

# 小波包分析联合奇异值差分的心电信号去噪算法

陈思雨<sup>1</sup>, 张备伟<sup>1</sup>, 刘雪梅<sup>2</sup>

(1.南京财经大学信息工程学院, 江苏 南京 210023)

(2.南京师范大学商学院, 江苏 南京 210023)

**[摘要]** 针对心电信号在实际应用中存在大量噪声的问题, 提出一种小波包分析联合奇异值差分的心电信号去噪算法. 该算法首先对含噪信号进行小波包分解, 利用互相关系数将分解得到的子频带分为 3 组: 微相关组、实相关组和显相关组; 其次对实相关组执行奇异值分解去噪, 并利用差分法确定有用信号与噪声信号的奇异值分界; 最后将显相关组与奇异值分解后的实相关组进行重构, 得到去噪后的信号. 实验结果表明, 在多种数据库以及不同噪声水平下, 该算法均可有效抑制噪声, 与文献中报道的其他方法相比, 本文方法信噪比更高, 均方根误差更小, 去噪后的信号与原始信号相似度更高, 且更为平滑, 取得较好的去噪效果.

**[关键词]** 小波包分解, 奇异值分解, 信号去噪, 评估指标

**[中图分类号]** TP391 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1001-4616(2022)04-0119-09

## ECG Signal Denoising Algorithm based on Wavelet Packet Analysis and Singular Value Difference

Chen Siyu<sup>1</sup>, Zhang Beiwei<sup>1</sup>, Liu Xuemei<sup>2</sup>

(1.College of Information Engineering, Nanjing University of Finance & Economics, Nanjing 210023, China)

(2.Business School, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** A wavelet packet analysis combined with singular value difference algorithm is proposed to denoise ECG signals in practical applications. The algorithm firstly performs wavelet packet decomposition on the noisy signal and divides the decomposed sub-bands into three groups using the cross-correlation coefficient: micro-correlation group, real-correlation group and explicit-correlation group; Next, perform singular value decomposition denoising on the real-correlation group and determine the singular value demarcation of the useful and noisy signals using the difference method; Finally, the real-correlation group after singular value decomposition is reconstructed with the explicit-correlation group to obtain the denoised signal. The experimental results show that the algorithm can effectively suppress noise in a variety of databases and under different noise levels. Compared with other methods reported in the literature, the signal-to-noise ratio of this method is higher, the root-mean-square error is smaller, and the denoised signal is more similar to the original signal and smoother, achieving a better denoising effect.

**Key words:** wavelet packet decomposition, singular value decomposition, signal denoising, evaluation index

心电图(electrocardiogram, ECG)信号是人体一种微弱的生物信号, 其频率通常在 0.05 ~ 100 Hz 范围内<sup>[1]</sup>. 为了监测人体心脏的健康情况, 它通常被用作诊断心律失常和心肌梗死等心脏疾病. 在实际应用中, 受到环境和人体活动等影响, 采集到的心电信号通常含有基线漂移、肌电干扰和工频干扰等噪声, 对后续分析造成影响, 因此心电信号的去噪在信号处理中至关重要.

目前心电信号的去噪算法可大致分为 4 类: 滤波器法<sup>[2]</sup>、小波变换法<sup>[3]</sup>和经验模态分解法以及神经网络法<sup>[4]</sup>. 针对心电信号等非线性非平稳的信号, 滤波器法无法解决频谱随时间变化的问题. 小波变换法容易造成高频部分中有用信号的丢失, 且不同小波基的选择对去噪效果有较大影响. 经验模态分解法在

收稿日期: 2022-06-10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61973152, 60802087)、江苏省研究生科研与实践创新计划基金项目(CSYXW21002).

通讯作者: 张备伟, 博士, 副教授, 研究方向: 大数据处理、图像处理、模式识别. E-mail: zhangbeiwei@nufe.edu.cn

一定程度上,会导致模态混叠的现象产生<sup>[5]</sup>. 神经网络法需要大量的实验数据,但心电信号的个体差异较大,无法采集到同一个体的大量实验数据.

鉴于以上算法的缺点,本文提出一种小波包分析联合奇异值差分的心电信号去噪算法. 该算法结合小波包分解和奇异值分解去噪的优点,首先对含噪信号进行三层小波包分解,得到 8 个子频带,再利用互相关系数将这些子频带分为 3 组:微相关组、实相关组和显相关组. 其中微相关组含有大量噪声,直接舍弃;接着对实相关组进行奇异值分解去噪,使用差分法确定有用信号与噪声信号的奇异值分界;最后将显相关组与奇异值分解后的实相关组进行重构,并得到去噪后的信号. 选取 5 类公开数据库的随机心电信号进行仿真实验,添加不同水平的噪声,并与小波包分解算法和奇异值分解算法进行对比分析,验证了本文算法的有效性以及普适性.

## 1 算法原理

### 1.1 小波包分解算法

目前心电信号去噪领域通常使用小波分解,其原理是将信号分解为高、低频两个部分,再逐层分解低频部分,这会导致高频部分中有用信息的丢失. 为克服该缺点,本文选用小波包分解,其对信号的高、低频部分都进行了逐层分解,更有效地保留了高频信号中的有用信息,提高了去噪精度,使去噪后的信号更加平滑.

#### 1.1.1 小波包变换方法

给定正交尺度函数  $\varphi(x)$  及其对应的小波函数  $\psi(x)$ , 则有:

$$\begin{cases} \varphi(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k \varphi(2x - k), \\ \psi(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k \varphi(2x - k), \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $h_k$  和  $g_k$  为共轭滤波器,且  $h_k$  为低通滤波器系数,  $g_k$  为高通滤波器系数<sup>[6]</sup>.

