, FCA-NLASC,其目标函数如下:

$$J_m = \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^N u_{ki}^m \|x_i - v_k\|^2 + \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^N [a_i u_{ki} (1 - u_{ki}^{m-1}) + \beta_i u_{ki}^m \|\bar{x}_i - v_k\|^2]. \quad (5)$$

式中, $a_i = \alpha \min \{\|x_i - v_t\|^2 + \beta_i \|\bar{x}_i - v_t\|^2 | t \in \{1, 2, \dots, c\}\}$, 参数 $\alpha (0 < \alpha < 1)$ 控制该算法的收敛速度; \bar{x}_i 为以第 i 个像素为中心的搜索窗口中所有像素的非局部空间信息(“加权均值”), \bar{x}_i 计算如下^[9]:

$$\bar{x}_i = \sum_{p \in W_i^r} w_{ip} x_p. \quad (6)$$

式中, W_i^r 为中心在第 $i (1 \leq i \leq N)$ 个像素处,半径为 r 的搜索窗口;权值 $w_{ip} (1 \leq i \leq N, p \in W_i^r)$ 为该窗口内各像素 x_p 与中心像素 x_i 的相似度; β_i 是第 $i (1 \leq i \leq N)$ 个像素的自适应空间参数,控制第 i 个像素空间约束的惩罚效果, β_i 定义如下:

$$\beta_i = \beta_{\min} + (\beta_{\max} - \beta_{\min}) \frac{\delta_i - \min_{1 \leq l \leq N} \{\delta_l\}}{\max_{1 \leq l \leq N} \{\delta_l\} - \min_{1 \leq l \leq N} \{\delta_l\}}. \quad (7)$$

式中, $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$ 为 β_i 的取值范围; $\delta_i = \max_{p \in W_i^c} (w_{ip})$ 为窗口中心在第 i ($1 \leq i \leq N$) 个像素处的窗口内窗口系数(权值)的最大值.

类似于标准的 FCM 聚类算法, 式(5)中的隶属度矩阵 U 和聚类中心矩阵 V 可通过下面的表达式迭代更新得到:

$$u_{ki} = \frac{1}{\sum_{l=1}^c \left(\frac{\|x_i - v_k\|^2 - a_i + \beta_i \|x_i - v_k\|^2}{\|x_i - v_l\|^2 - a_i + \beta_i \|x_i - v_l\|^2} \right)^{(m-1)}}, \quad (8)$$

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ki}^m (x_i + \beta_i \bar{x}_i)}{\sum_{i=1}^N (1 + \beta_i) u_{ki}^m}. \quad (9)$$

1.3 核 FCA-NLASC 聚类算法

虽然 FCA-NLASC 算法对噪声具有很好的鲁棒性, 但当输入数据中各类别的边界是非线性(如含有噪声)时, 该算法的聚类性能会有所下降. 解决该问题的一种方法是利用一非线性映射函数将输入空间转换成高维特征空间, 从而输入空间的非线性问题可在特征空间中线性化^[10].

核方法是一种近年来流行的将输入空间转换为高维特征空间的方法, 其优势之一是不必知道映射函数的具体形式便可将输入数据转换成特征空间中的高维数据. 此外, 特征空间中的内积可以通过一核函数计算.

利用核方法, 式(1)中的目标函数在特征空间中利用映射函数 Φ 可以重新写成如下形式:

$$J_m^\Phi = \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^N u_{ki}^m \|\Phi(x_i) - \Phi(v_k)\|^2. \quad (10)$$

利用核函数替代(10)中的映射函数, 可得到如下的目标函数:

$$J_m^\Phi = 2 \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^N u_{ki}^m (1 - K(x_i, v_k)). \quad (11)$$

式中, $K(x_i, v_k)$ 通常为高斯径向基函数(Gaussian radial basis function, GRBF)核, 具有如下形式:

$$K(x, y) = \exp\left(\frac{-\|x - y\|^2}{\sigma^2}\right). \quad (12)$$

利用拉格朗日乘数法最小化目标函数(11), 得到隶属度矩阵 U 和聚类中心矩阵 V 按如下表达式迭代更新:

$$u_{ki} = \frac{(1 - K(x_i, v_k))^{-1/(m-1)}}{\sum_{l=1}^c (1 - K(x_i, v_l))^{-1/(m-1)}}, \quad (13)$$