更进一步,令  $\mu_0 = \varphi(x)$ , 此时有:

$$\begin{cases} \mu_{2n}(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k \mu_n(2x - k), \\ \mu_{2n+1}(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k \mu_n(2x - k), \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $n$  为分解尺度为  $j$  时的第  $n$  个小波序列.

定义  $U_j^n$  为函数  $\mu_n(x)$  的闭包空间,  $U_j^{2n}$  为  $\mu_{2n}(x)$  的闭包空间,同理  $U_j^{2n+1}$  为  $\mu_{2n+1}(x)$  的闭包空间,则  $U_j^n$  可分解为:

$$U_j^n = U_j^{2n} \oplus U_j^{2n+1}, \quad (3)$$

式中,  $U_j^{2n}$  和  $U_j^{2n+1}$  满足  $U_j^{2n} \perp U_j^{2n+1}$ .

#### 1.1.2 小波包分解与重构

若信号在  $U_j^{2n}$  和  $U_j^{2n+1}$  上的小波包系数分别为  $d_j^{2n}$  和  $d_j^{2n+1}$ , 那么小波包分解可以由  $\{d_k^{j+1, 2n}\}$  和  $\{d_k^{j+1, 2n+1}\}$  得到, 表示为

$$\begin{cases} d_k^{j+1, 2n} = \sum_l h_{2l-k} d_l^{j, n}, \\ d_k^{j+1, 2n+1} = \sum_l g_{2l-k} d_l^{j, n}, \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $d_k^{j, n}$  表示在分解尺度为  $j$  的第  $n$  条分叉树上第  $k$  个小波包的分解系数,  $d_k^{j+1, 2n}$  和  $d_k^{j+1, 2n+1}$  为  $d_k^{j, n}$  的两个分叉.

相应的小波包重构算法的数学表达式为:

$$d_l^{j, n} = \sum_k h_{l-2k} d_k^{j+1, 2n} + \sum_k g_{l-2k} d_k^{j+1, 2n+1}, \quad (5)$$

式中,  $d$  为信号经过小波包分解后得到的小波包分解系数,  $h$  和  $g$  为上文中所提到的滤波器系数,  $j$  和  $n$  为小波包分解中各分解节点的编号,  $l$  和  $k$  为信号进行小波包分解所在的分解层数.

## 1.2 互相关系数

互相关系数是判断两组信号在频域内相关程度的重要指标<sup>[7]</sup>. 将每个子频带信号与原始信号之间的相关性表示为:

$$R(s(t), s_i(t)) = \frac{\sum_{t=1}^M [s(t) - \bar{s}(t)] [s_i(t) - \bar{s}_i(t)]}{\sqrt{\sum_{t=1}^M [s(t) - \bar{s}(t)]^2} \sqrt{\sum_{t=1}^M [s_i(t) - \bar{s}_i(t)]^2}}, \quad (6)$$

式中,  $s(t)$  表示原始心电信号,  $s_i(t)$  表示小波包分解后的第  $i$  个子频带信号,  $M$  为采样点个数. 且:

$$\begin{cases} \bar{s}(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^M s(t), \\ \bar{s}_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^M s_i(t). \end{cases} \quad (7)$$

据统计学的相关资料显示<sup>[8]</sup>,  $R(s(t), s_i(t))$  的数值越大, 说明两者的相关性越高, 即对应的子频带信号中所含有用信号的成分占比越大; 反之, 噪声占比越大. 进一步划分为 3 个等级: 当  $0.5 < R(s(t), s_i(t)) \leq 1$  时, 两者成显相关, 表示该子频带信号为原始心电信号的主要成分, 需直接保留该子频带信号; 当  $0.1 \leq R(s(t), s_i(t)) \leq 0.5$  时, 两者成实相关, 表示该子频带既包含有用信号, 也包含噪声, 因此需对其进行奇异值分解去噪; 当  $0 \leq R(s(t), s_i(t)) < 0.1$  时, 表示该子频带噪声信号占比较大, 直接剔除即可.

## 1.3 奇异值差分去噪

奇异值分解是一种非线性滤波方法, 其利用相空间重构的思想, 将输入的信号序列分解为物理上可解释的分量之和, 以达到区分原始信号中趋势、周期和噪声等成分的目的<sup>[9]</sup>. 其通常包含分解和重构两个阶段<sup>[10]</sup>.

(1) 嵌入: 假设含噪心电信号  $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ , 是长度为  $N$  的一维时间序列. 首先需按照式(8)将其映射为  $L \times K$  的 Hankel 矩阵.

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_K \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & \cdots & x_N \end{pmatrix}, \quad (8)$$

式中,  $L$  为所取滑动窗口的长度, 需满足  $1 < L < N$ , 且  $K$  满足  $K = N - L + 1$ .

(2) 奇异值分解: 将所得到的 Hankel 矩阵进行奇异值分解, 表示为:

$$X = U \Sigma V^T, \quad (9)$$

式中,  $U = (u_1, u_2, \dots, u_L)$  是矩阵  $X$  的  $L$  维左奇异矩阵,  $V = (v_1, v_2, \dots, v_K)$  是矩阵  $X$  的  $K$  维右奇异矩阵, 且均为正交矩阵.  $\Sigma$  是  $L \times K$  维的对角矩阵, 其对角元素为  $X$  的奇异值, 并按降序排列.

(3) 奇异值差分分组: 奇异值分析应用在信号处理领域中, 通常认为前  $r$  个奇异值所反映的原始信号中的部分, 被认为是有用信号成分, 剩下的奇异值则代表原始信号中的噪声成分, 因此奇异值去噪处理的关键在于找出区分有用信号和噪声信号奇异值的分界点  $r$ . 这里我们将上文中的对角矩阵  $\Sigma$  展开表示为:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & \Sigma_w \end{pmatrix}, \quad (10)$$

式中,  $\Sigma_r$  为有用信号的奇异值,  $\Sigma_w$  为噪声信号的奇异值. 如何确定  $r$  是奇异值分解去噪的关键, 因此使用奇异值差分谱方法确定  $r$ <sup>[11]</sup>.

首先假设奇异值为  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq \sigma_{r+1} \geq \dots \geq \sigma_w$ ,  $w = \min(L, K)$ , 相邻项作差分得到差分谱为:

$$B = (b_1, b_2, \dots, b_{w-1}), \quad (11)$$

式中,  $b_k = \sigma_k - \sigma_{k+1}$ ,  $k = 1, 2, \dots, w-1$ ,  $b_k$  的值就代表着相邻两个奇异值的变化情况. 当有用信号最小奇异值  $\sigma_r$  与噪声信号最大奇异值  $\sigma_{r+1}$  相差越大时, 说明分离效果越好, 即选取差分谱  $B$  的峰值. 因此, 选择  $B$  的第一个峰值  $k$  作为  $r$  的值, 如  $k=1$ , 那么信号中包含直流成分, 则继续选取下一个峰值; 如  $k>1$ , 则将  $k$  的值

保存为  $r$ , 作为有用信号与噪声信号的分界点.

确定  $r$  值后, 即可将有用信号与噪声信号分离, 并将  $\sigma_{r+1}, \dots, \sigma_w$  统一置 0, 再进行 SVD 重构, 最终完成去噪.

(4) 对角平均化: 目的是将分解后的矩阵重新构造成长度为  $N$  的一维时间序列, 得到去噪后的信号. 重构序列可通过式(12)获得:

$$x_n^{(k)} = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n x_{m,n-m+1}, & \text{for } 1 \leq n < L, \\ \frac{1}{L} \sum_{m=1}^L x_{m,n-m+1}, & \text{for } L \leq n \leq K, \\ \frac{1}{N-n+1} \sum_{m=n-K+1}^L x_{m,n-m+1}, & \text{for } K+1 \leq n \leq N, \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $\{k, k=1, 2, \dots, r\}$  为奇异值次序,  $\{x_n^{(k)}, n=1, 2, \dots, N\}$  表示第  $k$  个奇异值所对应的奇异值分量. 因此将前  $r$  个信号分量线性叠加, 即可得到去噪后的信号  $s_n$ , 即:

$$s_n = \sum_{k=1}^r x_n^{(k)}, n=1, 2, \dots, N. \quad (13)$$

## 2 心电信号去噪算法

本文目的是从含噪信号  $s=h+n$  中提取出信号  $h$ , 其中  $h$  是无污染的心电信号,  $n$  是噪声信号. 综上所述, 本文提出的心电信号去噪算法包含以下 6 个步骤:

(1) 实验数据的获取. 选取合适的数据库, 获得原始心电信号  $h$ , 加入噪声信号  $n$ , 得到实验所需的含噪信号  $s$ .

(2) 心电信号的小波包分解. 选取合适的小波基函数与分解层数  $j$  对含噪信号  $s$  进行小波包分解, 得到  $2^j$  个子频带. 此步骤的关键在于小波基函数与分解层数的选取, 结合心电信号去噪的相关文献及多次实验验证, 当小波基函数为 db6 并且分解层数为 3 层时, 该算法的去噪效果最佳.

(3) 互相关系数计算. 利用上述式(6), 分别计算出每个子频带与原始信号  $s$  的互相关系数  $R(i), i=1, 2, \dots, 2^j$ , 得到它们之间的相似性程度.

(4) 子频带分组. 根据互相关系数的数值大小, 划分为 3 组:  $0.5 < R(i) \leq 1$  为显相关组, 保留该组的子频带信号;  $0.1 \leq R(i) \leq 0.5$  为实相关组, 对该组子频带继续进行奇异值去噪处理;  $0 \leq R(i) < 0.1$  为微相关组, 剔除该组子频带信号.

(5) 奇异值分解去噪. 针对步骤(4)中划分的实相关组, 依据奇异值分解方法找出奇异值矩阵, 运用差分法确定有用信号与噪声信号的界限  $r$ , 将噪声信号的奇异值全部置零, 并进行信号重构.

(6) 小波包信号重构. 将步骤(4)中划分的显相关组与步骤(5)中奇异值分解去噪后的实相关组进行小波包信号重构, 最终获得去噪后的心电信号.

去噪算法的整体流程如图 1 所示.

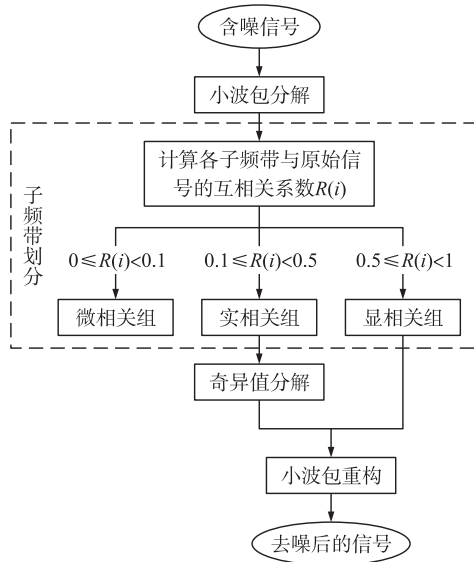


图 1 算法整体流程图

Fig. 1 Overall flow chart of algorithm

## 3 实验与分析

### 3.1 评估指标

#### 3.1.1 信噪比 SNR

SNR 为去噪后的信噪比, 反映了去噪后的信号中有用信号与噪声信号的比值, 比值越大说明有用信号占比越多, 即去噪效果越好.