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ki}^m K(x_i, v_k) x_i}{\sum_{i=1}^N u_{ki}^m K(x_i, v_k)}. \quad (14)$$

类似于目标函数(1)的核化形式(11), 得到目标函数(5)的核化形式如下:

$$J_m^\Phi = \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^N u_{ki}^m (1 - K(x_i, v_k)) + \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^N [a_i u_{ki} (1 - u_{ki}^{m-1}) + \beta_i u_{ki}^m (1 - K(\bar{x}_i, v_k))]. \quad (15)$$

式中, $K(x, y)$ 仍然取径向基函数核; 参数 a_i , β_i 和 \bar{x}_i 的意义如同(5).

类似于(11), 目标函数(15)是一个迭代优化问题, 以下的定理给出:

定理 1 设 $X = \{x_i, i = 1, 2, \dots, N | x_i \in \mathbf{R}^d\}$ 表示一幅具有 N 个像素的图像, 图像被划分成 c 类. 在约束条件:

$\{u_{ki} \in [0, 1] \mid \sum_{k=1}^c u_{ki} = 1, \forall i, 0 < \sum_{i=1}^N u_{ki} < N, \forall k\}$ 下迭代优化目标函数 (15) 使其达到最小, 则 u_{ki} 和 v_k 必须满足下面的等式:

$$u_{ki} = \frac{((1 - K(x_i, v_k)) - a_i + \beta_i(1 - K(\bar{x}_i, v_k)))^{-1/(m-1)}}{\sum_{l=1}^c ((1 - K(x_i, v_l)) - a_i + \beta_i(1 - K(\bar{x}_i, v_l)))^{-1/(m-1)}}, \quad (16)$$

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ki}^m (K(x_i, v_k)x_i + \beta_i K(\bar{x}_i, v_k)\bar{x}_i)}{\sum_{i=1}^N u_{ki}^m (K(x_i, v_k) + \beta_i K(\bar{x}_i, v_k))}. \quad (17)$$

证明 (证明从略)

改进的 FCM 聚类算法, 核 FCA-NLASC 算法——KNLASC-FCM, 可以按照如下迭代步骤完成:

Step 1: 设定聚类数目 $2 \leq c \leq N-1$ 和参数 $m > 1$, 算法终止阈值 ε , 允许的最大迭代次数 n_{\max} ;

Step 2: 初始化各个聚类中心 $V^{(0)}$;

Step 3: 利用式 (6) 计算各像素的非局部空间信息 $\bar{x}_i (1 \leq i \leq N)$;

Step 4: 利用式 (7) 计算自适应空间参数 $\beta_i (1 \leq i \leq N)$;

Repeat:

Step 5: 用当前聚类中心 v_k 根据式 (16) 和 (17) 计算隶属度函数 u_{ki} ;

Step 6: 用当前隶属度函数 u_{ki} 按式 (17) 更新各类的聚类中心 v_k ;

Until ($\|V^{(n+1)} - V^{(n)}\| \leq \varepsilon$ 或 $n \geq n_{\max}$).

2 实验结果与分析

为了验证算法 KNLASC-FCM 的性能, 本文给出一组实验用来比较本算法与其他 3 种聚类算法 (FCM、FCA-NLASC 和 FCM-ASI^[11]) 的性能. 本文利用两类图像进行算法的测试: 一类是人工合成的图像; 另一类是实际图像.

2.1 采用合成图像的实验结果

图 1(a) 所示为一幅合成的图像, 共有 4 类, 将均值为 0、方差为 0.03 的高斯噪声和噪声浓度为 0.02 椒盐噪声分别加到该图像中, 被噪声污染了的图像分别如图 1(b) 和图 1(c) 所示.