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_{n=1}^N s^2(n)}{\sum_{n=1}^N (s_n(n) - s(n))^2}, \quad (14)$$

式中,  $s(n)$  为原始信号,  $s_n(n)$  为加噪后的含噪信号,  $N$  为采样点数.

### 3.1.2 均方根误差 $RMSE$

$RMSE$  为均方根误差, 反映了去噪后的信号与原始信号的偏差, 该数值越小说明误差越小, 即去噪效果越好.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [s_d(n) - s(n)]^2}, \quad (15)$$

式中,  $s_d(n)$  为去噪后的信号.

### 3.1.3 相似度指标 $C_R$

$C_R$  为相似度指标, 表示去噪后的信号与纯净信号的相关系数, 从信号波形方面评判去噪效果好坏<sup>[12]</sup>. 数值越接近于 1, 去噪后形态越接近于纯净信号, 去噪效果越好.

$$C_R = \frac{\sum_{n=1}^N (s_d(n) - \overline{s_d(n)}) (s(n) - \overline{s(n)})}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (s_d(n) - \overline{s_d(n)})^2} \sqrt{\sum_{n=1}^N (s(n) - \overline{s(n)})^2}}. \quad (16)$$

## 3.2 算法参数选择

算法中参数的选择决定着算法的效果好坏, 在该实验中, 小波包分解层数和小波基函数的选择起到关键作用.

随着小波包分解层数的变化, 信噪比也在变化. 当选取最佳分解层数时, 有用信号的分离效果与去噪效果最佳. 考虑到去噪后信噪比的提升与对低频噪声的抑制, 所以分解层数的取值不宜过大或过小. 因此先将分解层数缩小到 3~6 层, 再结合小波基函数的选择进一步确定分解层数<sup>[13]</sup>.

在使用小波包分解对信号进行去噪处理时可选用小波基函数有很多种, 选用不同的小波基函数所取得的去噪结果亦有不同. 该实验的去噪算法主要针对心电信号, 所以可将小波基函数的选择缩小到心电信号常用的 db6 和 sym3 小波函数, 再结合分解层数的选择进一步确定.

选取 MIT-BIH 数据库中的 101 信号, 添加高斯白噪声, 在分解层数为 3~6 层的情况下, 分别选用 db6 小波和 sym3 小波进行多次实验, 以  $SNR$ 、 $RMSE$  和  $C_R$  为评估指标评判去噪效果, 实验记录如表 1 所示.

由表 1 可知, 在分解层数为 3~6 层的情况下, 选用 db6 小波的去噪效果均优于 sym3 小波, 且当分解层数为 3 层时, db6 小波的去噪效果优势最佳.

## 3.3 仿真实验

选取 MIT-BIH 数据库的 101 信号, 记为  $s(n)$ , 向其添加高斯白噪声后的含噪信号记为  $s_n(n)$ . 首先选用 db6 小波基对  $s_n(n)$  进行 3 层小波包分解, 得到 8 个子频带, 分别记为  $S_{3,0} \sim S_{3,7}$ , 再运用式(6)计算出各子频带与原始信号  $s(n)$  的互相关系数, 得到表 2.

表 1 不同小波基在不同分解层数下的 3 个评估指标数值

Table 1 Three evaluation index values of different wavelet bases under different decomposition layers

	Db6 小波			Sym3 小波		
	$SNR$	$RMSE$	$C_R$	$SNR$	$RMSE$	$C_R$
3	14.445 8	0.033 7	0.982 2	13.603 2	0.037 1	0.978 5
4	6.911 4	0.089 9	0.862 5	6.697 4	0.092 2	0.854 8
5	6.824 4	0.081 0	0.890 3	6.216 8	0.086 8	0.872 5
6	3.173 9	0.123 3	0.722 3	3.109 3	0.124 2	0.715 8

表 2 各子频带与原始信号的互相关系数

Table 2 Cross correlation coefficient between each subband and the original signal

频带编码	互相关系数	频带编码	互相关系数
$S_{3,0}$	0.700 8	$S_{3,4}$	0.236 9
$S_{3,1}$	0.359 8	$S_{3,5}$	0.232 9
$S_{3,2}$	0.236 8	$S_{3,6}$	0.239 9
$S_{3,3}$	0.303 2	$S_{3,7}$	0.252 3

将互相关系数大于 0.5 的  $S_{3,0}$  归为显相关组, 直接保留, 子频带展示如图 2 所示; 将互相关系数处于 0.1~0.5 的  $S_{3,1} \sim S_{3,7}$  归为实相关组, 进行下一步的奇异值分解, 子频带展示如图 3 所示.



对实相关组的子频带做奇异值差分分解,7 个子频带的有用信号与噪声信号的奇异值分界点  $r$  分别为:2,2,2,8,2,2,4. 将  $\sigma_{r+1} \sim \sigma_w$  全部置 0 后进行重构,得到图 4 所示的子频带示意图.

再将奇异值分解重构后的信号与先前保留的显相关组子频带相加,可得到去噪后的心电信号. 去噪前后的心电信号对比如图 5 所示.

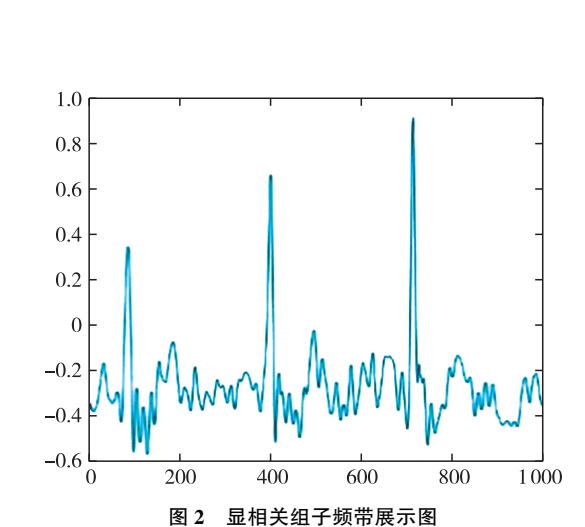


Fig. 2 Display diagram of explicit correlation group subband

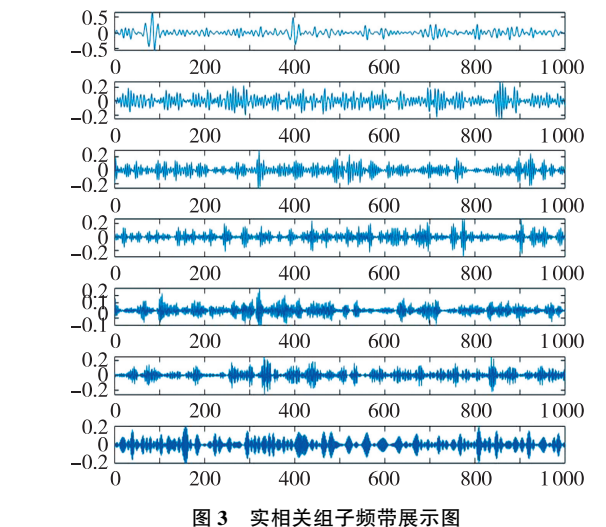


Fig. 3 Display diagram of explicit correlation group subband

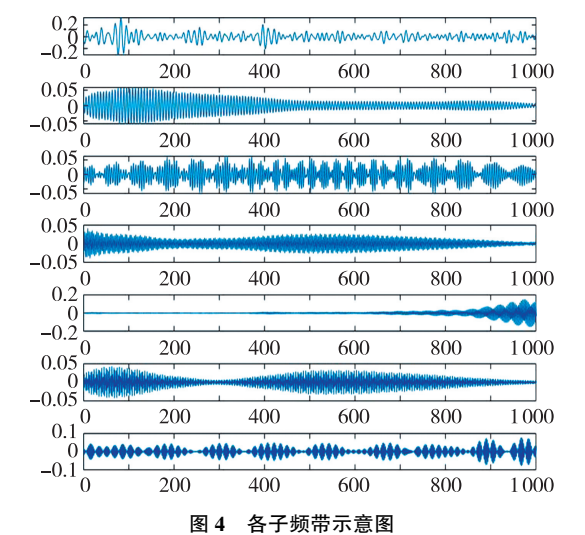


Fig. 4 Diagram of each sub-band

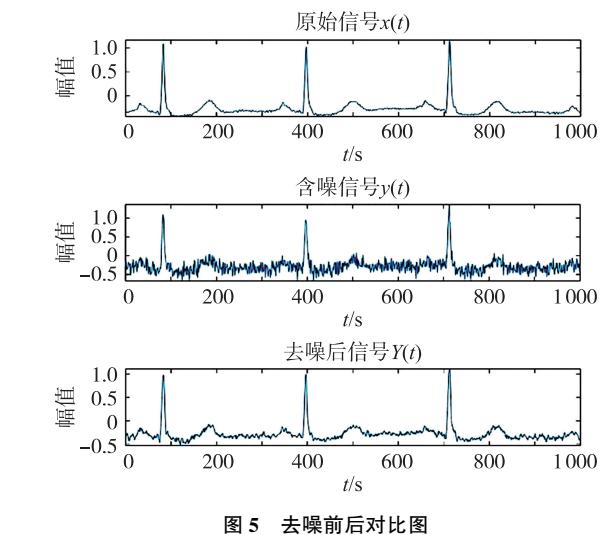


Fig. 5 Comparison diagram of before and after denoising

由图 5 可知,去噪后的信号噪声波动幅度明显减小,且形态更贴近原始信号. 实验指标如表 3 所示,其中去噪后的信噪比  $SNR$  有显著提升,说明滤除了大部分噪声,效果较好;均方根误差  $RMSE$  也有明显的减小,说明更贴近原始信号;相似度指标  $C_R$  更接近于 1,说明去噪后的形态与原始信号更加相似,从形态方面体现去噪效果较佳.

3.3.1 不同信号去噪效果分析

为验证该方法具有普适性,向原始信号  $s(n)$  中添加不同强度的高斯白噪声,再计算出各强度下含噪信号去噪前后的各项指标值,记录如表 4 所示.

通过表 4,可以观察出在不同的噪声强度下,使用该方法去噪在一定程度上,可提高信噪比和相似度,以及降低均方根误差. 验证了该方法对于不同噪声强度的心电信号均有一定的去噪效果.

据图 6~图 9 所示,各噪声强度下的信号在去噪后,信号形态更加平滑,更接近于原始信号.