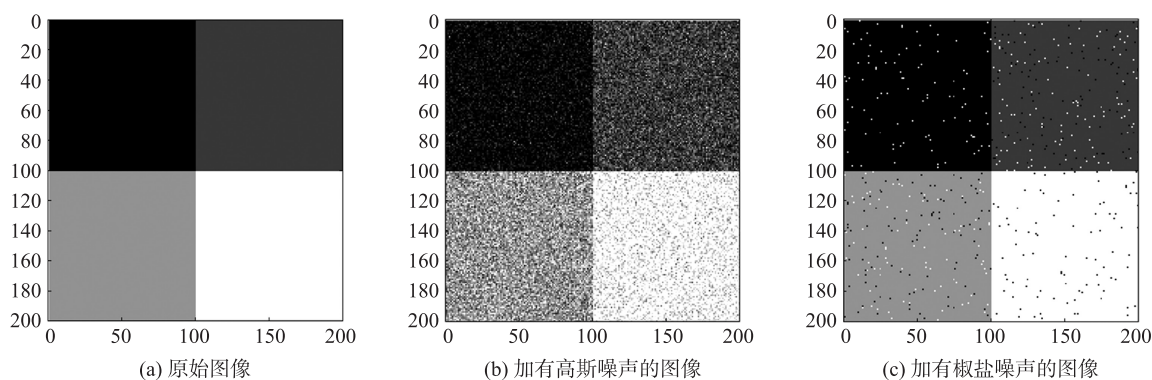


图 1 合成图像

Fig. 1 Synthetic image

图 2(a) ~ (d) 分别为利用 FCM、FCA-NLASC、FCM-ASI 和 KNLASC-FCM 分割加有 Gaussian 噪声合成图像的结果. 其中参数设置为: $c=3, m=2, r=5, \alpha=0.95, \varepsilon=10^{-5}$.

类似于加有 Gaussian 噪声的合成图像分割, 利用 FCM、FCA-NLASC、FCM-ASI 和 KNLASC-FCM 分割加有椒盐噪声合成图像的结果分别如图 3(a) ~ (d) 所示. 其中, 参数设置同图 2.

由图 2 和图 3 可知, 经由 FCM 算法分割后图像中仍然含有大量噪声, 说明 FCM 由于没有考虑像素的空间信息从而对于噪声比较敏感. 相对于 FCM 算法, 其他 3 种算法都很大程度地消除了噪声的影响. 此