表 3 去噪前后评估指标对比分析

Table 3 Comparative analysis of evaluation indexes before and after denoising

	SNR	RMSE	$C_R$
去噪前	10	0.065 2	0.861 0
去噪后	14.842 5	0.032 2	0.983 8

表 4 不同强度噪声下的去噪效果对比分析

Table 4 Comparative analysis of denoising effects under different intensity noise

噪声强度/dB	SNR		RMSE		$C_R$	
	去噪前	去噪后	去噪前	去噪后	去噪前	去噪后
15	15	17.918 9	0.056 7	0.022 6	0.952 0	0.992 1
10	10	14.842 5	0.065 2	0.032 2	0.861 0	0.983 8
5	5	10.202 6	0.177 5	0.054 9	0.705 0	0.955 8
0	0	4.165 8	0.314 7	0.110 0	0.492 3	0.848 1

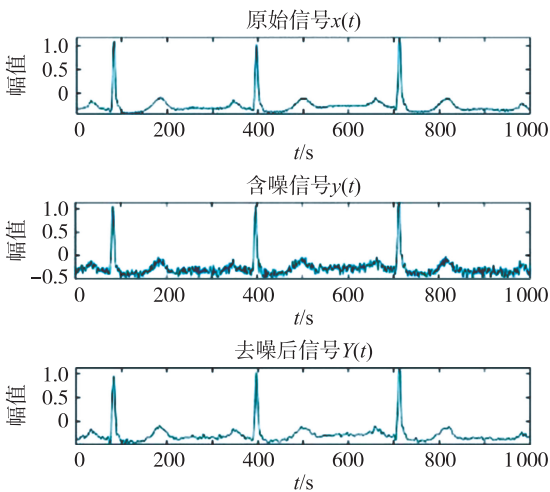


图 6 信噪比 15 dB 的去噪效果图  
Fig. 6 Denoising effect diagram with signal-to-noise ratio of 15 dB

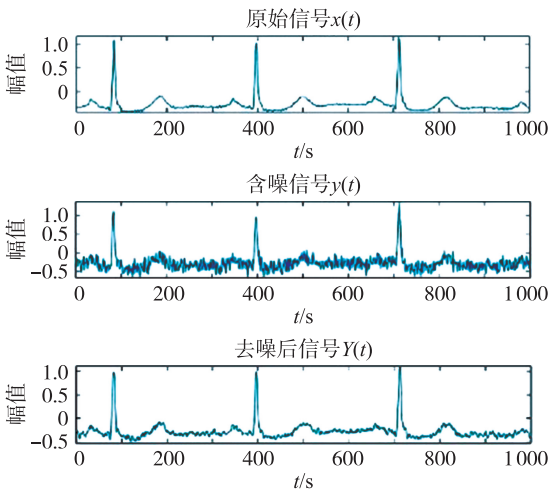


图 7 信噪比 10 dB 的去噪效果图  
Fig. 7 Denoising effect diagram with signal-to-noise ratio of 10 dB

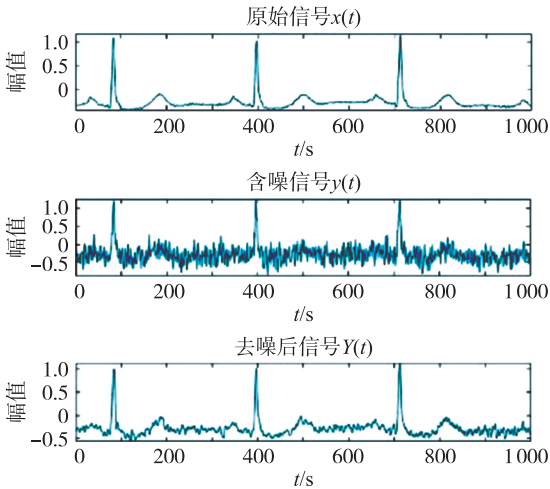


图 8 信噪比 5 dB 的去噪效果图  
Fig. 8 Denoising effect diagram with signal-to-noise ratio of 5 dB

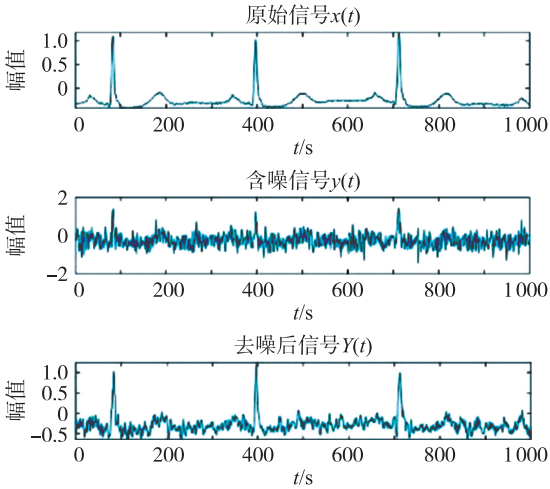


图 9 信噪比 0 dB 的去噪效果图  
Fig. 9 Denoising effect diagram with signal-to-noise ratio of 0 dB

3.3.2 不同算法对比

本文与小波包分解算法和奇异值分解算法进行对比,实验信号选用 MIT-BIH 数据库中的 101 信号,添加强度为 10 dB 的高斯白噪声,分别进行去噪处理,并使用上述 3 项指标定量评估去噪效果,实验结果如表 5 所示。