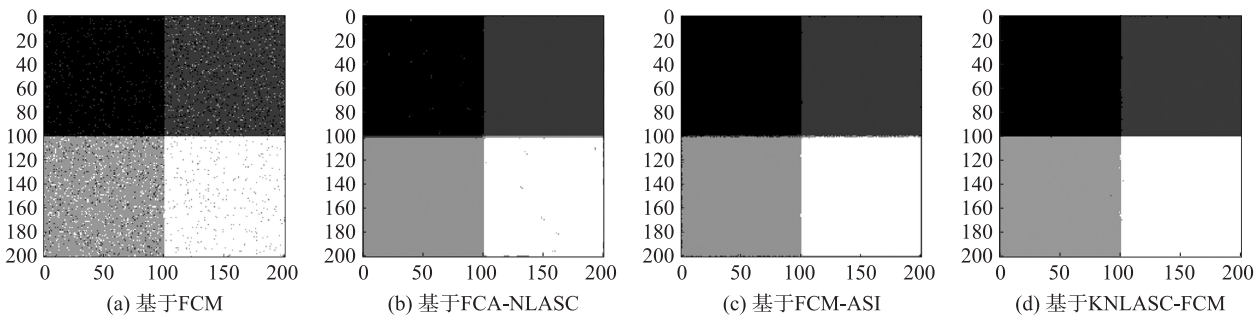


图 2 加有高斯噪声的合成图像分割结果

Fig. 2 Segmentation results of synthetic image with Gaussian noise

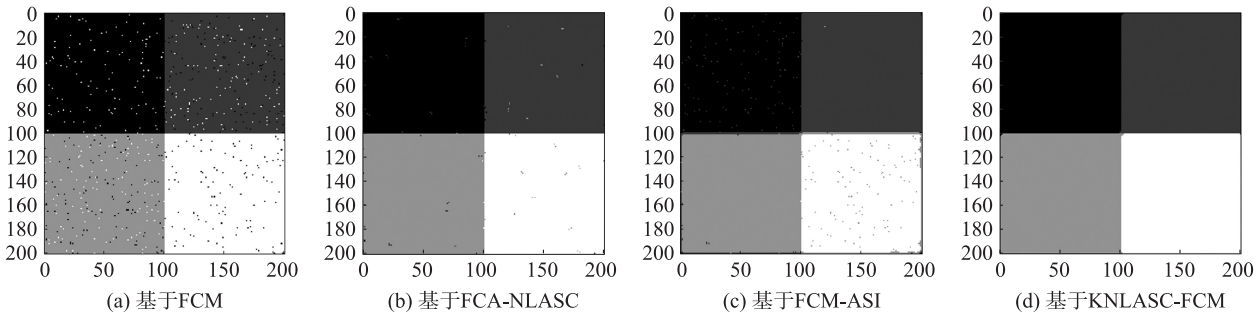


图 3 加有椒盐噪声的合成图像分割结果

Fig. 3 Segmentation results of synthetic image with pepper & salt noise

外,分别比较图 2(b)、2(c)和 2(d),图 3(b)、3(c)和 3(d)可知,经由 FCA-NLASC 和 FCM-ASI 算法分割后的图像含有少量噪声,而经由 KNLASC-FCM 算法分割后的图像噪声含量极少. 另外,从图 2(c)和 3(c)可知,算法 FCM-ASI 分割的结果中边界处存在“毛刺”现象,即算法 FCM-ASI 对于含有噪声的图像中边界像素不能很好地进行类别的划分.

此外,为了客观地评价聚类算法的性能,通常采用分割熵(Partition Entropy, PE) V_{pe} 对算法进行定量评价. V_{pe} 定义如下^[6]:

$$V_{pe} = \frac{- \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^c [u_{ki} \log u_{ki}]}{N}.$$

(18)

式中, N 是像素的总数.

上面这个验证函数的思想是: V_{pe} 越小则分割效果(性能)越好. 表 1 列出了 FCM、FCA-NLASC、FCM-ASI 和 KNLASC-FCM 聚类算法分别分割加有高斯和椒盐噪声的合成图像(分别见图 1(b)和图 1(c))时的 V_{pe} . 此外,上述 3 种算法分割图 1(b)和图 1(c)所示的图像的迭代次数和分割正确率(Segmentation Accuracy, SA)也分别被列在表 1 中. 其中分割正确率定义为:正确分割的像素个数除以像素的总数^[12],即:

$$SA = \frac{\text{正确分割的像素数}}{\text{图像的像素总数}}.$$

(19)

表 1 4 种聚类算法分割加有两种噪声的合成图像的结果

Table 1 Segmentation results of synthetic images with two kinds of noises based on four clustering algorithms				
噪声类型	算法	V_{pe}	迭代次数	SA/%
高斯噪声	FCM	0.293 4	35	89. 83
	FCA-NLASC	0.162 8	12	98. 53
	FCM-ASI	0.175 7	9	97.96
	KNLASC-FCM	0.134 6	11	98.94
椒盐噪声	FCM	0.159 5	16	95.28
	FCA-NLASC	0.087 1	8	98.74
	FCM-ASI	0.092 5	7	98.38
	KNLASC-FCM	0.039 6	8	99.44

注:表 1 中迭代次数是运行 10 次后取平均的结果.

由表 1 可知,与算法 FCM、FCA-NLASC 和 FCM-ASI 相比,KNLASC-FCM 聚类算法在分割含有两种不同类型噪声的人工合成图像时分割正确率最高,分割熵最小,说明该算法的分割效果最好;不过从表 1 可知,无论在分割含有高斯噪声人工合成图像时,还是在分割含有椒盐噪声的合成图像时,KNLASC-FCM 算法的迭代次数比算法 FCM-ASI 的迭代次数稍多点。

2.2 采用真实图像的实验结果

图 4(a) 为一幅脑部磁共振 (Magnetic Resonance Imaging, MRI) 图像. 将均值为 0、方差为 0.05 的高斯噪声和噪声浓度为 0.02 的盐椒噪声分别加到该图像中,被噪声污染了的图像分别如图 4(b) 和图 4(c) 所示。

图 5(a) ~ (d) 分别为利用 FCM、FCA-NLASC、FCM-ASI 和 KNLASC-FCM 分割含有高斯噪声 MRI 脑图像的结果. 其中算法中的参数设置为: $c=4$ (分别代表背景、脑灰质、脑白质和其他部分), $m=2$, $r=5$, $\alpha=0.95$, $\varepsilon=10^{-5}$ 。

类似于加有高斯噪声 MRI 脑图像的分割,利用 FCM、FCA-NLASC、FCM-ASI 和 KNLASC-FCM 分割加有盐椒噪声 MRI 脑图像的结果分别如图 6(a) ~ (d) 所示,其中参数设置同图 5。

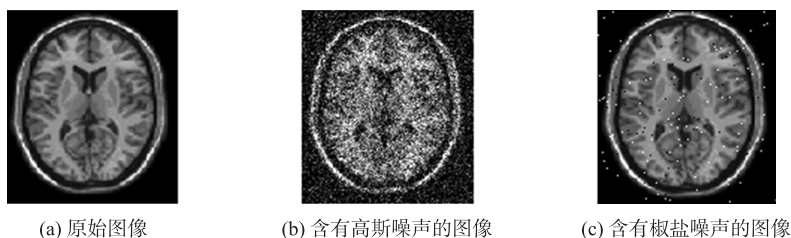


图 4 脑部 MRI 图像

Fig. 4 Brain MRI image

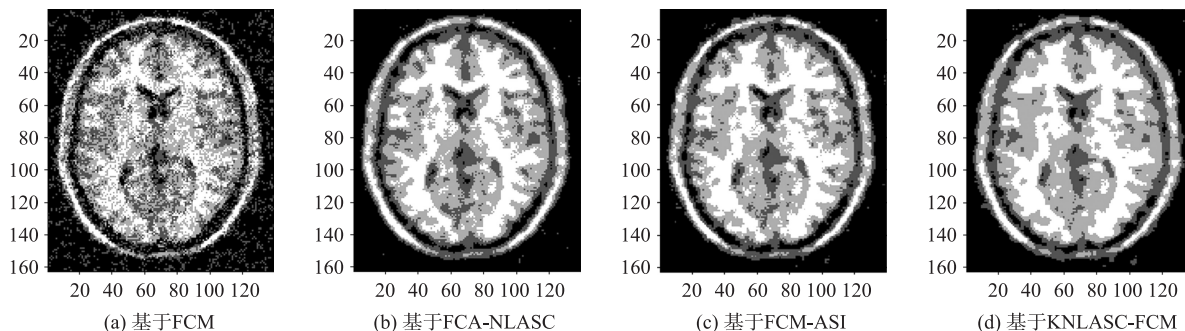


图 5 加有高斯噪声的 MRI 脑图像分割结果

Fig. 5 Segmentation results of brain MRI image with Gaussian noise

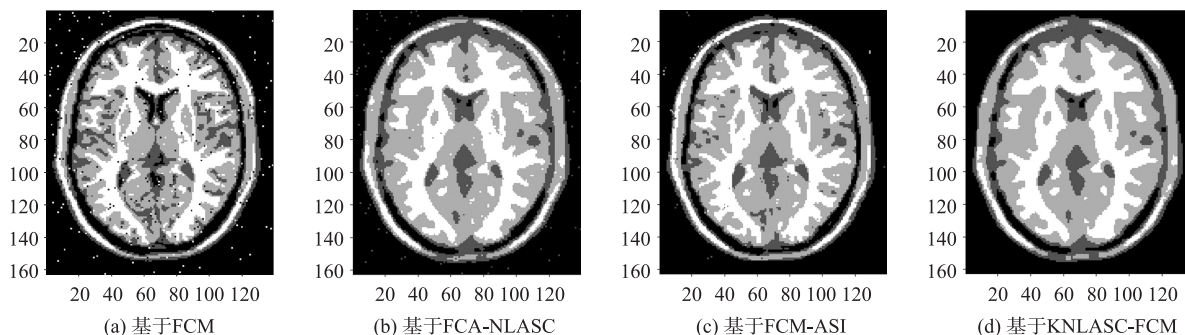


图 6 加有椒盐噪声的 MRI 脑图像分割结果

Fig. 6 Segmentation results of brain MRI image with pepper and salt noise

由图 5 可知,在分割含有高斯噪声的 MRI 脑图像时,相对于算法 FCM,算法 FCA-NLASC、FCM-ASI 和 KNLASC-FCM 的抗噪能力明显得到了提升,即能够不同程度地消除噪声的影响. 此外,比较图 5(b) ~ (d) 可知,相较于算法 FCA-NLASC 和 FCM-ASI,算法 KNLASC-FCM 分割后的区域一致性更好,更连续。

此外,由图 6 可知,在分割含有盐椒噪声的 MRI 脑图像时,算法 KNLASC-FCM 能够非常有效地消除盐椒噪声的干扰,且分割的区域一致性最好;而算法 FCA-NLASC 和 FCM-ASI 均存在极少量的噪声,算法

FCM 对盐椒噪声比较敏感.