据表 5 所示,本文方法与小波包分解和奇异值分解去噪方法相比,在信噪比方面有较大提升;在均方根误差方面,均有不同程度降低;在相似度方面,也有不同程度提升。

表 5 3 种去噪方法效果对比分析

Table 5 Comparative analysis of three denoising methods

	SNR	RMSE	$C_R$
小波包分解	7.210 3	0.077 5	0.900 8
奇异值分解	6.700 3	0.151 6	0.521 9
本文方法	14.842 5	0.032 2	0.983 8

据图 10 所示,奇异值分解去噪后的图像最为平滑,但与原始信号幅值差异较大,故效果不佳;小波包分解去噪后的图像与奇异值分解去噪后的图像相比,更接近于原始信号,但仍与原始信号的幅值相差较大,如原始信号中的  $R$  峰值接近于 1,而小波分解去噪后的  $R$  峰值接近于 0.5,误差较大;反观采用本文方法去噪后的图像,在去除了大部分噪声波动后,信号与原始信号几乎吻合. 综合评估指标与去噪后的图像分析可得:本文的去噪方法优于小波包分解和奇异值分解去噪方法.

3.3.3 不同数据库实验结果分析

为进一步验证本文算法的优越性,除上述实验所用到的 MIT-BIH Arrhythmia 数据库中的 101 信号,额外选取了心电信号去噪领域中使用较多的 4 个公开数据库,分别为: MIT-BIH ST Change Database (ST)、MIT-BIH Atrial Fibrillation Database (afdb)、PTB 心电诊断数据库、ECG-ID 数据库,从这 4 个数据库中各随机选取 1 个心电信号,进行去噪处理,实验结果记录如表 6 所示.

由表 6 可知,本文提出的去噪方法对这 4 种数据库的数据均有一定的去噪效果,且对 MIT-BIH ST Change 数据库的去噪效果最佳,进一步验证该算法可以广泛应用于各种数据库的心电信号去噪.

表 6 4 类数据库的去噪效果对比分析

SNR		RMSE		$C_R$	
去噪前		去噪后		去噪前	
ST	10	18.472 3	0.066 2	0.948 9	0.993 1
afdb	10	15.728 0	0.055 3	0.953 7	0.986 6
PTB	10	14.425 9	0.078 5	0.898 0	0.982 0
ECG-ID	10	18.150 4	0.068 7	0.945 3	0.992 4

图 11~图 14 分别展示了 4 个数据库中随机选取的四类心电信号的去噪情况,更能直观的反应出该方法具有较好的去噪效果.

综合以上仿真和对比实验结果可知,将小波包分解与奇异值分解去噪算法结合,扩大了二者的优势,不仅能剔除多数噪声,而且使去噪后的心电信号更贴近于原始信号的形态,是一种可以适用于多种数据库、多种噪声强度下的去噪算法.

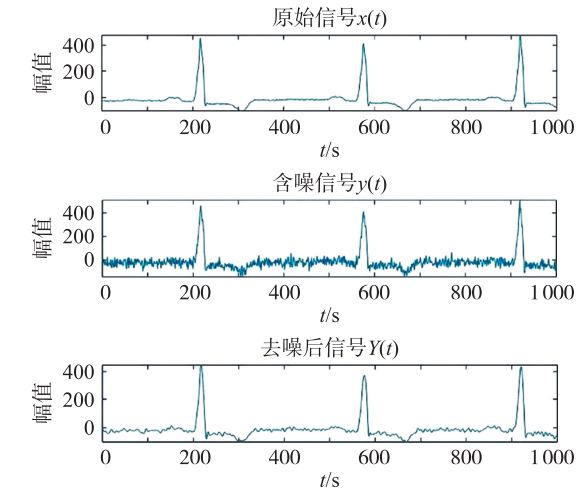


图 11 ST Change 数据库  
Fig. 11 ST change database

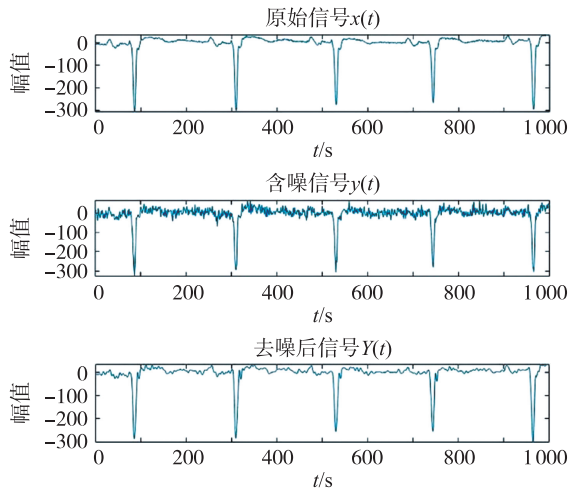


图 12 afdb 数据库  
Fig. 12 afdb database

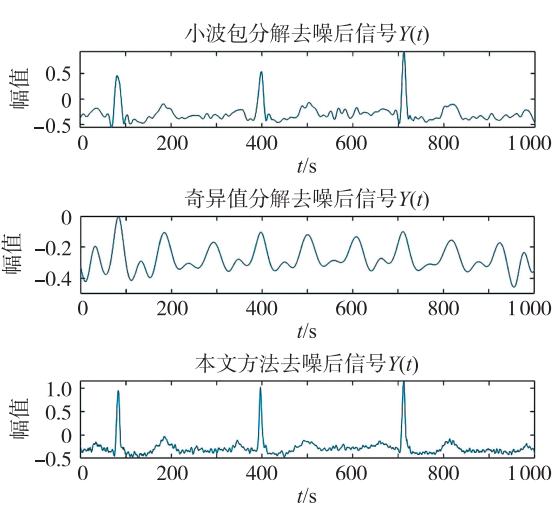


图 10 3 种算法去噪后信号示意图  
Fig. 10 Schematic diagram of signal denoised  
by three algorithms



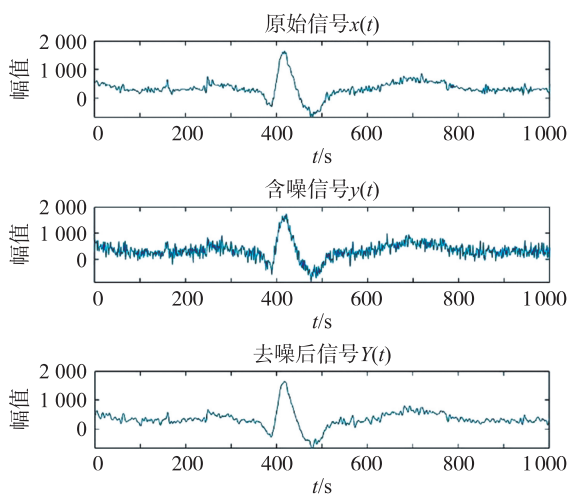


图 13 PTB 数据库  
Fig. 13 PTB database

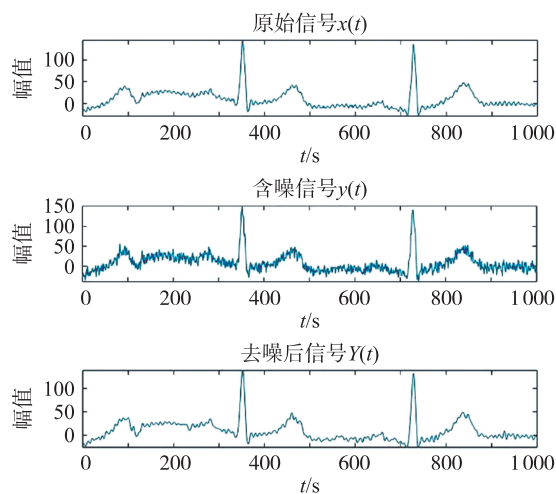


图 14 ECG-ID 数据库  
Fig. 14 ECG-ID database

## 4 结论

本文提出的小波包分析联合奇异值差分的心电信号去噪算法,弥补了小波变换会造成高频部分有用信息丢失这一缺陷。针对小波包分解中小波基函数与分解层数的选择,进行了大量实验,有一定的数据支撑性。在确定有用信号与噪声信号的奇异值分界点步骤中巧妙使用差分方法,以数学方法代替常用的观察法,更具说服力,且结果更佳。选取心电信号领域常用的 5 类公开数据库,随机选取心电信号,添加不同强度的噪声,利用本文方法进行去噪,并辅以信噪比、均方根误差和相似度 3 种评估指标,从定量和定性两个方面均验证了本文算法具有较好的去噪效果。再与传统的小波包分解和奇异值分解去噪算法进行对比,去噪效果远优于二者。因此,本文算法为心电信号的去噪处理提供了一定的借鉴思路。

## [参考文献]

- [1] HU X Y, CHEN X X, REN R, et al. Adaptive filtering and characteristics extraction for impedance cardiography[J]. Journal of fiber bioengineering and informatics, 2014, 7(1): 81-90.
- [2] KRISHNAN, RAM S, SEELAMANTULA, et al. On the selection of optimum savitzky-golay filters[J]. IEEE transactions on signal processing, 2013, 61(2): 380-391.
- [3] 张培玲, 李小真, 崔帅华. 基于改进小波阈值-CEEMDAN 算法的 ECG 信号去噪研究[J]. 计算机工程与科学, 2020, 42(11): 2067-2072.
- [4] MOEIN S. An MLP neural network for ECG noise removal based on Kalman filter[J]. Advances in experimental medicine and biology, 2010, 680(680): 109-116.
- [5] 何刘, 丁建明, 林建辉, 等. 完全互补小波噪声辅助集总经验模态分解[J]. 振动与冲击, 2017, 36(4): 232-242.
- [6] 张国华, 袁中凡, 李彬彬. 心音信号特征提取小波包算法研究[J]. 振动与冲击, 2008(7): 47-49, 185.
- [7] 曹伟, 孙红梅, 贾瑞生, 等. 基于小波包分解重构的微地震信号降噪方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(4): 134-143.
- [8] 陈仁祥, 汤宝平, 吕中亮. 基于相关系数的 EEMD 转子振动信号降噪方法[J]. 振动. 测试与诊断, 2012, 32(4): 542-546, 685.
- [9] HARMOUCHE J, FOURER D, AUGER F, et al. The sliding singular spectrum analysis: a data-driven nonstationary signal decomposition tool[J]. IEEE transactions on signal processing, 2017, 66(1): 251-263.
- [10] 戴豪民, 许爱强, 孙伟超. 基于改进奇异谱分析的信号去噪方法[J]. 北京理工大学学报, 2016, 36(7): 727-732, 759.
- [11] 胡明宇, 陈小桥, 谢银波. 宽波段微型光谱仪的小波奇异值差分去噪[J]. 武汉大学学报(工学版), 2021, 54(3): 269-276.
- [12] 张森, 魏国. 心电信号平滑分解阈值去噪方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, 41(9): 1329-1339.
- [13] 童力, 刘翰柔, 胡松涛, 等. 听觉诱发电位信号分析中小波基函数的确定[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(2): 473-479.

[责任编辑:顾晓天]