为了客观、定量地评价不同算法分割实际图像时的性能,表 2 给出了 4 种算法分割含有两种类型噪声的 MRI 脑图像时的分割熵 V_{pe} 和迭代次数.

表 2 4 种聚类算法分割含有两种噪声的 MRI 脑图像的结果

Table 2 Segmentation results of brain MRI images with two kinds of noises based on four clustering algorithms			
噪声类型	算法	V_{pe}	迭代次数
高斯噪声	FCM	0.312 4	61
	FCA-NLASC	0.299 5	43
	FCM-ASI	0.297 7	37
	KNLASC-FCM	0.288 6	39
椒盐噪声	FCM	0.335 7	38
	FCA-NLASC	0.275 3	30
	FCM-ASI	0.271 9	32
	KNLASC-FCM	0.260 5	30

注:表 2 中迭代次数是运行 10 次后取平均的结果.

由表 2 可知,相对于其他 3 种算法,算法 KNLASC-FCM 在分割含有两种噪声的 MRI 脑图像时的总体性能较好.

3 结束语

本文提出了一种改进的用于图像分割的 FCM 聚类算法,KNLASC-FCM. 该算法通过利用核方法修改 FCA-NLASC 算法中的目标函数而实现. 利用该算法进行人工合成图像和实际图像的实验结果表明,当图像含有噪声时,与算法 FCA-NLASC 相比,KNLASC-FCM 算法具有更好的图像分割性能.

[参考文献]

[1] CHENG H D,JIANG X H,SUN Y,et al. Color image segmentation:advances and prospects[J]. Pattern recognition,2001 , 34(12) :2259-2281.

[2] ZHANG H,WANG Q,SHI W,et al. A novel adaptive fuzzy local information C-means clustering algorithm for remotely sensed imagery classification[J]. IEEE transactions on geoscience and remote sensing,2017,55(9) :5057-5068.

[3] WANG L,ZHANG T,XIANG Y,et al. A Robust fuzzy c-means algorithm based on bayesian nonlocal spatial information for SAR image segmentation[J]. IEEE journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing,2018,11(3) : 896-906.

[4] CHETIH N,MESSALI Z,SERIR A,et al. Robust fuzzy c-means clustering algorithm using non-parametric bayesian estimation in wavelet transform domain for noisy MR brain image segmentation[J]. IET image processing,2018,12(5) :652-660.

[5] GORRIZ J M,RAMIREZ J,LANG E W,et al. Hard C-means clustering for voice activity detection[J]. Speech communication, 2006,(48) :1638-1649.

[6] BAI X,CHEN Z,ZHANG Y,et al. Infrared ship target segmentation based on spatial information improved FCM[J]. IEEE transactions on cybernetics,2016,46(12) :3259-3271.

[7] CHEN S C,ZHANG D Q. Robust image segmentation using FCM with spatial constraints based on new kernel-induced distance measure[J]. IEEE Trans Systems,Man,Cybernet,B,2004,34(4) :1907-1916.

[8] ZHU L,CHUNG F L,WANG S T. Generalized fuzzy c-means clustering algorithm with improved fuzzy partitions[J]. IEEE Trans Systems,Man,Cybernet,B,2009,39(3) :578-591.

[9] ZHAO F,JIAO L C,LIU H Q,et al. A novel fuzzy clustering algorithm with non local adaptive spatial constraint for image segmentation[J]. Signal processing,2011,(91) :988-999.

[10] MA B,QU H Y,WONG H S. Kernel clustering-based discriminant analysis[J]. Pattern recognition,2007(40) :324-327.

[11] ZHENG J,ZHANG D H,HUANG K D,et al. Adaptive image segmentation method based on the fuzzy c-means with spatial information[J]. IET image processing,2018,(12) :785-792.

[12] ZHANG D Q,CHEN S C. A novel kernelized fuzzy c-means algorithm with application in medical image segmentation[J]. Artificial intelligence in medicine,2004,(32) :37-50.

[责任编辑:黄 敏]